Секція: НОВІ МАТЕРІАЛИ, МІЦНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

УДК 539.3

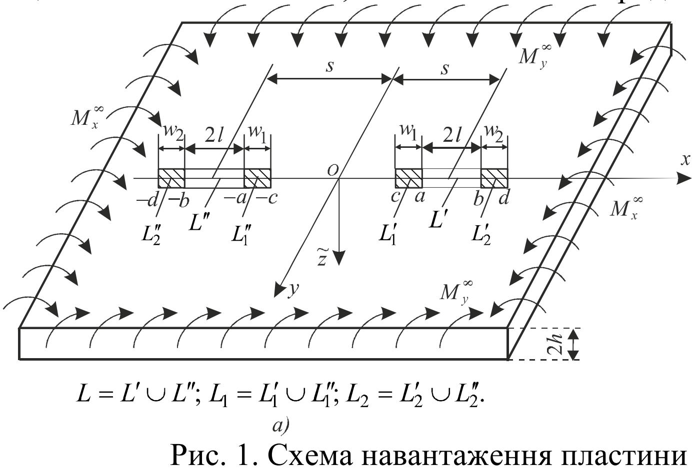
[1]С.О. Альфавіцька, [2]М.С. Слободян, канд. фіз.-мат. наук, доц., [3]О.В. Білаш
[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України
[2] Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна
[3] Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Україна

ДВОСТОРОННІЙ ЗГИН ПЛАСТИНИ З ДВОМА РІВНИМИ СПІВВІСНИМИ ТРІЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ КОНТАКТУ ЇХ БЕРЕГІВ ТА ЗА НАЯВНОСТІ ЗМІЦНЕНИХ ПЛАСТИЧНИХ ЗОН ПОБЛИЗУ ЇХ ВЕРШИН

S.O. Alfavitska, M.S. Slobodyan, Ph.D., Assoc. Prof., O.V. Bilash

TWO-AXIAL BEND OF PLATE WITH TWO EQUAL CRACKS TAKING INTO ACCOUNT THE CONTACT OF THEIR BANKS AND STRENGTHENING PLASTIC ZONES NEAR THEIR TIPS

Пластинчасті елементи конструкцій широко використовуються у різних галузях техніки та промисловості. За дії зовнішнього навантаження або у процесі їх експлуатації чи виготовленні можуть виникати тріщиноподібні дефекти, які знижують міцність і надійність елементів конструкцій. У більшості наукових праць наявність зміцнених пластичних зон, які виникають на продовженні тріщин, не враховувалась.



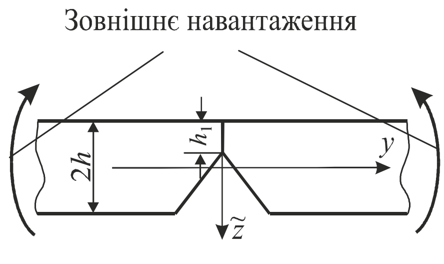


Рис. 1. Схема навантаження пластини та розміщення тріщин

У роботі досліджена задача про двосторонній згин рівномірно розподіленими моментами на безмежності M_x^∞ і M_y^∞ однорідної ізотропної пластини завтовшки $2h$ з двома рівними наскрізними тріщинами завдовжки $2l$. У серединній площині пластини виберемо декартову систему координат $Oxy\tilde{z}$ з початком по середині між центрами тріщин, направивши вісь Ox вздовж тріщин, а вісь $O\tilde{z}$ перпендикулярно до неї. У системі координат $Oxy\tilde{z}$ точки, які співпадають з кінцями тріщини позначимо через a і b, а точки, які співпадають з кінцями пластичних зон через – c і d. Вважаємо, що під дією зовнішнього навантаження береги тріщин приходять у гладкий контакт по області сталої ширини h_1 поблизу верхньої основи пластини, а біля вершин тріщин утворились зміцнені пластичні зони завдовжки w_j $(j = 1, 2)$. Лінію, де розміщені тріщини позначимо через L, пластичні зони – через $L_j\,(j=1,2)$; відстань між центрами тріщин – через $2s$ (див. рис. 1).

За рахунок контакту берегів тріщин розв'язок задачі подамо у вигляді суперпозиції двох взаємозв'язаних задач: плоскої задачі та задачі згину (класична теорія) за таких крайових умов:

$$\sigma_{yy}^{\pm}=\sigma_0^{(j)}\sigma_{(j)}^{*}(x),\; M_y^{\pm}=M_0^{(j)}\sigma_{(j)}^{*}(x),\quad x\in L_j,\, j=1,2,$$

$$\sigma_{yy}^{\pm}=-N/(2h),\; M_y^{\pm}=\beta hN,\; [v]+\alpha h\left[\partial_y w\right]=0,\; x\in L,$$

$$\sigma_{xy}^{\pm}=0,\; P_y^{\pm}=0,\;\; x\in L+L_1+L_2,$$

де σ_{yy} і σ_{xy}, v – компоненти тензора напружень та компонента вектора переміщень на вісь Oy у плоскій задачі; $\sigma_0^{(j)}$ і $M_0^{(j)}$ – невідомі нормальні напруження та згинальні моменти у пластичних зонах; N – контактне зусилля між берегами тріщини $(N>0)$; w – прогин пластини; M_y і P_y – згинальний момент та перерізувальна сила у сенсі Кірхгофа; значками "+" і "–" позначено граничне значення відповідної величини при $y\to\pm 0$; $\partial_y f=\partial f/\partial y$; константи α і β [1] та функції $\sigma_{(j)}^{*}(x)\;(j=1,2)$ мають вигляд

$$\alpha=0.5\left\{1+\left(1-\gamma^2\right)\right\},\;\; \beta=1-\gamma/3,\; \gamma=h_1/h,$$

$$\sigma_1^{*}(x)=m^{*}+(1-m^{*})\frac{a-|x|}{a-c},\; \sigma_2^{*}(x)=m^{*}+(1-m^{*})\frac{|x|-b}{d-b},\; m^{*}=\frac{\sigma_в}{\sigma_T},$$

де $\sigma_в$ і σ_T – границя міцності та границя текучості матеріалу пластини.

За допомогою комплексних потенціалів плоскої задачі [2] та класичної теорії згину пластин [3], розв'язування задачі зведено до задач лінійного спряження, на основі яких отримано аналітичні розв'язки в класі функцій обмежених у вершинах пластичних зон, як це було зроблено у [4]. Для знаходження їх довжин використано умови пластичності Треска у вигляді поверхневого шару [5]. Числово визначено довжину пластичних зон та побудовано відповідні графічні залежності при різних параметрах задачі.

Література

3. Опанасович В.К. Згин пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною з урахуванням ширини області контакту її поверхонь / В.К. Опанасович // Наукові нотатки Луцького технічного університету: міжвузівський збірник (за напрямом "Інженерна механіка"). – 2007. – Вип.20 (2). – С. 123-127.

4. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости/ Мусхелишвили Н.И. – М.: Наука,1966. – 707 с.

5. Прусов И.А. Метод сопряжения в теории плит/ Прусова И.А. – Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1975. – 256 с.

6. Альфавіцька С.О. Згин пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною за наявності пластичних зон у її вершинах з урахуванням контакту її берегів та зміцнення матеріалу / С.О. Альфавіцька, М.М. Николишин, В.К. Опанасович, М.С. Слободян // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2015, спецвипуск. – С. 21-27.

7. Кушнір Р.М. Пружний та пружно-пластичний граничний стан оболонок з дефектами/ Кушнір Р.М., Николишин М.М., Осадчук В.А. – Львів: СПОЛОМ, 2003. – 320 с.