

УДК 519.632

І. Баран, О. Дуда

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРАЦІЇ АБО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ У ДВОШАРОВОМУ ЦИЛІНДРИЧНОМУ ТІЛІ З ТОНКИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Вертикальна фільтрація рідини в дренажному ґрунтовому середовищі з вертикальною шаровістю і температурні поля в околах протяжних, циліндричних шарових стінок підземних сховищ в пластах великої потужності породжують фільтраційні та теплові потоки, на які мають відповідний вплив тонкі прошарки із характеристиками, які різко відрізняються від основної складової. Фізичні параметри фільтрації та тепловиділення в реальному об'єкті з довільно орієнтованими тонкими включеннями можна записати за допомогою умов спряження неідеального контакту. Враховуючи складність об'єктів та режимів зовнішнього впливу, якісне дослідження можливе лише за допомогою засобів сучасного математичного моделювання. Необхідно проаналізувати фізичні особливості досліджуваного об'єкту, виконати постановку і аналіз математичної моделі, розробити обчислювальні алгоритми її розв'язання, створити програмне забезпечення, провести обчислювальні експерименти на ЕОМ, якісно відобразити та представити отримані результати [1].

В роботі розглядається задача розрахунку стаціонарного фільтраційного процесу або температурного поля в циліндричному об'єкті, що складається з двох циліндричних тіл різнорідних матеріалів, з'єднаних між собою тонким включенням. На границі контакту конструкції із зовнішнім середовищем задаються різні варіанти крайових умов: для першого випадку – крайова умова I роду, для другого – крайові умови I і II роду, для третього – крайові умови I і III роду. На тонкому включенні наявне внутрішнє джерело фільтрації або тепла, з врахуванням якого задаються неоднорідні умови спряження неідеального контакту.

Формулюється крайова осесиметрична задача, що зводиться до деякої варіаційної задачі, для розв'язування якої використовується дискретизація розглядуваної області на основі методу скінчених елементів (МСЕ). Необхідно відзначити, що у побудованій функціонал енергії увійшли як параметри крайових умов II та III роду, так і параметри умов спряження неідеального контакту. Врахування неоднорідної крайової умови I роду відбувається на етапі побудови матриці МСЕ шляхом її переформування. Врахування умов спряження неідеального контакту при дискретизації відбувається шляхом подвійної нумерації точок, які належать включенню, тобто по різні сторони від включення точки з однаковими координатами мають різні номери. З використанням класів кусково-поліноміальних розривних функцій МСЕ побудовані високоточні алгоритми дискретизації розглядуваних задач.

Із використанням розробленого програмного забезпечення в середовищі C++ Builder 6, в основі якого лежать отримані алгоритми, розв'язано модельні приклади. Проведені обчислювальні експерименти показали, що для всіх трьох випадків осесиметричної задачі використання для апроксимації кусково-лінійних та кусково-квадратичних функцій МСЕ для однакової кількості вузлів розбиття дає розв'язки однакового порядку точності. Отримані результати дають змогу відобразити процес фільтрації або температурне поле у кожній вузловій точці розглядуваного об'єкту.

1. В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко. Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наукова думка, 2001. – 606 с. – ISBN 966-00-0701-9