

УДК 539.3

О.В. Білаш, канд. екон. наук

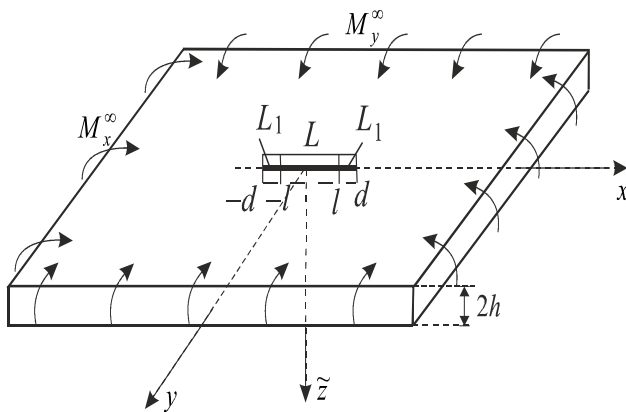
Національна академія сухопутних військ імені Петра Сагайдачного, Україна

**ЗГИН ПЛАСТИНИ ЗІ ЩІЛИНОЮ ЗА НАЯВНОСТІ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН У ЇЇ
ВЕРШИНАХ**

O.V. Bilash Ph.D.

**BEND OF PLATE WITH SLIT IN THE PRESENCE OF PLASTIC ZONES IN
ITS TOPS**

В роботі досліджена задача про визначення напружено-деформованого стану ізотропної пластини завтовшки $2h$, основи якої вільні від зовнішнього навантаження, з наскрізною прямолінійною щілиною завдовжки $2l$ за двобічного згину її моментами на нескінченності, вектори яких паралельні і перпендикулярні до берегів щілини, а у її вершинах наявні пластичні зони, де виконуються умови пластичності Треска у вигляді умови пластичності поверхневого шару чи умови пластичного шарніру і де діють сталі згинальні моменти M_0 [1]. Береги щілини вільні від зовнішнього навантаження, а її розміри такі, що її береги в процесі згину не контактують (див. рис.1).



У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат $Oxyz$ з початком у центрі тріщини, направивши вісь Ox по ній, а вісь Oz перпендикулярно до площини. Лінію осі Ox , де розміщена щілина, позначимо через L , пластичні зони – через L_1 , їх довжину і кінці через Δ , $-d$ та d відповідно.

Згідно формулювання задачі маємо такі крайові умови

$$M_y^\pm = 0, N_y^\pm = 0, H_{xy}^\pm = 0, x \in L;$$

$$M_y^\pm = M_0, N_y^\pm = 0, H_{xy}^\pm = 0, x \in L_1, (1)$$

Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення щілини

де значками "+" і "-" позначено граничне значення відповідної величини при $y \rightarrow \pm 0$, M_y – згинальний момент, N_y – перерізувальна сила, H_{xy} – крутний момент.

При розв'язуванні задачі скористаємося класичною теорією згину пластин, ввівши при цьому комплексні потенціали $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$ та скориставшись залежностями [2]

$$\left(M_y + ic' + i \int_0^z P(\varepsilon) \partial \varepsilon \right) = m \left[\bar{k} \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z}) \overline{\Phi'(z)} \right], (2)$$

$$\partial_x (u + iv) = -\bar{z} \left[\Phi(z) - \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Phi'(z)} \right],$$

де $P(x) = N_y + \partial H_{xy}$ – узагальнена у сенсі Кірхгофа перерізувальна сила; u і v – компоненти вектора переміщення на осі Ox і Oy ; c' – невідома стала; $m = -D(1-\nu)$,

$\tilde{\kappa} = (3 + \nu)/(1 + \nu)$, $D = 2Eh^3/(3(1 - \nu^2))$; ν і E – відповідно коефіцієнт Пуассона і модуль Юнга матеріалу пластини; $z = x + iy$, $i^2 = -1$, x і y – координати точки; $\partial_x = \partial/\partial x$.

На основі першої залежності (2) і крайніх умов (1) отримано задачі лінійного спряження для визначення комплексних потенціалів $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$,

$$\begin{aligned} & [\tilde{\kappa}\Phi(x) - \Omega(x)]^+ - [\tilde{\kappa}\Phi(x) - \Omega(x)]^- = 0, \quad x \in L + L_1; \\ & \left(\tilde{\kappa}\Phi(x) + \Omega(x) - \frac{ic'}{m} \right)^+ + \left(\tilde{\kappa}\Phi(x) + \Omega(x) - \frac{ic'}{m} \right)^- = \begin{cases} 0, & x \in L, \\ \frac{2M_0}{m}, & x \in L. \end{cases} \end{aligned}$$

розв'язавши які в класі функцій, обмежених у вершинах пластичних зон, та врахувавши поведінку функцій $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$ на нескінченності [2], одержимо

$$\Omega(z) = \tilde{\kappa}\Phi(z) + (\tilde{\kappa} + 1)(M_y^\infty - M_x^\infty)/(4D(1 + \nu)) + (M_y^\infty - M_x^\infty)/2m, \quad (3)$$

$$\tilde{\kappa}\Phi(z) + \Omega(z) - \frac{ic'}{m} = -\frac{M_0\sqrt{z^2 - d^2}}{m\pi} \int_{L_1} \frac{dx}{\sqrt{d^2 - x^2}(x - z)} \quad (4)$$

Врахувавши поведінку потенціалів $\Phi(z)$ і $\Omega(z)$ на нескінченності [2], з (4) отримаємо

$$-(\tilde{\kappa} - 1)(M_y^\infty + M_x^\infty)/(4D(1 + \nu)) + (M_y^\infty - M_x^\infty)/2m - ic'/m = \frac{M_0}{\pi m} \int_{L_1} \frac{dx}{\sqrt{d^2 - x^2}}. \quad (5)$$

Прирівнявши в (5) дійсну і уявні частини, одержимо

$$c' = 0, \quad b = l \sec(\pi M_y^\infty / (2M_0)).$$

Для числового аналізу задачі подамо зведену довжину пластичної зони $\varepsilon = \Delta/l$ та зведене розходження берегів щілини на нижній основі у вершині щілини $\tilde{\delta} = (\delta_\kappa E)/(l\sigma_y)$, використавши умову пластичності Треска у вигляді умови пластичності поверхневого шару [1]

$$\varepsilon = \sec(\pi\tilde{\sigma})/2 - 1, \quad \tilde{\delta} = 8(1 + \nu) \ln(1 + \varepsilon)/(\pi(3 + \nu));$$

або умови пластичного шарніру [1]

$$\varepsilon = \sec(\pi\tilde{\sigma})/3 - 1, \quad \tilde{\delta} = 12(1 + \nu) \ln(1 + \varepsilon)/(\pi(3 + \nu)),$$

де $\tilde{\sigma} = 3M_y^\infty/(2h^2\sigma_y)$, $\delta_\kappa = \int_d^l \partial_x(\nu^+ - \nu^-)dx$ – розходження берегів щілини у її вершині

l ; σ_y – межа текучості матеріалу пластини.

Зауважимо, що згинальний момент на нескінченності M_x^∞ не впливає ні на довжину пластичної зони, ні на розкриття у вершині щілини при використанні таких умов пластичності.

Проведено числовий аналіз ε і $\tilde{\delta}$ від значення зведеного максимального згинального напруження по безмежності $\tilde{\sigma}$, який показав, що довжина пластичної зони та розходження берегів щілини у її вершині є більші з використанням умови пластичності Треска, ніж умови пластичного шарніру.

Література

1. Кушнір Р.М. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами [текст] / Р.М. Кушнір, М.М. Николишин, В.А. Осадчук. – Львів: Вид-во “Спалом”, 2003. – 319 с.
2. Пругов И.А. Метод сопряжения в теории плит [текст] / И.А. Пругов. – Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1975. – 256 с.