УДК 517.954; 51-74; 519.63

О. Муль
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

АНАЛІЗ МОЖЛИВИХ АВТОКОЛИВАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ В ДЕЯКИХ ГЛИБОКОВОДНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ УСТАНОВКАХ

Розглянемо складні неперервно-дискретні системи транспортних трубопроводів, призначені для піднімання корисних копалин з великих глибин. Основним конструктивним елементом таких глибоководних технологічних установок є трубний став великої довжини L, пружно закріплений на одному кінці та зв'язаний з платформою значної маси M на іншому. У таких системах під дією хвиль та нелінійних гідродинамічних сил збуджуються інтенсивні динамічні процеси різної фізичної природи, у тому числі шкідливі автоколивання. Для аналізу можливих автоколивальних процесів використаємо нову математичну модель системи у вигляді дисипативного хвильового рівняння (1) та складних граничних умов (2) – (3):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(u + \beta \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0, \tag{1}$$

$$x = 0: \quad ES\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(u(0,t) + \beta \frac{\partial u(0,t)}{\partial t} \right)\right) = ku(0,t), \tag{2}$$

$$x = L: \quad M \frac{\partial^2 u(L,t)}{\partial t^2} + ES \frac{\partial}{\partial x}\left(u(L,t) + \beta \frac{\partial u(L,t)}{\partial t} \right) = \alpha_1 \frac{\partial u(L,t)}{\partial t}, \tag{3}$$

де $u(x,t)$ – поздовжнє зміщення точок стержня; β – коефіцієнт, що враховує внутрішнє тертя в матеріалі; S – площа поперечного перерізу стержня; E – модуль пружності матеріалу конструкції; ρ - його густина; k – поздовжня жорсткість пружної підвіски; $a^2 = E/\rho$; α_1 – коефіцієнт, який характеризують середовище, що чинить опір.

Нестандартні граничні умови задачі ускладнюють аналітичне визначення її власних значень, тому з цією метою використаємо чисельний метод нормальних фундаментальних систем розв'язків. Для цього спочатку перейдемо до безрозмірних змінних $\bar{x} = x/L$, $\bar{u} = u/L$, $\tau = ta/L$ та безрозмірних параметрів $\varepsilon_1 = a\beta/L$, $\varepsilon_2 = \alpha_1 L/Ma$, $\mu = \rho SL/M$, $r = kL/ES$. Оскільки гранична задача є неконсервативною через наявність в її рівнянні руху та граничних умовах непарних похідних по часу, то її власні значення можуть бути комплексними числами, а отже розв'язок шукаємо у вигляді

$$\bar{u}(\bar{x},\tau) = [\bar{u}_1(\bar{x}) + i\bar{u}_2(\bar{x})]e^{(q+i\omega)\tau}, \tag{4}$$

де ω – уявна частина власного значення крайової задачі; q – його дійсна частина.

Введення нових функцій $\bar{u}_1 = \gamma_1$, $\bar{u}_2 = \gamma_2$, $\bar{u}_1' = \gamma_3$, $\bar{u}_2' = \gamma_4$ зводить задачу до системи диференціальних рівнянь першого порядку у нормальній формі з лінійними граничними умовами. Її розв'язки шукаємо у виді лінійної комбінації розв'язків задач Коші для цієї системи з початковими умовами, рівними 1 та 0, що складають нормальну фундаментальну систему розв'язків. Це дозволяє одержати алгебраїчне рівняння, з якого можна визначити комплексні власні значення граничної задачі та частоти можливих автоколивань, а також проаналізувати вплив параметрів системи на ці частоти та розробити пропозиції по її вдосконаленню.