

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ**

*На правах рукопису*

**МАЄВСЬКИЙ ОЛЕКСІЙ ВІКТОРОВИЧ**

УДК 004.942 + 519.876.5

**ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ АНАЛІЗУ СТОХАСТИЧНО  
ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ**

*05.13.06 – інформаційні технології*

Дисертація на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Науковий керівник:  
доктор технічних наук,  
професор, зав. кафедри  
комп'ютерних наук ТНТУ  
Приймак М.В.

Тернопіль – 2017

## ЗМІСТ

|                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ .....                                                                               | 6  |
| ВСТУП .....                                                                                                                          | 9  |
| РОЗДІЛ 1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПОТОКІВ ТА ОСНОВНІ<br>ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ .....                      | 19 |
| 1.1 Витоки задач та методів дослідження потоків.....                                                                                 | 19 |
| 1.2 Загальне поняття потоку та способи задання потоків.....                                                                          | 23 |
| 1.3 Найпростіший потік та оцінка його інтенсивності.....                                                                             | 25 |
| 1.4 Нестационарні пуассонівські потоки.....                                                                                          | 29 |
| 1.5 Стохастично періодичні потоки .....                                                                                              | 31 |
| 1.6 Стохастично періодичні потоки як вхідні потоки системи масового<br>обслуговування та основні задачі аналізу таких систем.....    | 33 |
| 1.7 Інформаційні технології аналізу стохастично періодичних потоків .                                                                | 36 |
| 1.8 Комп'ютерний експеримент в задачах аналізу стохастично<br>періодичних потоків та оптимізації систем масового обслуговування..... | 37 |
| 1.9 Постановка задачі розробки інформаційних технологій аналізу<br>стохастично періодичних потоків .....                             | 38 |
| Висновки до першого розділу.....                                                                                                     | 38 |
| РОЗДІЛ 2 ПЕРІОДИЧНІ ПУАССОНІВСЬКІ ПОТОКИ ТА ОЦІНКА<br>ІНТЕНСИВНОСТІ ЇХ ОКРЕМОГО КЛАСУ – КУСКОВО СТАЦІОНАРНИХ<br>ПОТОКІВ .....        | 40 |
| 2.1 Схема інформаційних технологій в задачах аналізу потоків .....                                                                   | 40 |
| 2.2 Загальна характеристика стану досліджень періодичних<br>пуассонівських потоків.....                                              | 41 |
| 2.3 Періодичні пуассонівські потоки .....                                                                                            | 43 |
| 2.4 Задача оцінки періодичної інтенсивності періодичних пуассонівських<br>потоків та можливості її розв'язання .....                 | 45 |
| 2.5 Періодичні і періодично корельовані процеси та оцінка їх періодичних<br>ймовірнісних характеристик .....                         | 46 |

|                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.5.1 $\varphi$ -серії та методи статистичного аналізу періодичних і періодично корельованих процесів.....           | 47 |
| 2.5.2 Порівняльний аналіз періодичних пуассонівських потоків і періодичних та періодично корельованих процесів ..... | 51 |
| 2.6 Можливості статистичного аналізу нестационарних пуассонівських потоків .....                                     | 52 |
| 2.7 Періодичні пуассонівські кусково стаціонарні і кусково лінійні потоки .....                                      | 58 |
| 2.8 Оцінка інтенсивності періодичного пуассонівського кусково стаціонарного потоку .....                             | 61 |
| 2.9 Інформаційна технологія оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків .....       | 64 |
| 2.10 Оцінка інтенсивності викликів у диспетчерську службу КЗ ТОВ «ЦЕМД та МК».....                                   | 72 |
| Висновки до другого розділу .....                                                                                    | 79 |
| РОЗДІЛ 3 ІНТЕРВАЛЬНИЙ ПЕРІОДИЧНИЙ ПРОЦЕС ТА МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ РЕКУРЕНТНИХ ПОТОКІВ .....                 | 81 |
| 3.1 Потоки з обмеженою післядією та їх частинні випадки.....                                                         | 82 |
| 3.2 Рекурентні потоки.....                                                                                           | 83 |
| 3.3 Інтервальний потік (процес) .....                                                                                | 86 |
| 3.4 Стаціонарні та періодичні інтервальні потоки .....                                                               | 88 |
| Висновки до розділу 3 .....                                                                                          | 91 |
| РОЗДІЛ 4 СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНІ ПОТОКИ ТА СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ МАРКІВСЬКОГО ТИПУ.....                     | 92 |
| 4.1 Загальні відомості про магнітні збурення та їх вплив на серцево-судинні захворювання.....                        | 93 |
| 4.2 Необхідні відомості із методики побудови конструктивних моделей стохастично періодичних процесів .....           | 96 |
| 4.3 Побудова моделі стохастично періодичних магнітних збурень та їх статистичний аналіз .....                        | 97 |

|                                                                                                                        |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.4 Стохастична періодичність графіків електронавантажень системи електропостачання .....                              | 104 |
| 4.5 Гістограмний аналіз періодичних потоків і процесів та його використання в прикладних дослідженнях .....            | 107 |
| 4.6 Системи масового обслуговування марківського типу в умовах стохастичної періодичності.....                         | 113 |
| 4.6.1 Умова марковості системи масового обслуговування.....                                                            | 113 |
| 4.6.2 Електропостачальна система як система масового обслуговування марківського типу .....                            | 114 |
| 4.6.3 Дослідження енергоспоживання на основі періодичного ланцюга Маркова та оцінка його матриць переходів .....       | 116 |
| 4.6.4 Оцінювання матриць переходів системи електропостачання....                                                       | 117 |
| Висновки до розділу 4 .....                                                                                            | 119 |
| РОЗДІЛ 5 КОМП'ЮТЕРНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ПРАВИЛЬНОСТІ ЗАСОБІВ ДОСЛІДЖЕННЯ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ ..... | 121 |
| 5.1 Основні складові комп'ютерного експерименту для аналізу стохастично періодичних потоків .....                      | 122 |
| 5.2 Стаціонарні білі шуми з неперервним та дискретним аргументами та їх імітаційне моделювання .....                   | 125 |
| 5.3 Базовий білий шум та методи його імітаційного моделювання .....                                                    | 128 |
| 5.4 Моделювання білого шуму з заданою функцією розподілу .....                                                         | 133 |
| 5.4.1 Моделювання білого шуму з дискретним розподілом .....                                                            | 133 |
| 5.4.2 Моделювання білого шуму з неперервним розподілом .....                                                           | 135 |
| 5.5 Імітаційне моделювання періодичних кусково стаціонарних потоків .....                                              | 136 |
| 5.5.1 Алгоритм імітаційного моделювання періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків.....                   | 137 |
| 5.5.2 Алгоритм імітаційного моделювання періодичних рекурентних кусково стаціонарних потоків.....                      | 139 |

|                                                                                                                              |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.5.3 Інформаційна технологія комп'ютерного експерименту аналізу<br>стохастично періодичних потоків .....                    | 142 |
| 5.5.4 Імітаційне моделювання періодичного пуассонівського кусково<br>стаціонарних потоку .....                               | 147 |
| 5.6 Блок-схема комп'ютерного експерименту для перевірки правильності<br>засобів аналізу стохастично періодичних потоків..... | 149 |
| Висновки до п'ятого розділу .....                                                                                            | 150 |
| ВИСНОВКИ.....                                                                                                                | 152 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....                                                                                              | 154 |
| ДОДАТКИ.....                                                                                                                 | 168 |

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ ТА ТЕРМІНІВ

$\xi(t)$  – потік (випадковий процес).

$\tau(t)$  – інтервальний процес.

$x(t)$  – реалізація (результат спостереження; конкретні дані спостереження) потоку.

$T$  – період потоку.

$[t_j, t_{j+1})$ ,  $[t_j, t_j + \tau_j)$  – інтервали, на яких визначається приріст потоку.

$\tau$ ,  $\tau_j$  – довжина інтервалів.

$\xi(t_j; \tau_j) = \xi(t_j + \tau_j) - \xi(t_j)$  – приріст потоку, тобто число подій, що відбулися на інтервалі  $(t_j, t_j + \tau_j)$ .

$\bar{\tau} = (\tau_1, \dots, \tau_j, \dots, \tau_n)$  – вектор інтервалів стаціонарності потоку на інтервалі  $[0, T)$ .

$\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n)$  – вектор інтенсивностей потоку на інтервалі  $[0, T)$ .

$L(\lambda)$  – функція правдоподібності для розподілу Пуассона із параметром  $\lambda$ .

$\hat{\lambda}$  – оцінка параметра  $\lambda$ .

$\bar{\hat{\lambda}} = (\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_j, \dots, \hat{\lambda}_n)$  – оцінка вектора інтенсивностей потоку на інтервалі  $[0, T)$ .

$\lambda$  – параметр потоку.

$MX(t)$  – математичне сподівання (середнє значення) кількості викликів, що надходять в систему за проміжок часу  $t$ .

$\mu$  – інтенсивність стаціонарного потоку.

$\Lambda$  – провідна функція.

$F(x)$  – функція розподілу.

$\tau$  – довжина інтервалу.

$\lambda(t)$  – оцінка періодичної інтенсивності.

$\xi_i(l)$  – вкладений процес.

$t_0$  – довільна точка (фаза).

$x(t)$  – реалізація періодично корельованого (періодичного) процесу.

$\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k)$  – вектор невідомих параметрів.

$\hat{a}$  – оцінка вектора.

$s$  – подія.

$\lambda_j$  – інтенсивність потоку.

$\bar{\tau} = (\tau_1, \dots, \tau_j, \dots, \tau_n)$  – вектор тривалостей стаціонарності.

$s(i, j)$  – кількість подій.

$S(j)$  – сума подій.

КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» – Комунальний заклад Тернопільської обласної ради «Центр екстреної медичної допомоги та медицини катастроф».

ППКЛП – періодичний пуассонівський кусково лінійний потік.

ППКСП – періодичний пуассонівський кусково стаціонарний потік.

ППП – періодичний пуассонівський потік.

ПРКСП – періодичний рекурентний кусково стаціонарний потік.

СМО – система масового обслуговування.

СПП – стохастично періодичний потік.

ТМО – теорія масового обслуговування.

ТП – теорія потоків.

Найпростіший потік – потік, що задовільняє трьом умовам – стаціонарності, відсутності післядії та ординарності.

Стохастична періодичність – потік, що характеризується двома особливостями: випадковістю та періодичністю певних ймовірнісних характеристик цих потоків.

Стохастично періодичний потік – потік, якщо періодичними (з одним і тим же періодом) є його певні ймовірнісні характеристики: функція розподілу, параметри тощо.

Якщо подіями є звернення в систему обслуговування, то такий потік називається потоком замовлень (звернень, вимог, подій), вхідним потоком або просто потоком.

## ВСТУП

Одним із напрямків інформаційних технологій є аналіз та дослідження різноманітних сигналів, виявлення в них тих чи інших характерних ознак, оцінка інформативних параметрів. Чільне місце серед досліджуваних сигналів займають потоки подій (явищ, викликів, звернень), наглядними прикладами яких є потоки автомобілів, виклики у диспетчерську службу швидкої допомоги, підключення споживачів електроенергії, звернення користувачів в різноманітні системи масового обслуговування (СМО). В останні десятиліття множина потоків поповнилася ще одним їх видом – потоками звернень в локальні (регіональні) мережі або глобальну мережу Інтернет.

Потоки іноді розглядають як окремий об'єкт дослідження, проте більш часто як невід'ємну складову СМО. Вважається [13, 14, 104], що дослідження потоків бере свій початок із опублікованих в 1908-1922 рр. робіт А. Ерланга, в яких розглядалися задачі впорядкування роботи телефонної мережі в залежності від потоку звернень абонентів. Якщо ж звернутися до одного із прикладів потоків – виникнення сонячних плям, то можна стверджувати, що дослідження потоків мають більш давнішу історію [1, 2, 106] і стосуються ці дослідження інтенсивності плямоутворення та визначення її періоду (Г. Швабе, 1843 р., період  $T \approx 10$  р.; Х. Вольф, 1848 р., період  $T \approx 11$  р.; А. Шустер,  $T \approx 11.125$  р.).

Добре вивченими і зручними в користуванні є найпростіші (стаціонарні пуассонівські) потоки (О. Хінчин, К. Пальма, Ф. Плачек, В. Феллер, Б. Гнеденко, І. Коваленко, А. Боровков, Д. Кокс, У. Сміт, Т. Сааті, М. Бусленко, Дж. Кінгман), для них розроблені методи і програмне забезпечення їх аналізу. Проте, в інженерній практиці часто виникає потреба дослідження потоків, характерною особливістю яких є стохастична періодичність. Під цим терміном будемо розуміти потоки, що характеризуються двома особливостями: випадковістю та періодичністю певних ймовірнісних характеристик цих потоків.

Стохастично періодичними є вхідні потоки більшості СМО, якщо їх розглядати на часових інтервалах, співрозмірних із добою, тижнем [104, 110]. Це

виклики у диспетчерські служби швидкої допомоги [54, 107-109, 111], потоки викликів в телефонії [70, 97], посадки і злети літаків в аеропортах, підключення споживачів в системи електро- та газоспоживання [59, 60, 79, 116], потоки машин на трасах [12, 68], звернення користувачів в служби Інтернет тощо [101]. Приклади стохастично періодичних потоків (СПП) зустрічаються в акустиці, астрономії.

Детальний аналіз та оптимізація роботи системи охорони здоров'я на основі теорії масового обслуговування може скоротити час очікування пацієнтів, зменшити витрати на утримання медичних служб та запобігти їх критичному перевантаженню [107], однак на даний час практично немає досліджень СМО, виконаних з врахуванням специфіки медичної галузі, зокрема служби швидкої допомоги.

Виклики служби швидкої допомоги моделювалися в роботі [108] з використанням моделі, яка базувалася на розподілі Пуассона. При цьому використовувалася статистика з 8 районів щодо часу виклику, типу виклику (терміновий, не терміновий, перевезення між госпіталями), місце знаходження пацієнта, вид медичного страхування та моделювалися час обслуговування виклику та загальні витрати. Результати даного дослідження використовуються тільки з освітньою метою.

На відміну від добре розвинутої теорії та методів обробки стаціонарних пуассонівських потоків, СПП – пуассонівські, рекурентні та інші, вивчені значно менше. У випадках, коли ці потоки є входними для СМО, відсутні аналітичні методи та інформаційні технології підвищення ефективності функціонування такого роду систем. Саме такою є ситуація у диспетчерських службах швидкої допомоги, входний потік викликів у які є стохастично періодичним з періодами  $T = 24$  год.,  $T = 1$  рік. Підвищення точності і всебічності аналізу СПП могла б вплинути на вирішення задач підвищення ефективності функціонування відповідних систем.

З точки зору інформаційних технологій, щоб була можливість дослідження СПП, необхідне програмне забезпечення. Проте, для його

створення спершу потрібно розробити відповідні алгоритми аналізу таких потоків. В свою чергу, розробка алгоритмів відбувається не спонтанно, а базується на відповідній моделі потоків. Враховуючи ці зауваження, для аналізу СПП найбільш перспективним є підхід, суть якого виражається тріадою «модель – алгоритм – програма» [80, 89, 90].

Найважливішою складовою тріади є модель, оскільки в залежності від того, наскільки модель приведена у відповідність до потоку, вдало враховує його стохастичну періодичність, наскільки придатна для розробки на її основі алгоритмів, настільки вдалими і корисними будуть алгоритми.

Аналіз літературних джерел показує, що моделі СПП практично відсутні за винятком окремих спроб їх обґрунтування. Наприклад, зустрічаються звернення до стохастично періодичних пуассонівських потоків, але лише з позиції, що їх інтенсивність є періодичною [14, 15, 34]. Проте такий підхід до визначення класу потоків не є коректним, оскільки періодичність інтенсивності є наслідком стохастичної періодичності потоку, а не її причиною. Іноді для опису стохастично періодичних пуассонівських потоків використовують адитивну модель у вигляді суми стаціонарного потоку та періодичного тренду [100, 102]. Однак, адитивна модель, по-перше, є описовою, по-друге, дозволяє врахувати періодичність лише математичного сподівання. Загалом згадані моделі є «обмеженими» в своїх можливостях щодо дослідження реальних потоків методами математичної статистики.

Заслуговує уваги робота [30], де введено клас випадкових процесів з незалежними періодичними приростами, частинними випадками яких є періодичні пуассонівські процеси і вінерівські періодичні процеси. Наявність таких процесів дає можливість не тільки використати їх як модель стохастично періодичних пуассонівських потоків, але і розглянути питання щодо можливості оцінки їх періодичної інтенсивності.

Крім стохастично періодичних пуассонівських потоків є ще інші класи потоків, для яких теж спостерігається стохастична періодичність, в першу чергу

це рекурентні потоки. Для таких потоків теж відсутні інформаційні технології їх аналізу із системним для цього підходом «модель – алгоритм – програма».

При розробці інформаційних технологій зустрічаємось ще з однією проблемою – це перевірка адекватності (відповідності) моделей СПП, в першу чергу пуассонівських і рекурентних, та перевірка достовірності методів їх дослідження. Для вирішення подібних задач використовуються різноманітні експерименти. В нашому випадку важливо розробити відповідний комп'ютерний експеримент.

Підсумовуючи проведений огляд проблемних задач щодо СПП, в концентрованій формі сформулюємо актуальність теми.

**Актуальність теми.** Значну долю потоків, переважно в системах масового обслуговування, для яких виникають потреби їх аналізу, складають стохастично періодичні потоки пуассонівського та рекурентного типів з можливими періодами доба, тиждень, рік. Проте огляд літературних джерел свідчить, що цим потокам особливої уваги не приділялось за винятком найпростіших потоків та деяких окремих випадків СПП пуассонівського типу. Враховуючи наведене, актуальною є задача розробки теоретично обґрунтованих інформаційних технологій, які дозволяли б здійснювати всебічний аналіз СПП пуассонівського та рекурентного типів, зокрема щоб включали:

- обґрунтування моделей СПП пуассонівського і рекурентного типів;
- розробку на базі моделей методів та алгоритмів їх статистичного аналізу;
- створення згідно алгоритмів програмного забезпечення аналізу потоків – оцінки їх періодичності інтенсивності та гістограмного аналізу;
- розробка комп'ютерного експерименту для перевірки адекватності моделей СПП та правильності методів і програмного забезпечення їх дослідження;
- аналіз реальних СПП та процесів на прикладі викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги міста Тернополя і графіків споживання електроенергії в місті Тернополі та використання отриманих результатів у

диспетчерських службах управління для підвищення ефективності функціонування відповідних систем

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Теоретичні і експериментальні дослідження, що складають основний зміст роботи, виконувалися у відповідності до планів навчальної та науково-дослідної роботи кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного технічного університету імені І. Пулюя, зокрема, науково-дослідних тем «Інформаційні технології статистичного аналізу і прогнозу ритмічних сигналів їх застосування для оптимізації управління енергонавантаженнями» (номер державної реєстрації 0102U002297), «Розробка на основі періодичних ланцюгів Маркова методів статистичного аналізу і прогнозу графіків енергонавантажень» (номер державної реєстрації 0105U000743), «Інформаційно-обчислювальна система обліку, аналізу та прогнозу енергоносіїв в задачах підвищення ефективності енергозбереження» (номер державної реєстрації 0110U002262). Основні результати роботи використовуються в Комунальному закладі Тернопільської обласної ради «Центрі екстреної медичної допомоги та медицини катастроф» (КЗ ТОР «ЦЕМД та МК»), Тернопільському міському районі електричних мереж (РЕМ), Комунальному закладі Тернопільської обласної ради «Тернопільська університетська лікарня» та навчальному процесі для студентів спеціальностей «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» та «Системний аналіз» Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

**Мета і задачі досліджень.** Метою дисертаційної роботи є створення інформаційних технологій аналізу стохастично періодичних потоків пуассонівського і рекурентного типів, які дають можливість підвищити ефективність відповідних систем масового обслуговування, що функціонують в умовах ритміки.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні завдання:

1. Обґрунтувати концепцію розробки інформаційної технології аналізу стохастично періодичних потоків пуассонівського типу за схемою «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп'ютерний експеримент».

2. Визначити новий клас потоків – періодичні пуассонівські потоки, виділити із них клас періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків і побудувати оцінку їх інтенсивності.

3. Закласти основи теорії рекурентних потоків з неперервним аргументом та побудувати модель СПП рекурентного типу, придатну для оцінки її інтенсивності та імітаційного моделювання.

4. Розробити метод гістограмного аналізу СПП і процесів.

5. Застосувати методи дослідження СПП і процесів для обробки реальних потоків.

6. Розробити комп'ютерний експеримент як складову інформаційної технології для перевірки адекватності моделей та правильності методів аналізу стохастично періодичних пуассонівських і рекурентних потоків.

**Об'єкт дослідження** – стохастично періодичні потоки подій в системах масового обслуговування.

**Предмет дослідження** – інформаційні технології аналізу стохастично періодичних потоків, в основі яких лежить схема «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп'ютерний експеримент».

**Методи дослідження** базуються на використанні теорії випадкових процесів і математичної статистики, методів імітаційного моделювання, програмування та комп'ютерного експерименту.

**Наукова новизна одержаних результатів:**

1. Вперше обґрунтовано модель СПП пуассонівського типу як основну складову інформаційної технології у вигляді періодичного пуассонівського потоку, яка на відміну від відомих моделей, що ґрунтуються на періодичності інтенсивності потоку, враховує періодичність ймовірності приростів потоку і тим вказує на причину виникнення періодичної інтенсивності та надає можливість розробки методу її оцінки.

2. Вперше доведено, що однозначну оцінку інтенсивності пуассонівського потоку можна отримати лише у випадку, коли інтенсивність залежить тільки від одного невідомого параметра. На основі цього твердження із

множини періодичних пуассонівських потоків вперше виділено клас періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, які використано як модель реальних потоків та побудовано оцінку їх періодичної інтенсивності.

3. Вперше дано означення інтервального випадкового процесу, і на його основі обґрунтовано модель стохастично періодичних рекурентних потоків у вигляді періодичних рекурентних кусково стаціонарних потоків, для яких, подібно до періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, можливо знаходити оцінку їх інтенсивності та здійснювати їх імітаційне моделювання.

4. Вперше розроблено метод імітаційного моделювання періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, що входить в комп'ютерний експеримент.

**Практичне значення одержаних результатів.** Отримані результати теоретичних досліджень стохастично періодичних пуассонівських і рекурентних потоків доведені до остаточних розрахунків і програмних продуктів. До результатів, які мають практичне застосування, належать:

1. Програмне забезпечення як складова інформаційної технології знаходження оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, використання якого в диспетчерських службах швидкої допомоги надає можливість підвищення ефективності їх функціонування шляхом вироблення рекомендацій щодо оптимізації кількості обслуговуючих одиниць залежно від години доби, пори року тощо.

2. Програмне забезпечення, що входить в інформаційну технологію, для оцінки періодичних ймовірнісних характеристик (математичного сподівання, середньоквадратичного відхилення, матриць переходів) графіків споживання електроенергії надає можливість диспетчерським службам електропостачальних систем здійснювати розрахунок прогнозних графіків електроспоживання, що є одним із шляхів вирішення задач енергозбереження.

3. Гістограмний аналіз СПП, що дозволяє визначити тип розподілу інтервалів потоку, вибрати відповідний метод його дослідження та

використовувати отримані результати аналізу для задач оптимізації відповідних СМО.

4. Методика проведення комп'ютерного експерименту, як елементу інформаційної технології, дозволяє здійснювати перевірку адекватності моделей та методів аналізу СПП пуассонівського і рекурентного типів. При цьому позитивний результат перевірки підтверджує можливість використання розроблених програмних продуктів для дослідження реальних потоків, негативний вказує на необхідність доопрацювання чи вдосконалення моделі та методів аналізу.

5. Методи аналізу СПП та процесів, отримані із використанням розробленого програмного забезпечення як складової інформаційної технології рекомендовані до використання в СМО з метою підвищення ефективності їх функціонування.

Результати дисертаційної роботи впроваджено і використовуються:

- у комунальному закладі Тернопільської обласної ради «Центр екстреної медичної допомоги та медицини катастроф»;
- у Тернопільському міському РЕМ;
- у комунальному закладі Тернопільської обласної ради «Тернопільська університетська лікарня» (Тернопільська обласна лікарня).
- в навчальному процесі ТНТУ ім. І. Пулюя, на кафедрі комп'ютерних наук при проведенні лекційних і лабораторних робіт з курсів «Методи та системи підтримки прийняття рішень», «Технології підтримки прийняття рішень», «Інтелектуальний аналіз даних», «Моделювання систем», «Основи теорії інформації», «Системи масового обслуговування», «Теорія прийняття рішень», «Чисельні методи».

Використання результатів дисертаційного дослідження підтверджено відповідними актами впровадження, наведеними у додатках.

**Особистий внесок здобувача.** Наукові положення та основні результати, які містяться в дисертації, отримані здобувачем самостійно. В роботах, опублікованих в співавторстві, дисертанту належать: [52] – обґрунтування однієї

із причин, що породжує стохастичну періодичність СМО; [65] – написання програмного забезпечення для оцінки періодичного математичного сподівання графіків споживання електроенергії; [85] – розробка методу оцінки інтенсивності періодичного пуассонівського потоку; [36, 46] – написання програмного забезпечення гістограмного аналізу магнітних збурень із урахуванням їх добової періодичності як складової інформаційної технології; [64] – розробка схеми комп’ютерного експерименту для аналізу СПП як елементу інформаційної технології; [112] – обґрунтування можливості використання періодичних ланцюгів Маркова для опису стохастично періодичних систем марківського типу; [41, 45] – обґрунтування впливу збурень магнітного поля Землі на інтенсивність захворюваності людей; [47] – розробка алгоритму оцінки густини ймовірностей періодичного процесу; [35, 48] – розробка методу оцінки математичного сподівання водоспоживання з врахуванням добової періодичності; [23, 43, 44, 49, 50, 55, 56, 83] – обґрунтування моделі СПП пуассонівського типу та методів їх аналізу; [37] – розробка способу аналізу тривалостей обслуговування вимог для стохастично періодичних СМО; [22] – розробка класифікації рекурентних потоків; [32] – розробка алгоритму моделювання кардіосигналів.

**Апробація результатів дисертації.** Результати роботи опубліковано та обговорювались на міжнародних та всеукраїнських наукових конференціях, зокрема на: V Міжнародній науково-технічній конференції «Інформаційно-діагностичні системи» (м. Київ, 2003 р.); Всеукраїнській науковій конференції «Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу» (м. Івано-Франківськ, 2012 р.); Шостій міжнародній науково-практичній конференції «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси ПРТК-2013» (м. Київ, 2013 р.); 15 міжнародній науковій конференції ім. акад. М.Кравчука (м. Київ, 2014 р.); Міжнародній науково-технічній конференції Харківського національного університету ім. В.Н.Каразіна (м. Харків, 2014 р.); XII Міжнародній конференції «Контроль і управління в складних системах (КУСС-2014)» (м. Вінниця, 2014 р.); 17-ій міжнародній науковій конференції

ім. акад. М.Кравчука (м. Київ, 2016 р.); Міжнародній науково-технічній конференції Харківського національного університету ім. В.Н.Каразіна (м. Харків, 2016 р.); об'єднаному засіданні міжнародного наукового семінару «Чисельне моделювання методами дискретних особливостей в математичній фізиці» і секції «Математичне моделювання фізичних і технологічних процесів» Міжнародної науково-технічної конференції «Комп'ютерне моделювання в наукоємних технологіях» (КМНТ-2016) Харківського національного університету ім. В.Н.Каразіна (м. Харків, 2016 р.).

**Публікації.** За результатами досліджень опубліковано 30 наукових праць: 8 статей у фахових виданнях України, 1 з них одноосібна, чотири – входять до наукометричних баз даних з міжнародним індексом цитування Scopus, Ulrich's Web GlobalSerials Directory, EBSCOhost databases, Index Copernicus, РИНЦ, 22 тез доповідей у збірниках матеріалів конференцій, а також 3 звіти по НДР.

**Структура і обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається із вступу, 5 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 185 сторінок, з яких 167 сторінок основного тексту, додатків на 18 сторінках, список літератури налічує 116 найменувань.

## РОЗДІЛ 1

### ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ПОТОКІВ ТА ОСНОВНІ ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ

Потоки нас оточують всюди, вони пронизують навколишнє середовище, життя в цілому. Щоб переконатися в цьому, варто згадати про потоки машин на трасах, потоки звернень в СМО, наприклад, в суди, в диспетчерські служби швидкої допомоги. В останні роки неможливо уявити існування людини без інформаційних потоків.

#### 1.1 Витоки задач та методів дослідження потоків

Коли йде мова про потоки, їх розглядають як самостійний об'єкт дослідження, або розглядають як невід'ємну складову СМО. Для останнього випадку можливий поділ потоків на вхідний потік замовлень (вимог), потік відмов і вихідний потік виконаних замовлень. Побутує думка, що дослідження потоків, розглядаючи їх як складову СМО, започаткував датський інженер А. Ерланг (1878-1929 рр.), багатолітній співробітник Копенгагенської телефонної компанії. Загалом же, як зазначається в [13, с.4], задачі, розглянуті А. Ерлангом, були викликані до життя бажанням впорядкувати роботу телефонної мережі і розробити методи, які б дозволяли наперед розраховувати якість обслуговування замовлень (викликів, вимог). Основні дослідження А. Ерланга відносяться до 1908-1922 рр., зокрема, в 1909 році була опублікована його робота «Теорія ймовірностей і телефонні переговори». Як наголошується в [14, с.5], інтерес до проблем, висунутих А. Ерлангом, надзвичайно виріс. В результаті значно збільшилося число математиків і інженерів, а також економістів, що цікавляться і розробляють подібні проблеми. Їх роботи сприяли появі і становленню теорії масового обслуговування (ТМО) і її складової – теорії і методів дослідження потоків, про що свідчить той факт, що один із видів потоків носить назву потоків А. Ерланга.

Незважаючи на одностайність тверджень, що А. Ерланг є основоположником теоретичних досліджень СМО і потоків зокрема, цікаве зауваження щодо історії започаткування дослідження цих наукових напрямків знаходимо в [31, с.3], де з посиланням на [105] говориться, що «як попередника А. Ерланга слід згадати Іоханнсена, чия стаття «Час очікування і число викликів» вийшла в світ в 1907 році». Зауважимо, що перевірити цю думку нам не вдалося через відсутність в мережі Інтернет згаданої статті Іоханнсена та роботи [105].

В свою чергу, якщо звернутися до одного із прикладів потоків – утворення сонячних плям, то можна стверджувати, що вивчення потоків має набагато глибшу історію і розпочалося воно на прикладі дослідження інтенсивності появи сонячних плям [1, 2, 5, 106]. На перших порах здійснювалася реєстрація сонячних плям, моменти появи яких і утворюють потік. Для їх дослідження числовими методами утворювали ряди (послідовності) чисел, кожне з яких було кількісною мірою плям, утворених на Сонці за певний інтервал часу, наприклад, за місяць. Для наочності ці ряди подавали у вигляді графіків. Один із таких графіків за період з 1700 р. до 2000 р. запозичений із [57, с.30] і показаний на рис. 1.1.

Аналізуючи їх, в 1843 році Г. Швабе відкрив, що для процесу утворення сонячних плям характерна періодичність із середнім періодом 10 років. Дещо пізніше Х. Вольф отримав більш точне значення згаданого періоду – приблизно 11 років, а в 1848 році ввів широко поширене поняття відносного числа сонячних плям (числа Вольфа) – як міру інтенсивності плямоутворення, яка успішно використовується в різноманітних задачах їх аналізу.

Окремий етап в дослідженні сонячних плям, а по суті СПП, посідають дослідження А. Шустера [57]. Виходячи із наглядної «періодичності» послідовності (ряду) чисел сонячних плям, А. Шустер запропонував спосіб їх аналізу, що отримав назву періодограманалізу. В основі цього методу лежало припущення, що ряд із чисел сонячних плям утворюється синусоїдами і косинусоїдами різних частот, а задача аналізу цього ряду зводилася до виявлення в ньому прихованих періодичностей. А. Шустер виконав обробку

середньомісячних значень числа сонячних плям за період з 1749 до 1894 р., і при цьому отримав оцінку періоду, рівну 11,125 року.

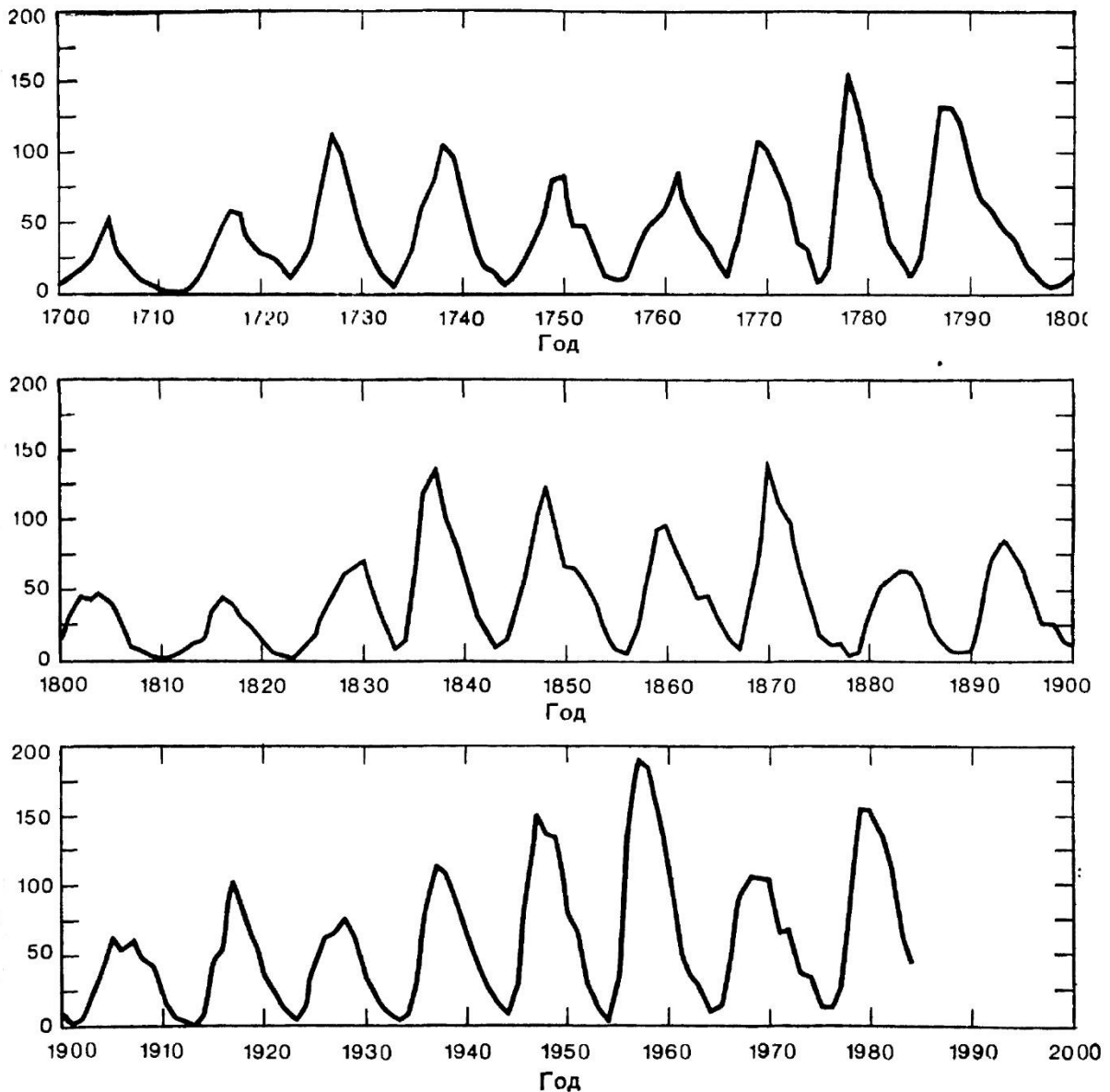


Рисунок 1.1 – Графік значень сонячних плямоутворень

Ще один підхід до дослідження числа (потіку) сонячних плям запропонував Дж. Юл (1928 р.), для цього він в якості моделі потоку використав процес авторегресії і всі подальші дослідження здійснював на базі цієї моделі.

Інтерес до проблем, піднятих А. Ерлангом щодо проектування і експлуатації телефонних станцій, з часом значно виріс, зокрема з'явився широкий інтерес до вивчення потоків. Причина такої зацікавленості викликана

тим, що принципові схеми більшості СМО по суті співпадають, і тому є сенс говорити про їх загальну схему. Для прикладу типова схема системи масового обслуговування та її основні складові зображена на рис. 1.2.

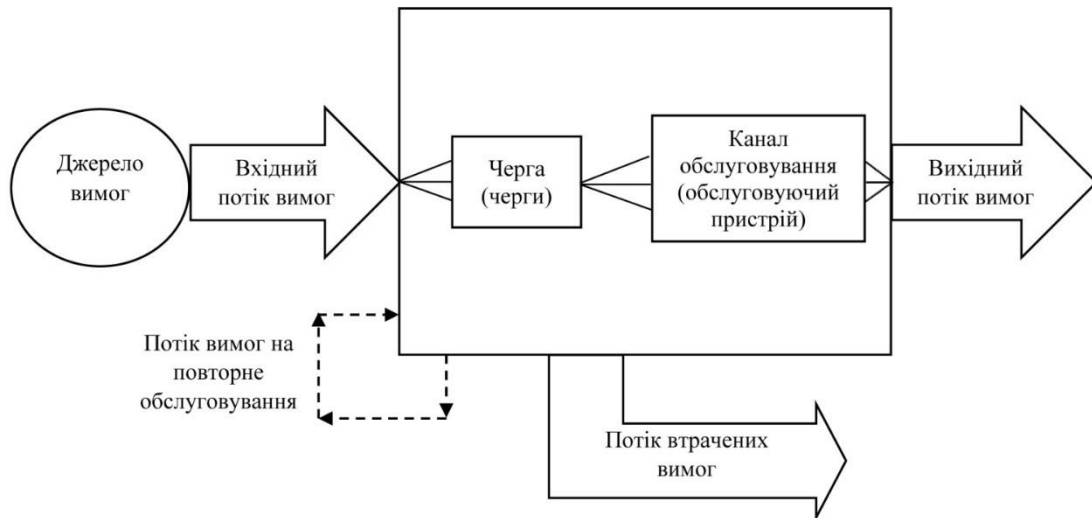


Рисунок 1.2 – Загальна схема системи масового обслуговування

Як об'єкт інформаційних технологій СМО характеризуються наступними елементами [13, 14, 20, 87, 103]:

- вхідний потік замовлень;
- черга;
- канали (лінії) обслуговування;
- вихідний потік виконаних замовлень.

Оскільки загальні схеми СМО та їх основні складові практично співпадають, то і задачі типу телефонних, що виникають в різних областях досліджень – в техніці, економіці, транспорті, організації виробництва тощо, теж суттєво не відрізняються.

Проблемами СМО зацікавилися математики, економісти, інженери. Значний розвиток теорія таких систем отримала в 30-50 рр. XX ст. в роботах К. Пальма (Швеція), Ф. Плачека (Франція), В. Феллера (США). Особливий внесок в розвиток цієї теорії зробив Олександр Якович Хінчин (1894-1959) (СРСР). В роботі [103] О. Хінчин визначив основні поняття і заклав основи ТМО. Зауважимо, що хоча робота [103], яку можна знайти також в збірнику праць

[103], була опублікована в 1955 році, привертає увагу науковців до цього часу. Сформованому напрямку досліджень СМО О. Хінчин запропонував назву «Теорія масового обслуговування» (ТМО), хоча в зарубіжній літературі теорію масового обслуговування називають теорією черг. В останні роки все частіше зустрічається назва «Теорія потоків» (ТП). Значний внесок в розвиток і популяризацію ТМО зробили Б. Гнеденко, І. Коваленко, А. Боровков, Д. Кокс, У. Сміт, Т. Сааті, О. Вентцель та інші. Звичайно, що в цих дослідженнях, особливо в роботах О. Хінчина, увага приділялася і вивченню потоків. Щоб розглянути стан вивчення потоків та висвітлити деякі актуальні задачі їх подальшого дослідження, нагадаємо спочатку способи задання потоків.

## 1.2 Загальне поняття потоку та способи задання потоків

В загальному випадку потоком називають послідовність подій, що відбуваються в деякі моменти часу, причому ці моменти в переважній більшості є випадковими. Якщо подіями є звернення в систему обслуговування, то такий потік називається потоком замовлень (звернень, вимог, подій), вхідним потоком або просто потоком.

Способи задання потоків. Є три основних способи опису потоків, які між собою взаємопов'язані. Наведемо їх, дотримуючись при цьому [14, 20, 26, 87, 95, 103, 104].

Потік як випадковий процес. Потік можна розглядати як випадковий процес

$$\xi(t), t \geq 0, \quad (1.1)$$

що визначає число подій, які відбулися за проміжок часу  $(0, t)$ . Графіки реалізацій процесу (1.1) мають стрибкоподібний характер із стрибками (розривами) одиничної висоти, що відбуваються в моменти  $t_i$  надходження замовлень між розривами, значення реалізації є постійною величиною, рівною

кількості замовлень, які надійшли на даний момент часу  $t$ . Один із графіків потоку зображений на рис. 1.3.

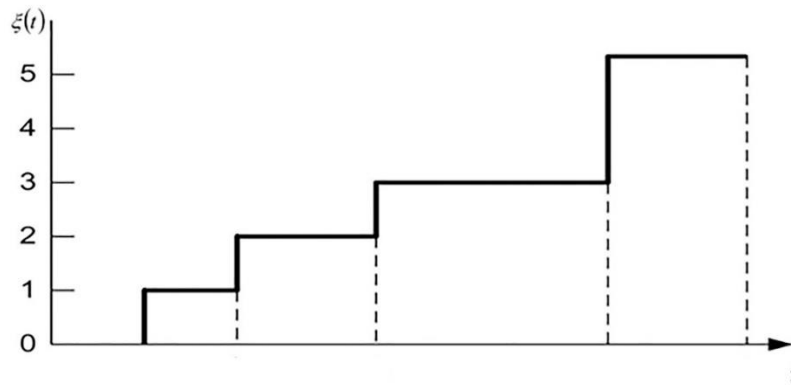


Рисунок 1.3 – Потік як випадковий процес  $\xi(t)$ ,  $t \geq 0$

Потік як послідовність випадкових точок. Нехай  $t_0, t_1, \dots, t_i, \dots$ ,  $t_0 = 0$ , – моменти часу, в які відбуваються події (рис. 1.3). Якщо ці моменти розглядати як послідовність випадкових величин (точок)

$$t_0, t_1, \dots, t_i, \dots, t_0 = 0, 0 < t_1 < t_2 < \dots \quad (1.2)$$

задану на осі часу  $[0, \infty)$ , то таку послідовність називають потоком, іноді точковим процесом [20].

Потік як послідовність випадкових величин (інтервалів). Якщо послідовність  $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$ ,  $t_0 = 0$  – це моменти надходження замовлень, тоді різниці  $t_k - t_{k-1} \stackrel{df}{=} \tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$  визначають інтервали (проміжки) часу між  $k-1$ -ю і  $k$ -ю подіями (викликами), показаними на рис. 1.4. Оскільки моменти  $t_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , є випадковими величинами, то інтервали  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , теж будуть випадковими. Сам же потік розглядається як послідовність випадкових величин (інтервалів).

$$\tau_k, k = 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

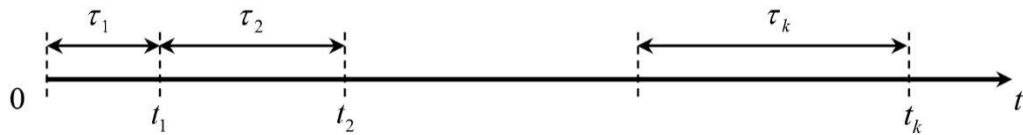


Рисунок 1.4 – Потік як послідовність моментів часу  $t_1, \dots, t_k, \dots, t_0 = 0$ , в які надходять замовлення, або як послідовність  $\tau_k, k = 1, 2, \dots$  – інтервалів (проміжків) часу між сусідніми замовленнями

Взаємозв'язок між способами задання потоків. Способи подання потоків у вигляді (1.1), (1.2) і (1.3) взаємопов'язані, тобто потік, описаний одним із трьох способів може бути описаний і в розумінні двох інших [14, 20, 87, 103, с. 41]. Якщо, наприклад, відомі інтервали  $\tau_k, k = 1, 2, \dots$ , що входять в (1.3), то моменти  $t_k$  для (1.2) знаходяться за формулою  $t_k = \sum_{i=1}^k \tau_i, k \geq 1, t_0 = 0$ . Коли згідно (1.1) відомим є потік  $\xi(t)$ , то моментами  $t_k$  в послідовності (1.2) є точки, в яких цей потік терпить розриви. Навпаки, якщо потік заданий у вигляді послідовності (1.2), то потік  $\xi(t)$  визначається згідно однієї із формул

$$\xi(t) = \max\{n, t_n \leq t\} \text{ або } \xi(t) = n, t_n \leq t \leq t_{n+1}.$$

Із останніх формул видно, що процес  $\xi(t)$  описує кількість стрибків, які зазнав цей процес  $\xi(t)$  на інтервалі  $(0, t)$  або те саме, що число замовлень, які надійшли за час  $t$ .

Вибір способу задання потоку суттєво залежить від задачі, яка розглядається.

### 1.3 Найпростіший потік та оцінка його інтенсивності

За своїми властивостями потоки можуть бути різних типів. Найбільш вивченими є найпростіші потоки, тобто потоки, що задовольняють умовам стаціонарності, відсутності післядії та ординарності. Нагадаємо суть цих властивостей [9, 61, 103, с. 8]:

а) Стационарність означає, що із плином часу ймовірнісні характеристики потоку не змінюються. Це означає, що ймовірність появи за проміжок часу  $(t, t + \Delta t)$  рівна  $k$  подій є функцією тільки значення  $\Delta t$ , тобто залежить тільки від величини проміжку  $\Delta t$  і не залежить від його розміщення на осі  $[0, \infty)$  ( $k$  може приймати значення  $0, 1, 2, \dots$ ):

$$P_k(t, t + \Delta t) = P_k(\Delta t).$$

б) Післядія означає залежність ймовірнісних характеристик потоку від попередніх подій [9, 61]. Іншими словами, ймовірність надходження  $k$  викликів за проміжок  $(t, t + \Delta t)$  залежить від числа  $k$ , величини проміжку  $\Delta t$ , а також залежить від того, скільки викликів і як ці виклики (в якій закономірності) надходили до моменту часу  $t$ . Відсутність післядії означає, що ймовірність надходження  $k$  вимог за проміжок  $(t, t + \Delta t)$  не залежить від того, скільки вимог і як вони надходили до моменту часу  $t$ . Умова відсутності післядії може бути сформульована і так: умовна ймовірність надходження  $k$  вимог за проміжок  $(t, t + \Delta t)$  при довільному припущенні про надходження вимог до цього проміжку (до моменту часу  $t$ ) співпадає із безумовною ймовірністю цієї ж події. Можна показати [9, 61], що із наведеного випливає важливий результат: надходження того чи іншого числа вимог в проміжки часу, що не перетинаються, є незалежними подіями. Ще одне тлумачення умови відсутності післядії знаходимо в [8, с.521], де говориться, що в цьому випадку «замовлення надходять в систему незалежно одне від одного».

в) Ординарність потоку. Ординарність означає практичну неможливість за короткий проміжок часу появи більше одного виклику. Іншими словами, ймовірність  $P_{>1}(\Delta t)$ , що означає надходження двох або більше викликів за довільний нескінченно малий проміжок часу,  $\Delta t$  є величина нескінченно мала більш високого порядку, ніж  $\Delta t$ , тобто

$$P_{>1}(\Delta t) = O(\Delta t).$$

Умову ординарності ще можна записати у вигляді відношення при  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$\frac{P_{>1}(\Delta t)}{\Delta t} \rightarrow 0.$$

Перераховані три умови спричиняють четверту, яка полягає в тому, що ймовірність появи однієї події за проміжок  $\Delta t$  рівна

$$P_1(\Delta t) = \lambda \Delta t + O(\Delta t).$$

Показано [14, 103, с.9-11], що для потоку, який характеризується стаціонарністю, відсутністю післядії і ординарністю, ймовірність того, що за час  $(0, t)$  в систему надійде  $k$  викликів, визначається формулою

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (1.4)$$

де  $\lambda$  – параметр потоку. Більше того, якщо розглядати довільний проміжок  $|t, t + \tau|$  довжиною  $\tau$ , то формула (1.4) набуває вигляду

$$P_k(\tau) = \frac{(\lambda \tau)^k}{k!} e^{-\lambda \tau}, \quad k = 0, 1, \dots. \quad (1.5)$$

Оскільки розподіл ймовірностей в (1.4) і (1.5) є розподілом Пуассона, то це було причиною того, що найпростіший потік називають стаціонарним пуассонівським потоком або стаціонарним потоком Пуассона. Варто також відзначити, що замість назви «пуассонівський потік» більш точною є назва «пуассонівський процес», який є моделлю потоку. Враховуючи, що ця робота має пряме відношення до ТМО, замість назви пуассонівський процес ми будемо переважно вживати термін пуассонівський потік. Загалом же потрібно

пам'ятати, що пуассонівський потік – це теж саме, що пуассонівський процес [63, с.763].

Принагідно зауважимо, що, з однієї сторони, процес Пуассона є частинним випадком процесу з незалежними приростами, з іншої – частинним випадком марківських процесів. Більш детально про ці закономірності мова буде йти нижче.

Знайдемо математичне сподівання (середнє значення) кількості викликів, що надходять в систему за проміжок часу  $t$  :

$$MX(t) = \sum_{k=0}^{\infty} k P_k(t) = \sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

Після нескладних перетворень отримаємо, що

$$MX(t) = \lambda t.$$

При  $t=1$  математичне сподівання  $MX(1) = \lambda$ . Математичне сподівання числа викликів за одиницю часу називають інтенсивністю стаціонарного потоку і позначають символом  $\mu$ . Отже, для найпростішого потоку  $\mu = \lambda$ . Якщо звернутися до інтерпретації параметра потоку  $\lambda$ , то говорять, що  $\lambda$  – це середнє значення кількості викликів (подій), що відбуваються за одиницю часу.

Потоки, що задовольняють трьом умовам – стаціонарності, відсутності післядії та ординарності, за пропозицією О. Хінчина називаються найпростішими [13, с.18]. Така назва спричинена, очевидно, тим, що, як показує практика, дослідження СМО, вхідний потік для яких є найпростішим, проводиться найбільш простим чином.

Для характеристики стаціонарного пуассонівського потоку, крім його інтенсивності  $\lambda$ , використовується також провідна функція  $\Lambda(\tau)$  [14, с.18; 103], що визначається як математичне сподівання числа подій, які відбулися за проміжок часу  $[t, t + \tau)$ :

$$\Lambda(\tau) = M\xi(\tau) = \int_t^{t+\tau} \lambda dt = \lambda \tau.$$

і використовується в методі максимальної правдоподібності при оцінці інтенсивності потоку.

Для побудови оцінки інтенсивності стаціонарного пуассонівського потоку використовується метод максимальної правдоподібності [26, с.315; 95, с.557]. Оцінку інтенсивності запишемо для двох основних випадків:

а) При спостереженні за стаціонарним пуассонівським потоком  $\xi(t)$  на інтервалі  $[t, t + \tau]$  зафіксовано  $s$  подій:  $\xi(t; \tau) = \xi(t + \tau) - \xi(t) = s$ . Оцінкою інтенсивності  $\lambda$  є величина

$$\hat{\lambda} = \frac{s}{\tau}.$$

б) В результаті спостережень за стаціонарним пуассонівським потоком на інтервалах  $[t_i, t_i + \tau_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , було зафіксовано  $s_i$  подій:

$\xi(t_i; \tau_i) = \xi(t_i + \tau_i) - \xi(t_i) = s_i$ . Сума всіх інтервалів  $\sum_{i=1}^m \tau_i = \tau$ , сума всіх подій

$\sum_{i=1}^m s_i = s$ . Вважається, що інтервали  $[t_i, t_i + \tau_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , не перетинаються. При

цих умовах оцінка інтенсивності  $\lambda$  визначається за формулою

$$\hat{\lambda} = \frac{s}{\tau},$$

хоча потрібно зауважити, що різними є випадки знаходження значень параметрів  $s$  і  $\tau$ .

#### 1.4 Нестационарні пуассонівські потоки

Критичне вивчення умов, які приводять до найпростішого потоку, в практичних ситуаціях зустрічаються не так часто [13, с.20]. Якщо потоки

розглядати на достатньо тривалих інтервалах часу, наприклад, співрозмірних із добою, роком, то серед них можна зустріти потоки, для яких вже порушується умова стаціонарності, але при цьому залишаються справедливими умови ординарності і відсутності післядії. Перші вагомі результати з вивчення теорії нестаціонарних потоків пуассонівського типу отримані у відомій роботі О. Хінчина [103, с.15-18, 75-78].

Нестаціонарність потоку проявляється в тому, що його інтенсивність  $\lambda$  вже не є постійною, а певним чином змінюється, тобто є деякою функцією часу. Інтенсивність пуассонівського нестаціонарного потоку визначається за формулою

$$\begin{aligned}\lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M[\xi(t + \Delta t) - \xi(t)]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\xi(t, \Delta t)}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta m(t)}{\Delta t} = m'(t),\end{aligned}\quad (1.6)$$

де  $\xi(t; \tau) = \xi(t + \tau) - \xi(t)$  – приріст потоку, тобто число подій потоку, що відбулися на інтервалі  $[t, t + \Delta t)$ ,  $m(t) = M\xi(t)$  – математичне сподівання потоку.

Враховуючи геометричне тлумачення похідної, на основі рівності (1.6) можна говорити, що інтенсивність  $\lambda(t)$  – це миттєва густина (щільність) потоку в момент  $t$ .

Для нестаціонарного потоку його провідна функція  $\Lambda(t; \tau)$  визначається як математичне сподівання числа подій, що відбулися за інтервал часу  $(t, t + \tau)$ :

$$\Lambda(t, \tau) = M\xi(t, \tau) = M[\xi(t + \tau) - \xi(t)] = M\xi(t + \tau) - M\xi(t).$$

Прийнявши до уваги (1.6), функція

$$\Lambda(t; \tau) = \int_t^{t+\tau} \lambda(t) dt.$$

Відношення  $\frac{\Lambda(t;\tau)}{\tau}$  – це середнє значення інтенсивності потоку в інтервалі  $(t, t + \tau)$ .

Показано [14, 103, с.15-18], що для нестационарного потоку з інтенсивністю  $\lambda(t)$  число подій  $\xi(t;\tau) = \xi(t + \tau) - \xi(t)$  розподілено за законом Пуассона із параметром  $\Lambda(t;\tau)$ , тобто

$$P(\xi(t;\tau) = k) = \frac{\int_t^{t+\tau} \lambda(t) dt}{k!} e^{-\int_t^{t+\tau} \lambda(t) dt} = \frac{[\Lambda(t;\tau)]^k}{k!} e^{-\Lambda(t;\tau)}. \quad (1.7)$$

### 1.5 Стохастично періодичні потоки

Нестационарні потоки якогось особливого значення ні для теорії, ні для практичного використання не мають. Проте, увагу спеціалістів, особливо інженерного спрямування, привертають виділені із множини нестационарних потоків СПП. Нагадаємо [65, 79], що в загальному випадку потік називається стохастично періодичним, якщо періодичними (з одним і тим же періодом) є його певні ймовірнісні характеристики: функція розподілу, параметри тощо.

Напевно, одні із перших згадок щодо наявності пуассонівських потоків із періодичною інтенсивністю  $\lambda(t)$  зустрічаємо в [14, с.107]. Але звертаючись до цього питання, в роботі [14] наведено лише приклад періодичної інтенсивності у вигляді

$$\lambda(t) = 2\lambda \sin^2 at = \lambda(1 - \cos 2at)$$

та вираз середньої інтенсивності потоку за проміжок часу  $(t_0, t)$ :

$$\mu(t_0, t) = \lambda \left[ 1 - \frac{\sin a(t - t_0)}{a(t - t_0)} \cos a(t + t_0) \right].$$

Про визначення періодичного потоку в [14] не йдеться.

СПП пуассонівського типу згадуються також в оглядовій роботі [27], а також в [113-116]. Коментуючи роботу [69], в [27, с.28] зазначено, що в ній «... вивчена система із перервами в обслуговуванні вимог при періодичному потоці без післядії і постійній тривалості обслуговування». Проте, тут присутня лише назва «періодичний потік без післядії», саме ж визначення періодичного потоку відсутнє.

В багатьох пізніших роботах, коли торкаються питання стохастично періодичних пуассонівських потоків, то спроби їх описати зводяться до висловленої вище думки, що їх інтенсивність є періодичною, причому періодичність задається у вигляді тих чи інших синусоїдальних функцій. Подібні ситуації, коли обходяться лише згадками про періодичну інтенсивність або конкретними виразами періодичності інтенсивності зустрічаємо, наприклад, в [14]: «Досить часто потоки вимог, що поступають в систему, є пуассонівськими із параметрами, що залежать від часу періодично». В [67] розглядається приклад, в якому інтенсивність  $\lambda(t) = 3 + \sin 2\pi t$ , в [34] інтенсивність  $\lambda(t) = \mu(1 + a \cos(\omega t + \varphi))$ .

В більш загальному випадку для опису стохастично періодичних пуассонівських потоків використовується підхід, згідно якого вважається, що інтенсивність потоку  $\lambda(t)$  є періодичною функцією, тобто існує число  $T$ , що

$$\lambda(t) = \lambda(t + T). \quad (1.8)$$

Проте, незважаючи на наочність і простоту наведеного опису стохастично періодичних пуассонівських потоків, задача обґрунтування їх моделі цим поняттям не вирішується, тобто можна стверджувати про відсутність моделей СПП пуассонівського типу. Як наслідок, відкритим залишається питання оцінки їх періодичної інтенсивності. Також є потреба розробки комп'ютерного експерименту для перевірки адекватності моделі та методів аналізу СПП пуассонівського типу методами імітаційного моделювання та обчислювальними методами.

Пуассонівські потоки часто є лише деяким наближенням реальних потоків, проте використовуються в силу того, що в окремих випадках дозволяють проводити їх статистичний аналіз. Практика свідчить, що не завжди для потоків виконуються умови відсутності післядії, тобто не всі потоки можуть бути зведені тільки до пуассонівських.

Із множини потоків з обмеженою післядією виділений клас рекурентних потоків [9, 20], тобто потоків, що задаються у вигляді послідовності випадкових величин (інтервалів)  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , причому всі величини  $\tau_k$  однаково розподілені з однією і тією ж функцією розподілу  $F(x)$ . В свою чергу подібно до стохастично періодичних пуассонівських потоків, увагу спеціалістів привертають стохастично періодичні рекурентні потоки. Проте, огляд літературних джерел, зокрема, джерел довідкового характеру [26, 95], свідчить про відсутність робіт, де б розглядалися питання дослідження стохастично періодичних рекурентних потоків. Основна причина – відсутність моделей таких потоків, що є першою і основною складовою інформаційних технологій «модель – метод – програма – прикладне застосування – комп’ютерний експеримент». Це в свою чергу є причиною відсутності оцінки інтенсивності стохастично періодичних рекурентних потоків.

## **1.6 Стохастично періодичні потоки як вхідні потоки системи масового обслуговування та основні задачі аналізу таких систем**

Потоки часто розглядають не лише як самостійний об’єкт дослідження, до них звертаються як до однієї із складових СМО, тобто як до вхідних потоків цих систем. Досліджуючи СМО, виникає значна кількість різноманітних задач. Їх складність та можливості вирішення суттєво залежать від властивостей вхідного потоку [52]. Аналіз літературних джерел свідчить, що такі задачі практично не розглядалися для випадків, коли вхідними є СПП. Щоб конкретизувати ці задачі, спочатку нагадаємо деякі загальні поняття, що стосуються СМО.

Вважається [14, 87, 88], що основними складовими СМО є:

- вхідний потік замовлень;
- структура системи, в першу чергу кількість каналів обслуговування та їх продуктивність;
- дисципліна (правила) обслуговування замовлень тощо.

Визначальним тут є вхідний потік, оскільки для правильного обслуговування замовлень потрібно перш за все добре знати всі особливості, закономірності процесу (черговості) надходження замовлень. Адже саме на знанні характеристик потоку формуються дві інші складові СМО – канали обслуговування замовлень та правила обслуговування.

Згідно [7, с. 132, 133; 14, 87, 103] предмет ТМО – це побудова математичних моделей, що встановлюють залежності між елементами і параметрами СМО (число каналів, їх продуктивність, правила роботи, характер потоку замовлень) з однієї сторони, та її певними характеристиками, в першу чергу з показниками її ефективності – з іншої.

Виділяють три групи показників, що характеризують ефективність функціонування СМО, причому ці показники переважно є середніми (з ймовірнісної точки зору) значеннями.

#### 1. Показники ефективності використання СМО:

1.1. Абсолютна пропускна здатність СМО – середнє число замовлень, які зможе обслужити система за одиницю часу.

1.2. Відносна пропускна здатність СМО – відношення середнього числа замовлень, що виконуються системою за одиницю часу, до середнього числа замовлень, що надійшли за цей же час.

1.3. Середня тривалість періоду зайнятості СМО.

1.4. Середнє число зайнятих каналів.

1.5. Коефіцієнт використання СМО – середня доля часу, протягом якого система зайнята обслуговуванням замовлень і тому подібне.

#### 2. Показники якості обслуговування замовлень:

2.1. Середній час перебування замовлення в черзі.

2.2. Середній час перебування замовлення в СМО.

2.3. Ймовірність відмови замовленню в обслуговуванні без очікування.

2.4. Ймовірність того, що замовлення, яке тільки що надійшло в систему, негайно буде прийнято на обслуговування.

2.5. Закон розподілу часу очікування замовлення в черзі.

2.6. Середнє число замовлень, що перебувають в черзі.

2.7. Середнє число замовлень, що перебувають в системі і т.п.

3. Показники ефективності економічного характеру:

3.1. Середній прибуток системи за одиницю часу.

3.2. Середні витрати системи на обслуговування замовлень за одиницю часу тощо.

Звичайно, що перелік цих показників можна продовжити, особливо, якщо звернутися до порівняно нових глобальної та локальних Інтернет-систем та потоків в цих системах.

Відповідно до показників, що характеризують СМО, ставляться ті чи інші задачі, суть яких полягає у розробці рекомендацій щодо раціональної організації роботи систем, дослідження вхідних потоків та врахування їх особливостей в задачах підвищення ефективності систем та забезпечення їх оптимального функціонування систем.

В задачах СМО вирішальну роль відіграє фактор випадковості, вірніше, подвійної випадковості. Замовлення в СМО надходять у випадкові моменти часу, випадковими є також тривалості обслуговування замовлень. Таким чином функціонування СМО є випадковим процесом, загалом досить складним з наукової точки зору. Цілком закономірно, що дослідження такого роду процесів під силу спеціалістам високої кваліфікації.

Зазначимо [7, с.133; 13], що розв'язок проблемних задач СМО полегшується, якщо система є марківською, тобто коли її вхідний потік є найпростішим, а час обслуговування замовлень має показниковий розподіл. Якщо ця властивість порушується, то математичний опис процесу стає значно складнішим і довести його до явних, аналітичних формул вдається лише в окремих випадках, тобто можна лише частково задовольнити потреби практики.

В таких ситуаціях звертаються до методів імітаційного моделювання, комп'ютерного експерименту, методів статистичних випробувань.

Проблема вирішення задач СМО надзвичайно ускладнюється, коли вхідний потік замовлень є стохастично періодичний – пуассонівського чи рекурентного типів. Однак аналіз різних джерел показує [6-9, 14, 20, 26, 61, 87, 88, 95, 102-104], що питанням дослідження СМО у випадках СПП до останнього часу практично ніякої уваги не приділялося. Це стосується як аналітичних методів, так і методів комп'ютерного експерименту.

### **1.7 Інформаційні технології аналізу стохастично періодичних потоків**

Серед проаналізованих джерел, інформаційні технології аналізу потоків в СМО зустрічаються рідко, хоча даний напрям є актуальним. Перспективним напрямком аналізу є СМО в галузі охорони здоров'я.

Так, останнім часом у світі планується збільшити фінансування до 35% ВВП у 2035 році на медицину [107]. За результатами проведення аналізу можливе ефективне планування операційних годин, збільшення якості обслуговування пацієнтів в палатах, підвищення ефективності роботи медичного персоналу з урахуванням того факту, що різну роботу можуть робити одні і ті ж працівники. Проте на даний час практично немає досліджень СМО, виконаних з врахуванням охорони здоров'я.

Переважає більшість досліджень присвячені СМО в цілому, а не інформаційним технологіям аналізу потоків як складової СМО. В [107] варто виділити дослідження щодо потоків розподілу органів на трансплантацію, проведені в Канаді, проте подальші результати як такі відсутні.

В роботі [108] проведено моделювання викликів служби швидкої допомоги з використанням моделі, яка базувалася на розподілі Пуасона. При цьому використовувалася статистика з 8 районів щодо часу виклику, типу виклику (терміновий, не терміновий, перевезення між госпіталями), місце знаходження пацієнта, тип швидкої допомоги, вид медичного страхування та моделювалися час обслуговування виклику та загальні витрати. В якості мови

моделювання було використано Simscript II.5. Отримані результати були досить позитивними. Проте подальше використання результатів даного дослідження є обмеженим: запроваджено для спеціальності фельдшер як емулятор управління службою екстреної медичної допомоги.

Існує ряд програмних засобів, що дозволяють змодельовати та проаналізувати СМО. Найбільш відомим продуктом для аналізу СМО є GPSS, що розроблений для фахівців в області моделювання і є простим для вивчення та універсальним для використання. З використанням програмного забезпечення Arena можна побудувати моделі для виробничих технологічних операцій, складського обліку, банківської діяльності, обслуговування клієнтів в закладах громадського харчування [11]. За допомогою програмного забезпечення для імітаційного моделювання бізнес-процесів AnyLogic можна відображати динаміку економічних і соціальних систем на різних рівнях абстракції. При використанні Extend можна моделювати складні системи з часовою залежністю [11].

Результати моделювання, які проведені вищенаведеним програмним забезпеченням, майже однакові, але досягнути повного повторення результатів не можливо [11]. Кожний програмний продукт орієнтований на розв'язання певного класу задач, тому при виборі конкретного засобу треба орієнтуватися на поставлені задачі та вимоги, що висуваються.

## **1.8 Комп'ютерний експеримент в задачах аналізу стохастично періодичних потоків та оптимізації систем масового обслуговування**

На завершальному етапі розробки інформаційних технологій аналізу СПП виникає задача-запитання: чи адекватними є розроблені моделі стохастично періодичних пуассонівських і рекурентних потоків, наскільки задовільними є алгоритми і достовірними результати обробки цих потоків? Яким чином дати відповідь на ці та близькі до них питання? Звичайно, що найбільш прийнятну відповідь на ці запитання можна отримати шляхом проведення відповідних експериментальних досліджень, а в рамках інформаційних

технологій – комп’ютерного експерименту. Стосовно потоків, то відомі методи обчислювальних експериментів, в основному орієнтовані на стаціонарні потоки [96, 98, 102] або їх адитивну модель – подання у вигляді суми стаціонарного потоку та періодичної функції, переважно синусоїди [102].

Наведені міркування показують важливість в рамках запропонованої концепції аналізу СПП розробити комп’ютерний експеримент, що включає:

- імітаційне моделювання окремих класів стохастично періодичних пуассонівських і рекурентних потоків;
- знаходження оцінок їх параметрів та порівняння цих оцінок із заданими параметрами;
- прийняття рішень щодо адекватності моделей та правильності розроблених на їх основі відповідних алгоритмів і програмного забезпечення.

### **1.9 Постановка задачі розробки інформаційних технологій аналізу стохастично періодичних потоків**

Приймаючи до уваги результати аналізу існуючого стану інформаційних технологій аналізу СПП та їх вплив на задачі управління СМО, в наступних розділах в рамках розробки інформаційних технологій, яка вкладається в схему «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп’ютерний експеримент» розглядаються питання обґрунтування моделей СПП, розробки на базі цих моделей методів їх статистичного аналізу, розробки методики проведення комп’ютерного експерименту перевірки адекватності моделей СПП та точності алгоритмів їх обробки, використання цих результатів в задачах оптимізації функціонування СМО на прикладі роботи диспетчерської служби КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» міста Тернополя та Тернопільського міського РЕМ.

### **Висновки до першого розділу**

1. Проведено огляд існуючих можливостей дослідження СПП. Виявлено, що, за винятком найпростіших потоків, такі можливості носять частковий і розрізнений характер. Наголошується, що основна причина такого

стану – відсутність відповідних моделей, які б дозволяли враховувати стохастичну періодичність потоків.

2. Обґрунтована концепція інформаційних технологій аналізу СПП, складові якої вкладаються в схему «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп’ютерний експеримент».

3. В рамках цієї концепції сформульовані задачі дисертаційного дослідження:

- визначити нові класи потоків – періодичні пуассонівські та періодичні рекурентні потоки;

- обґрунтувати моделі стохастично періодичних пуассонівських потоків у вигляді періодичних пуассонівських та рекурентних кусково стаціонарних потоків, придатних для їх статистичної обробки;

- розробити метод та інформаційні технології оцінки інтенсивності та гістограмного аналізу для СПП на основі їх моделей – періодичних пуассонівських та рекурентних кусково стаціонарних потоків;

- застосувати інформаційні технології для оцінки інтенсивності реальних потоків та гістограмного аналізу інтервалів між подіями на прикладі викликів у диспетчерську службу КЗ ТОВ «ЦЕМД та МК» міста Тернополя;

- розробити комп’ютерний експеримент для перевірки адекватності моделей та правильності методів дослідження періодичних пуассонівських і рекурентних кусково стаціонарних потоків.

## РОЗДІЛ 2

### ПЕРІОДИЧНІ ПУАССОНІВСЬКІ ПОТОКИ ТА ОЦІНКА ІНТЕНСИВНОСТІ ЇХ ОКРЕМОГО КЛАСУ – КУСКОВО СТАЦІОНАРНИХ ПОТОКІВ

#### 2.1 Схема інформаційних технологій в задачах аналізу потоків

Для вирішення сформульованих в попередньому розділі низки задач, кінцевою метою яких є розробка інформаційних технологій аналізу СПП, результативний в сучасних дослідженнях підхід, суть якого зводиться до тріади «модель – алгоритм – програма» [71, 90]. Самі ж потоки можуть розглядатися як окремий об'єкт дослідження або як одна із складових частин СМО – їх вхідні потоки. Ми доповнимо цю тріаду ще двома складовими і наші дослідження будемо здійснювати за схемою інформаційних технологій, що вкладається в схему «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп'ютерний експеримент» (рис. 2.1).



Рисунок 2.1 – Схема інформаційної технології для аналізу СПП та процесів

Згідно цього підходу на першому етапі обґрунтовується модель сигналу (явища), на другому – розробляються методи та алгоритми його дослідження, на

третьому етапі створюється відповідне програмне забезпечення, на четвертому проводиться апробація моделі, методів в реальних умовах, і на останньому, п'ятому, для перевірки адекватності моделі, правильності алгоритмів і програмного забезпечення, розробляється комп'ютерний експеримент; за результатами четвертого та п'ятого етапів приймаються відповідні рішення. Основним в цьому підході, безумовно, є перший етап – вибір (чи побудова нової) моделі, оскільки від адекватності об'єкта і його моделі залежить успішність розв'язку наступних задач схеми. Стосовно важливості моделі О. Самарський в роботі [89, с. 24] стверджував, що «Вдала математична модель – це половина успіху», а про співвідношення комп'ютерів і моделей, на основі яких створюється відповідне програмне забезпечення, в цій же роботі [89, с.7] йдеться: «... в багатьох областях застосування методів інформатики стримується не відсутністю комп'ютерів, як це заведено думати, а відсутністю змістовних математичних моделей». Хоча з часу появи цієї роботи минуло тридцять років, і обчислювальних ресурсів вже вдосталь, проте проблема «відсутності змістовних математичних моделей», а отже і відповідних інформаційних технологій, в багатьох випадках не зменшилася, якщо не зросла. Для повноти можна додати, що модель – це фундамент, в якому закладається вся майбутня надбудова, в нашому випадку – всі інформаційні технології.

Віддавши належне ролі моделі в схемі «модель – метод – програма – прикладне застосування – комп'ютерний експеримент», перейдемо до реалізації на прикладі аналізу СПП пуассонівського типу.

## **2.2 Загальна характеристика стану досліджень періодичних пуассонівських потоків**

Нестационарні потоки, про які йшлося в першому розділі, якогось особливого значення ні для задач теорії ні для практичного використання не мають. Проте увагу спеціалістів, особливо інженерного спрямування, привертають потоки, характерною особливістю яких є стохастична періодичність. Для прикладу на рис. 2.2 показані графіки погодинної

інтенсивності потоку (викликів) у диспетчерську службу швидкої допомоги міста Тернополя за три дні лютого (червоний графік) та червня (синій пунктирний) 2010 року [49, 51, 53]. Такі ж графіки, але за 2015 рік показані на рис. 2.3. Аналізуючи їх, видно, що хоча повна повторюваність значень інтенсивності потоку через період  $T = 24$  год. відсутня, але при цьому спостерігається приблизна повторюваність характерних особливостей потоку: їх мінімальні та максимальні значення; час появи цих значень; тривалості росту і спаду інтенсивності потоку тощо.

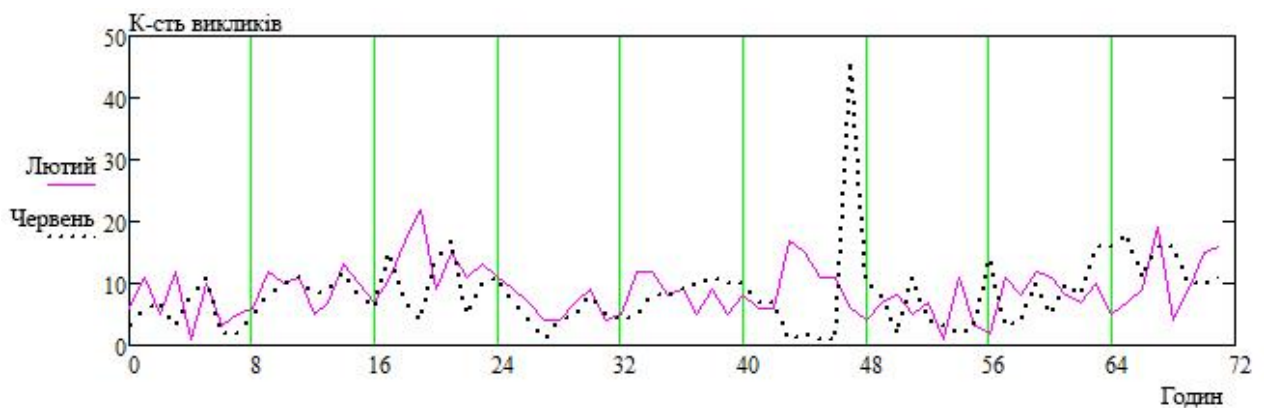


Рисунок 2.2 – Кількість викликів за годину протягом трьох днів лютого та червня 2010 р.

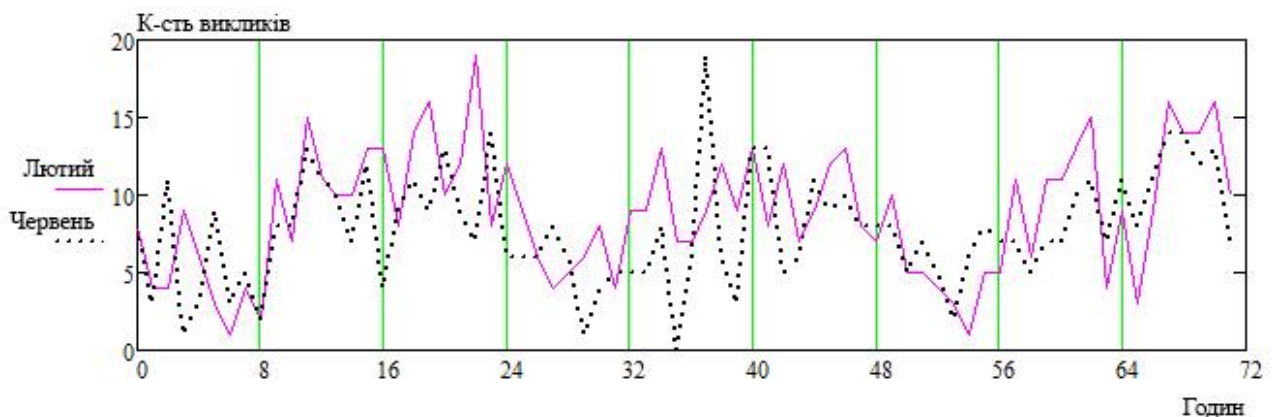


Рисунок 2.3 – Кількість викликів за годину протягом трьох днів лютого та червня 2015 р.

Незважаючи на значну кількість висловлювань, що серед пуассонівських потоків зустрічаються такі, для яких інтенсивність є періодичною, зокрема,

задається у вигляді синусоїдальних функцій, ці висловлювання не можна сприймати за визначення періодичного потоку, оскільки вони лише постулюють, що інтенсивність є періодичною. Наголосимо, що у співвідношенні «потік – інтенсивність потоку» первинним є поняття потоку, а інтенсивність та її властивості визначаються на основі визначення потоку та його ймовірнісних характеристик. Виходячи із цього зауваження, питання про те, для яких потоків інтенсивність може бути періодичною, і якою є причина періодичності, залишається відкритим. Для порівняння і для більшої переконаності в справедливості сказаного зауважимо, що висловлювання «інтенсивність потоку є постійною» не є визначенням стаціонарного потоку, а є характеристикою, наслідком стаціонарності. Стаціонарний потік визначається не на основі властивостей його інтенсивності, а виходячи із ймовірнісних властивостей його приростів, тобто приростів процесу із незалежними приростами [14, с.23; 103, с.14, 15].

Оскільки поняття потоку є первинним, то наша задача полягає в тому, щоб, виходячи із загального поняття потоку, виділити такий клас потоків, в яких певним чином враховується стохастична періодичність і як наслідок, їх інтенсивність  $\lambda(t)$  є періодичною. В разі позитивного вирішення цієї задачі автоматично виникне питання оцінки цієї інтенсивності.

### 2.3 Періодичні пуассонівські потоки

В пошуках моделі СПП пуассонівського типу особливої уваги заслуговує робота [30], в якій вперше був введений клас випадкових процесів з незалежними періодичними приростами. Нагадаємо це визначення, дещо модифікуючи його. Зауважимо, що приріст процесу  $\eta(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$  на інтервалі  $[t, t + \tau)$  ми будемо позначати у вигляді  $\eta(t, \tau) = \eta(t + \tau) - \eta(t)$ , де  $\tau$  – довжина інтервалу. Причина в тому, що при розгляді приростів потоку часто нам потрібна буде інформація і про довжину інтервалу, на якому цей приріст визначається.

**Означення 2.1.** Випадковий процес з незалежними приростами  $\eta(t)$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$  будемо називати процесом з незалежними періодичними приростами з періодом  $T$ , якщо функція розподілу приростів  $\eta(t, \tau) = \eta(t + \tau) - \eta(t)$  є періодичною функцією по  $t$  з періодом  $T$ :

$$F(x; t, \tau) = P\{\eta(t, \tau) < x\} = P\{\eta(t + T, \tau) < x\} = F(x; t + T, \tau).$$

Модифікація визначення полягає в наступному. В [30] при визначенні процесу з незалежними періодичними приростами використовується багатомірна функція розподілу. Проте враховуючи, що розглядається процес з незалежними приростами, достатньо розглядати лише його одномірну функцію розподілу, оскільки багатомірна функція розподілу для цих процесів може бути отримана як добуток одномірних.

Окремими випадками процесу з незалежними приростами є вінерівський і пуассонівський процеси [91]. Звідси виходить, що частинними випадками процесу з незалежними періодичними приростами є вінерівський і пуассонівський процеси з незалежними періодичними приростами або те саме, що вінерівський і пуассонівський періодичні процеси. Ці класи процесів частково розглядалися в [78, 91]. Дамо визначення пуассонівського процесу з незалежними періодичними приростами.

**Означення 2.2.** Пуассонівський процес  $\xi(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , називається періодичним пуассонівським процесом, якщо функція розподілу його приростів  $\xi(t, \tau) = \xi(t + \tau) - \xi(t)$  є періодичною з деяким періодом  $T$ :

$$F(x; t, \tau) = P\{\xi(t, \tau) < x\} = P\{\xi(t + T, \tau) < x\} = F(x; t + T, \tau), \quad x \geq 0. \quad (2.1)$$

Оскільки пуассонівський процес приймає тільки цілочисельні значення, які будемо позначати через  $k = 0, 1, \dots$ , на основі (2.1) можемо записати, що для періодичного пуассонівського процесу

$$P\{\xi(t, \tau) = k\} = P\{\xi(t + T, \tau) = k\}, \quad k = 0, 1, \dots,$$

тобто розподіл приростів є періодичним.

Як вже зазначалося, пуассонівський процес – це теж саме, що пуассонівський потік [63, с.763], тому означення 2.2 і є означенням періодичного пуассонівського потоку. Проте, щоб не виникало недоречних висловлювань, переформулюємо означення 2.2, змінивши в ньому слово процес на потік.

Приймаючи до уваги (2.1), легко переконатися, що для періодичного пуассонівського потоку з періодом  $T$  його інтенсивність, що визначається формулою

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M[\xi(t + \Delta t) - \xi(t)]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M\xi(t, \Delta t)}{\Delta t} \quad (2.2)$$

є періодичною з тим же періодом, тобто

$$\lambda(t) = \lambda(t + T).$$

З використанням останньої формули виходить, що для періодичного пуассонівського потоку періодичною є його провідна функція:

$$\Lambda(t, \tau) = \int_t^{t+\tau} \lambda(x) dx = \int_{t+T}^{t+T+\tau} \lambda(x + T) dx = \Lambda(t + T, \tau).$$

## **2.4 Задача оцінки періодичної інтенсивності періодичних пуассонівських потоків та можливості її розв’язання**

Визначивши клас періодичних пуассонівських потоків (ППП), відкритими залишаються задачі їх дослідження методами математичної статистики. Найбільш важливою із них є, очевидно, оцінка періодичної інтенсивності  $\lambda(t)$ . На даний час ця задача залишається невирішеною за винятком випадків, коли інтенсивність є деякою синусоїдальною функцією з лише одним невідомим параметром, наприклад, коли інтенсивність

$\lambda(t) = a + \sin 2\pi t$  або  $\lambda(t) = a + \sin 2\omega t$  чи, наприклад,  $\lambda(t) = a \sin 2\pi t$ , де константи  $a$  та  $\omega$  невідомі. Чому наголошується на невизначеності лише одного параметра, розглянемо нижче.

При постановці задачі оцінки періодичної інтенсивності ППП виникає цілком закономірна думка про можливість використання для цих методів (чи певних їх елементів) оцінювання ймовірнісних характеристик інших класів випадкових процесів, у визначенні яких присутнє слово «періодичність» і певні ймовірнісні характеристики яких теж є періодичними. Такими, наприклад, є періодичні випадкові процеси та періодично корельовані процеси. Ці процеси привертають увагу тим, що хоча вони загалом відносяться до множини нестационарних процесів, проте для них розроблені методи оцінки їх періодичних ймовірнісних характеристик з використанням тільки однієї реалізації. При цій умові поставлене вище запитання набуває більш конкретного змісту: чи можливо із цих методів використати якісь елементи, підходи для побудови оцінки періодичної інтенсивності?

Крім цього важливо наголосити, що ППП загалом відносяться до множини нестационарних потоків.

Розглянемо метод побудови оцінок періодичних ймовірнісних характеристик для періодичних і періодично корельованих процесів. Пізніше проведемо порівняльний аналіз ППП, з однієї сторони, та періодичних і періодично корельованих процесів, з іншої, щоб, по-перше, виявити, що є подібного між цими процесами та чим вони відрізняються, і по-друге, що із результатів порівняльного аналізу необхідно використати при побудові оцінки інтенсивності ППП.

## **2.5 Періодичні і періодично корельовані процеси та оцінка їх періодичних ймовірнісних характеристик**

Нагадаємо визначення періодичних і періодично корельованих випадкових процесів. Згідно [28, 29, с.168; 66] випадковий процес  $\xi(t)$ ,

$M|\xi(t)|^2 < \infty, t \in (-\infty, \infty)$ , називається періодично корельованим (періодичним в широкому розумінні), якщо його математичне сподівання і кореляційна функція є періодичними, тобто

$$M\xi(t) = M\xi(t+T), \quad (2.3)$$

$$R(t_1, t_2) = M\left\{\overset{\circ}{\xi}(t_1) \cdot \overline{\overset{\circ}{\xi}(t_2)}\right\} = R(t_1+T, t_2+T), \quad (2.4)$$

де  $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - M\xi(t)$  – центрований процес,  $T > 0$  – період кореляції. Як наслідок, дисперсія періодично корельованого процесу також є періодичною з цим же періодом  $T$ :

$$D\xi(t) = R(t, t) = R(t+T, t+T) = D\xi(t+T).$$

Випадковий процес  $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$  називається періодичним [29, с.167], якщо його багатовимірна функція розподілу є періодичною по сукупності аргументів з деяким періодом  $T$ :

$$F(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) = P\{\xi(t_1) < x_1, \dots, \xi(t_n) < x_n\} = F(x_1, \dots, x_n; t_1+T, \dots, t_n+T).$$

### **2.5.1 $\varphi$ -серії та методи статистичного аналізу періодичних і періодично корельованих процесів**

В задачах дослідження випадкових процесів і потоків зокрема, вагоме місце посідають статистичні методи. Методи математичної статистики в основному розроблені для стаціонарних випадкових процесів і послідовностей. Щодо періодичних і періодично корельованих випадкових процесів, то оскільки вони виділені із множини нестаціонарних процесів, безпосередньо використовувати для них методи статистичного аналізу стаціонарних процесів ми не можемо. Але виявляється, що із цих класів процесів можна виділяти

вкладені до них послідовності, які будуть стаціонарними. Для періодично корельованих процесів такі послідовності виділені в роботі [17] і на їх основі побудовані оцінки періодичного математичного сподівання, кореляційної функції та дисперсії. Подібні стаціонарні послідовності, але вже не тільки для періодично корельованих процесів, але і для періодичних випадкових процесів, виділені в [79], і названі  $\varphi$ -серіями або  $\varphi_i$ -серіями.  $\varphi_i$ -серії лежать в основі розробки методів статистичного аналізу не тільки періодично корельованих, але і періодичних процесів. Розглянемо поняття та  $\varphi$ -серії більш детально, дотримуючись [79].

$\varphi$ -серії періодичних випадкових процесів. Нехай  $\varphi$  – деяке число (фаза), що належить проміжку  $[0, T)$ , де  $T$  – період періодичного випадкового процесу. Згідно [79],  $\varphi$ -серією називається вкладена по відношенню до періодичного процесу  $\xi(t)$  послідовність  $\xi(\varphi + lT)$ ,  $l = 0, \pm 1, \dots$ , елементами якої є відліки процесу  $\xi(t)$ , взяті через період  $T$  в точках  $(\dots, \varphi - T, \varphi, \varphi + T, \dots, \varphi + lT, \dots)$ .

В подальшому будемо розглядати  $\varphi$ -серії, для яких фази приймають фіксовані значення:

$$\varphi = \varphi_i = ih, \quad h = T/L, \quad L - \text{ціле}, \quad L \geq 2, \quad i = \overline{0, L-1}.$$

Для кожного фіксованого  $i$  введемо на дійсній осі  $(-\infty, \infty)$  множину точок

$$\varphi_i = \{ih + lT, l = \dots, -1, 0, 1, \dots\}, \quad i = \overline{0, L-1},$$

яку назовемо  $\varphi_i$ -сіткою. Об'єднанням  $\varphi_i$ -сіток,  $i = \overline{0, L-1}$ , позначимо через  $\bar{\varphi}$ :

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \bigcup_{i=0}^{L-1} \varphi_i = \bigcup_{i=0}^{L-1} \{ih + lT, l = \dots, -1, 0, 1, \dots\} = \\ &= \{ih + lT, l = \dots, -1, 0, 1, \dots, i = \overline{0, L-1}\}, \end{aligned}$$

або враховуючи, що  $T = Lh$ ,

$$\bar{\varphi} = \{(i + lL)h, l = \dots, -1, 0, 1, \dots, i = \overline{0, L-1}\}.$$

Як приклад, на рис. 2.4 точками відмічені вузли (координати)  $\bar{\varphi}$ -сітки, вузли однієї із  $\varphi_i$ -сіток позначені кружечками.

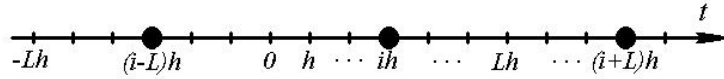


Рисунок 2.4 –  $\bar{\varphi}$ -сітка та  $\varphi_i$ -сітка, виділена кружечками

Визначимо на  $\bar{\varphi}_i$ -сітці вкладену по відношенню до періодичного процесу  $\xi(t)$  послідовність

$$\{\xi_i(l), l = \dots, -1, 0, 1, \dots, i = \overline{0, L-1}\}, \quad (2.5)$$

яку інколи називають вкладеним процесом, і яка майже напевно (м.н.) співпадає з відповідними значеннями періодичного процесу  $\xi(t)$ :

$$\left\{ \xi_i(l) \stackrel{\text{м.н.}}{=} \xi(ih + lT), l = \dots, -1, 0, 1, \dots, i = \overline{0, L-1} \right\}.$$

Оскільки  $T = Lh$ , то іноді вкладений процес (2.5) зручно записувати у вигляді

$$\left\{ \xi_{i+L} \stackrel{\text{df}}{=} \xi((i + lL)h), l \in \dots, +1, 0, 1, \dots, i = \overline{0, L-1} \right\}. \quad (2.6)$$

Якщо в (2.6) зафіксувати одне із значень  $i$ , то вкладений процес (2.5) назовемо  $\varphi_i$ -серією. Областю її визначення є  $\varphi_i$ -сітка.

Надзвичайно важливо, що  $\varphi_i$ -серії є стаціонарними у вузькому (широкому для періодично корельованих процесів) розумінні і стаціонарно

зв'язаними послідовностями [79]. В силу цього моментні функції  $\varphi_i$ -серій, зокрема їх математичне сподівання і дисперсія постійні, тобто

$$M\xi_i(l) = m_i(l) = m_i, D\xi_i(l) = d_i, l = \dots, -1, 0, 1, \dots, i = \overline{0, L-1}.$$

Стаціонарність і стаціонарна зв'язаність  $\varphi_i$ -серій лежить в основі розробки методів статистичного аналізу періодичних та періодично корельованих випадкових процесів. В першу чергу – це оцінки їх періодичних моментних функцій [79], методи гістограмного аналізу, методи розрахунку їх прогнозних значень тощо. Для прикладу розглянемо оцінку математичного сподівання.

Нехай  $t_0$  – довільна точка (фаза), що належить проміжку  $[0, T)$ , тобто  $t_0 \in [0, T)$ . Із розглянутих вище властивостей  $\varphi_i$ -серій виходить, що послідовність

$$\xi(t_0), \xi(t_0 + T), \dots, \xi(t_0 + iT), \dots \quad (2.7)$$

є стаціонарною.

Оскільки послідовність (2.7) є стаціонарною, то для неї можна знайти оцінку її математичного сподівання  $M\xi(t_0)$ . Нехай  $x(t)$ ,  $t \in [0, T_0]$ ,  $T_0 \gg T$  – реалізація періодично корельованого (періодичного) процесу. Оцінкою математичного сподівання  $M\xi(t_0)$  є статистика [79]

$$\tilde{m}(t_0) = \frac{1}{S} \sum_{i=0}^{S-1} x(t_0 + iT),$$

де  $S = \left\lfloor \frac{T_0}{T} \right\rfloor$  – ціла частина,  $t_0 \in [0, T)$ . Ця оцінка є незміщеною, слушною і ефективною. Подібно до оцінки математичного сподівання можуть бути записані оцінки дисперсії  $\varphi_i$ -серії, кореляційної функції різних  $\varphi_i$ - і  $\varphi_j$ -серій, а для періодичних процесів також вищі ( $n > 2$ ) моментні функції.

Періодичним і періодично корельованим процесам на основі їх визначення та оцінки їх ймовірнісних періодичних характеристик можна дати різні описово-узагальнюючі тлумачення. Наведемо одне із них. Ці процеси пронизані властивістю стаціонарності. Їх можна розглядати як адитивну суму (об'єднання) вкладених по відношенню до них стаціонарних і стаціонарно зв'язаних послідовностей. Ця особливість є головною підставою проводити їх статистичний аналіз, використовуючи при цьому лише одну їх реалізацію.

### **2.5.2 Порівняльний аналіз періодичних пуассонівських потоків і періодичних та періодично корельованих процесів**

При розгляді питань порівняльного аналізу, якщо не виникатиме непорозумінь, замість згадування про періодичні і періодично корельовані процеси для зручності ми будемо говорити лише про періодично корельовані процеси. Якщо порівнювати визначення періодично корельованого процесу із визначенням ППП (процесу), то основна їх відмінність в наступному. Періодично корельований процес визначається згідно (2.3) і (2.4) через властивості процесу  $\xi(t)$  в точках  $t$  області його визначення. Що стосується ППП, то в його означенні використовуються прирости потоку. Як наслідок у визначенні його основного параметру – періодичної інтенсивності  $\lambda(t)$  теж, як видно із (2.2), використовуються прирости потоку. Відмінності у визначеннях періодично корельованих процесів і ППП, очевидно породжують відмінності в методах оцінки їх ймовірнісних характеристик. В першу чергу це стосується способів відбору значень реалізацій цих процесів, які використовуються в задачах статистичного аналізу. Для оцінки ймовірнісних характеристик періодично корельованого процесу, зокрема його математичного сподівання, використовуються значення реалізації процесу в певних точках, розміщення яких пов'язано з періодом  $T$  (формула (2.7)). В задачах оцінки інтенсивності потоків як стаціонарних так і нестаціонарних використовуються прирости потоків. Це стосуватиметься і ППП. Вище вже йшла мова, що ППП загалом відносяться до множини нестаціонарних потоків.

Оскільки для побудови оцінки інтенсивності періодичного пуассонівського потоку потрібно буде використовувати прирости потоку на інтервалах  $[t_i, t_i + \tau_i] \in [0, T)$  (і можливо на спеціально підібраних інших інтервалах за межами часового інтервалу  $[0, T)$ ), причому потік на цих інтервалах є нестационарним, то в цій ситуації виникає ще одне принципове запитання: що зроблено в напрямку оцінки інтенсивності нестационарних потоків, і які рекомендації із цього можна використати для оцінки періодичної інтенсивності?

## 2.6 Можливості статистичного аналізу нестационарних пуассонівських потоків

Щоб відповісти на поставлені вище запитання, спочатку розглянемо приклади знаходження оцінки інтенсивності нестационарного потоку. Один із таких приладів розглядається в [26, с.314, 315], проте його розв'язок і особливо висновок до нього, в якому говориться «В більшості випадків розв'язок не може бути знайдений в явному вигляді і тому використовують числові методи», не переконливий, більш категорично – помилковий щодо можливостей в даному випадку числових методів. Розглянемо цей приклад в спрощеному варіанті, розглядаючи приріст потоку лише на одному інтервалі.

**Приклад 1.** Досліджується пуассонівський потік  $\xi(t)$ ,  $t \geq 0$ , з інтенсивністю  $\lambda(t, \bar{a})$ , причому  $\lambda(\bullet, \bullet)$  – відома функція,  $\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k)$  – вектор невідомих параметрів. Нехай в результаті спостережень за цим потоком на інтервалі  $(t_1, t_1 + \tau_1)$  було зафіксовано  $s_1$  подій, тобто для випадкової величини  $\xi(t_1; \tau_1) = \xi(t_1 + \tau_1) - \xi(t_1)$  її реалізація  $x(t_1; \tau_1) = x(t_1 + \tau_1) - x(t_1) = s_1$ . На основі цих даних потрібно дослідити можливості побудови оцінки інтенсивності  $\lambda(t, \bar{a})$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ , або те саме, що оцінки вектора  $\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k)$ .

Для отримання оцінки використаємо метод максимальної правдоподібності [26, с.314, 315; 95, с. 557]. Оскільки випадкова величина

$\xi(t_1; \tau_1)$  розподілена за законом Пуассона, параметром якого є провідна функція

$\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}) = \int_{t_1}^{t_1 + \tau_1} \lambda(t, \bar{a}) dt$ , тобто ймовірність

$$P(\xi(t_1; \tau_1) = s_1) = \frac{\Lambda^{s_1}(t_1, \tau_1; \bar{a})}{s_1!} e^{-\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})} = \frac{\left( \int_{t_1}^{t_1 + \tau_1} \lambda(t, \bar{a}) dt \right)^{s_1}}{s_1!} e^{-\int_{t_1}^{t_1 + \tau_1} \lambda(t, \bar{a}) dt}, \quad (2.8)$$

то враховуючи, що розглядаємо лише одну випадкову величину (один приріст)  $\xi(t_1, \tau_1)$ , функція правдоподібності співпадає із розподілом (2.8), тобто

$$L(t_1, \tau_1; \bar{a}) = \frac{\Lambda^{s_1}(t_1, \tau_1; \bar{a})}{s_1!} e^{-\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})}.$$

Згідно методу максимальної правдоподібності за оцінку  $\hat{\bar{a}}$  вектора  $\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_k)$  приймається така функція  $\hat{\bar{a}} = \hat{\bar{a}}(x(t_1, \tau_1))$  від спостереження  $x(t_1, \tau_1)$ , що надає максимум функції правдоподібності  $L(t_1, \tau_1; \bar{a})$  або її логарифмові  $\ln L(t_1, \tau_1; \bar{a})$ . Поставлену задачу оцінки вектора  $\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k)$  можна тепер записати у вигляді

$$\arg \max_{\bar{a}} L(t_1, \tau_1; \bar{a}) = \arg \max_{\bar{a}} \left( \frac{\Lambda^{s_1}(t_1, \tau_1; \bar{a})}{s_1!} e^{-\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})} \right)$$

або те саме, що

$$\arg \max_{\bar{a}} \ln \left( \frac{\Lambda^{s_1}(t_1, \tau_1; \bar{a})}{s_1!} e^{-\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})} \right).$$

Задача зводиться до знаходження вектора  $\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k)$ , який доставляє максимальне значення функції правдоподібності  $L(t_1, \tau_1; \bar{a})$  або її логарифмові

$$\ln L(t_1, \tau_1; \bar{a}) = s_1 \ln \Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}) - \ln(s_1!) - \Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}).$$

Для знаходження оцінки максимальної правдоподібності, потрібно розв'язати систему рівнянь правдоподібності

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \ln L(t_1, \tau_1; \bar{a}) = \frac{\partial}{\partial a_i} (s_1 \ln \Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}) - \ln(s_1!) - \Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (2.9)$$

Доданки  $\ln(s_1!)$  в системі (2.9) не залежать від  $\bar{a}$ , тому вона набуває вигляду

$$\frac{\partial}{\partial a_i} (s_1 \ln \Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}) - \Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, k,$$

або після диференціювання

$$s_1 \frac{\Lambda'_{a_i}(t_1, \tau_1; \bar{a})}{\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})} - \Lambda'_{a_i}(t_1, \tau_1; \bar{a}) = \Lambda'_{a_i}(t_1, \tau_1; \bar{a}) \left( \frac{s_1}{\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})} - 1 \right) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (2.10)$$

Прирівнюючи множник  $\left( \frac{s_1}{\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a})} - 1 \right)$  кожного рівняння системи (2.10)

до нуля, отримаємо еквівалентну систему із  $k + 1$  рівнянь:

$$\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}) = s_1, \quad i = 0, 1, \dots, k. \quad (2.11)$$

Оскільки всі її  $k + 1$  рівняння системи (2.11) співпадають, взамін системи рівнянь достатньо розглядати лише одне рівняння

$$\Lambda(t_1, \tau_1; \bar{a}) = \Lambda(t_1, \tau_1; a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k) = s_1. \quad (2.12)$$

Рівняння (2.12) із невідомими параметрами  $a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k$  будемо називати розрахунковим. Щоб знайти його розв'язок, виберемо головний

параметр (компоненту) із невідомих  $a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k$ , наприклад,  $a_0$ , при цьому всі інші параметри є вільними. Надавши вільним параметрам певні значення та підставивши їх в рівняння (2.12), знайдемо розв'язок відносно головного параметра. Отримані значення головного і вільних параметрів позначимо через  $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_i, \dots, \hat{a}_k$ . В сукупності вони утворюють вектор  $\hat{\bar{a}} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_i, \dots, \hat{a}_k)$ , який і є оцінкою вектора  $\bar{a} = (a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_k)$ . Якщо тепер компоненти цього вектора підставити у вираз для інтенсивності  $\lambda(t, \bar{a})$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ , отримаємо її оцінку  $\hat{\lambda}(t, \hat{\bar{a}})$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ .

В силу того, що значення вільних параметрів можна вибирати довільно, множина розв'язків рівняння (2.12), тобто множина оцінок  $\hat{\bar{a}} = (\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_i, \dots, \hat{a}_k)$  є нескінченною. Звідси виходить, що нескінченною, а значить і неоднозначною, є також множина оцінок інтенсивності  $\hat{\lambda}(t, \hat{\bar{a}})$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ . Отже в сформульованому вигляді ця задача однозначного рішення не має. Однозначну оцінку інтенсивності нестационарного пуассонівського потоку можливо знаходити лише на окремих інтервалах часової напівосі  $[0, \infty)$  і при умові, що інтенсивність на цих інтервалах залежить лише від одного параметра.

Останні висновки щодо неоднозначності оцінки інтенсивності нестационарного пуассонівського потоку, коли інтенсивність залежить від більше ніж одного параметра, дають відповідь на висловлене вище зауваження щодо процитованого із [26, с.314, 315] висловлювання «В більшості випадків розв'язок не може бути знайдений в явному вигляді і тому використовують числові методи». Якими саме можуть бути ці числові методи, в [26, с.314, 315] не вказується.

**Приклад 2.** Досліджується пуассонівський потік  $\xi(t)$ ,  $t \geq 0$ , причому припускається, що його інтенсивність залежить лише від одного параметра. В результаті спостережень за потоком на інтервалі  $(t_1, t_1 + \tau_1)$  було зафіксовано  $s_1$

подій. Потрібно побудувати оцінку інтенсивності потоку для випадків, коли: а)  $\lambda(t) = a_0$ ; б)  $\lambda(t) = a_1 t$ .

**Випадок а).** Якщо  $\lambda(t) = \lambda = a_0$ , провідна функція  $\Lambda(t_1, \tau_1) = \int_{t_1}^{t_1 + \tau_1} a_0 dt = a_0 \tau_1$ .

При цьому розрахункове рівняння (2.12) набуває вигляду  $\Lambda(t_1, \tau_1) = a_0 \tau_1 = s_1$ .

Звідси виходить, що оцінкою інтенсивності є величина  $\bar{a}_0 = \frac{s_1}{\tau_1}$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ ,

або, використовуючи традиційне для інтенсивності позначення,  $\hat{\lambda}(t) = \hat{\lambda} = \frac{s_1}{\tau_1}$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ .

**Випадок б).** Якщо  $\lambda(t) = a_1 t$ , то провідна функція

$\Lambda(t_1, \tau_1) = \int_{t_1}^{t_1 + \tau_1} a_1 t dt = \frac{a_1 \tau_1}{2} (2t_1 + \tau_1)$ , відповідно розрахунковим є рівняння

$\frac{a_1}{2} (2t_1 \tau_1 + \tau_1^2) = s_1$ . Із нього знаходимо, що  $a_1 = \frac{2s_1}{\tau_1(2t_1 + \tau_1)}$ . Отже оцінкою

інтенсивності є функція  $\hat{\lambda}(t) = \frac{2s_1}{\tau_1(2t_1 + \tau_1)} t$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ .

Відзначимо, що для розглянутих випадків а) і б) оцінка інтенсивності визначається однозначно. Проте, якщо для випадку а) оцінка інтенсивності  $\hat{\lambda}(t) = \frac{s_1}{\tau_1}$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ , не залежить від розміщення інтервалу  $[t_1, t_1 + \tau_1)$  на осі  $[0, \infty)$ , тобто не залежить від значення  $t_1$ , ситуація у випадку б) є іншою.

При одних і тих же результатах спостережень, тобто коли  $\tau_1$  і  $s_1$  одні і ті ж, графіки оцінки інтенсивності на різних інтервалах спостереження мають різні аналітичні вирази і відрізняються за геометричною формою, тобто при паралельному переносі вони не сумісні. Разом із такою розбіжністю має місце цікавий факт. Враховуючи, що у виразі  $\hat{\lambda}(t) = \frac{2s_1}{\tau_1(2t_1 + \tau_1)} t$ ,  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$ , параметр  $t_1$  і аргумент  $t \in [t_1, t_1 + \tau_1)$  є величинами однакового порядку, не важко переконатися, що

$$\lim_{t_1 \rightarrow \infty} \hat{\lambda}(t), t \in [t_1, t_1 + \tau_1) = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \frac{2s_1}{\tau_1(2t_1 + \tau_1)} t, t \in [t_1, t_1 + \tau_1) = \frac{2s_1}{2\tau_1} = \frac{s_1}{\tau_1}.$$

Остання формула показує, що коли інтервал спостереження  $[t_1, t_1 + \tau_1]$  зсувається в сторону зростання аргументу  $t$ , то при фіксованому  $s_1$  оцінка інтенсивності прямує до величини  $\frac{s_1}{\tau_1}$ , яка є оцінкою інтенсивності стаціонарного потоку.

**Приклад 3.** В результаті спостережень за стаціонарним пуассонівським потоком  $\xi(t)$  на інтервалах  $[t_i, t_i + \tau_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , було зафіксовано  $s_i$  подій:

$\xi(t_i; \tau_i) = \xi(t_i + \tau_i) - \xi(t_i) = s_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Сума всіх інтервалів  $\sum_{i=1}^m \tau_i = \tau$ , сума всіх подій  $\sum_{i=1}^m s_i = s$ . Вважається, що інтервали  $[t_i, t_i + \tau_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , не перетинаються.

Використовуючи ці результати, потрібно побудувати оцінку інтенсивності  $\lambda$ .

Оскільки прирости  $\xi(t_i; \tau_i) = \xi(t_i + \tau_i) - \xi(t_i)$  на інтервалах, що не перетинаються, є незалежними величинами, функція правдоподібності

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n P(\xi(t_i; \tau_i) = s_i) = \prod_{i=1}^n \frac{(\lambda \tau_i)^{s_i}}{s_i!} e^{-\lambda \tau_i} = \lambda^s e^{-\lambda \tau} \prod_{i=1}^n \frac{\tau_i^{s_i}}{s_i!}.$$

Позначимо  $\prod_{i=1}^n \frac{\tau_i^{s_i}}{s_i!} = a$ , при цьому функція правдоподібності

$L(\lambda) = a \lambda^s e^{-\lambda \tau}$ . Взявши похідну від цієї функції та прирівнявши її до нуля, маємо

$$L'_\lambda = a s \lambda^{s-1} e^{-\lambda \tau} - a \tau \lambda^s e^{-\lambda \tau} = a \lambda^{s-1} e^{-\lambda \tau} (s - \lambda \tau) = 0,$$

або те саме, що  $s - \lambda \tau$ . Звідси отримуємо, що оцінкою інтенсивності  $\lambda$  є величина

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{s}{\tau}. \quad (2.13)$$

## 2.7 Періодичні пуассонівські кусково стаціонарні і кусково лінійні потоки

Приймаючи до уваги розглянутий вище метод побудови оцінки ймовірнісних характеристик періодичних і періодично корельованих процесів та враховуючи результати досліджень щодо можливостей оцінювання інтенсивності нестационарних пуассонівських потоків, виходить, що побудова однозначної оцінки періодичної інтенсивності можлива не для всіх загалом ППП, а лише для потоків, що задовольняють певним умовам. Сформулюємо їх наступним чином.

Будемо вважати, що ППП  $\xi(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$  з періодом  $T$  є таким, що на інтервалі  $[0, T)$  можна виділити окремі інтервали  $[t_i, t_i + \tau_i)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , які не перетинаються, їх об'єднання співпадає з інтервалом  $[0, T)$ , причому на кожному з інтервалів  $[t_i, t_i + \tau_i)$  потік є стаціонарним. Це припущення дає змогу виділити із множини ППП окремий клас потоків, форма періодичності інтенсивності яких конкретизується таким чином, щоб була можливість ставити питання про побудову однозначної оцінки їх інтенсивності, що задовольняє умовам незміщеності, слушності і ефективності.

**Означення 2.3.** Пуассонівський потік  $\xi(t)$  називається кусково стаціонарним (однорідним), якщо його параметр  $\lambda(t)$  є періодичною кусково постійною функцією з періодом  $T$ .

Повна назва визначеного класу процесів – періодичні пуассонівські кусково стаціонарні потоки (ППКСП).

У визначенні ППКСП можуть здійснюватися певні уточнення. Наприклад, може вважатися, що на періоді  $[0, T)$  таких інтервалів стаціонарності є скінчена кількість і крім цього можуть вказуватися ці інтервали:

$$[t_0, t_1), \dots, [t_{j-1}, t_j), \dots, [t_{n-1}, t_n),$$

де  $t_0 = 0$ ,  $t_n = T$ . Якщо  $\tau_j = t_j - t_{j-1}$  – довжини інтервалів  $[t_{j-1}, t_j)$ ,  $j = 1, \dots, n$ , то в сукупності ці довжини утворюють вектор

$$\bar{\tau} = (\tau_1, \dots, \tau_j, \dots, \tau_n),$$

для якого  $\sum_{j=1}^n \tau_j = T$ , самі ж інтервали  $[t_{j-1}, t_j)$ ,  $j = 1, \dots, n$ , ще можна записати у вигляді  $[t_{j-1}, t_j + \tau_j)$ .

Оскільки інтенсивність потоку є періодичною функцією, то очевидно, що інтервали стаціонарності  $[t_0, t_1), \dots, [t_{j-1}, t_j), \dots, [t_{n-1}, t_n)$ , розміщені на періоді  $[0, T)$ , періодично продовжуються на весь інтервал  $[0, \infty)$ , то на довільному періоді  $[iT, (i+1)T)$  вони мають вигляд

$$[t_{j-1} + iT, t_j + iT), j = 1, \dots, n; i = 0, 1, \dots$$

або

$$[t_{j-1+in}, t_{j+in}), j = 1, \dots, n; i = 0, 1, \dots$$

де  $t_j + iT = t_{j+in}$ .

Крім задання інтервалів однорідності можуть бути також вказані значення інтенсивностей потоку на цих інтервалах, наприклад, у вигляді вектора

$$\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n),$$

де  $\lambda_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  – інтенсивність потоку на інтервалі  $[t_{j-1}, t_j)$ , а значить і на інтервалах  $[t_{j-1} + iT, t_j + iT)$ ,  $i = 0, 1, \dots$

У випадках, коли про ППКСП відома деяка додаткова інформація, вона може вказуватися при заданні потоку. Наприклад, якщо відомими є:

- період  $T$ , то потік може бути поданий у вигляді  $\{\xi(t), T\}$ ;
- вектор  $\bar{\lambda}$  – у вигляді  $\{\xi(t), \bar{\lambda}\}$ ;
- вектор  $\bar{\tau}$  – у вигляді  $\{\xi(t), \bar{\tau}\}$ ;
- період  $T$  і вектор  $\bar{\lambda}$  – у вигляді  $\{\xi(t), T, \bar{\lambda}\}$ ;
- період  $T$  і вектори  $\bar{\tau}$  і  $\bar{\lambda}$  – у вигляді  $\{\xi(t), T, \bar{\tau}, \bar{\lambda}\}$  або  $\{\xi(t), \bar{\tau}, \bar{\lambda}\}$ .

Подання ППКСП в тому чи іншому вигляді дозволяє робити постановки конкретних, чітко сформульованих задач. Наприклад, для потоку  $\{\xi(t), \bar{\lambda}\}$  такими задачами можуть бути оцінка періоду  $T$  і вектора  $\bar{\tau}$ ; для потоку  $\{\xi(t), T, \bar{\lambda}\}$  – оцінка вектора  $\bar{\lambda}$  тощо.

Подібно до ППКСП можна сформулювати визначення ППП, що мають інші форми періодичності інтенсивності  $\lambda(t)$ . Наприклад, результати попередніх досліджень деяких реальних потоків показують, що їх інтенсивність має періодичну кусково лінійну форму. В якості моделі такого потоку може бути періодичний пуассонівський кусково лінійний потік (ППКЛП).

**Означення 2.4.** Пуассонівський потік  $\xi(t)$  називається періодичним пуассонівським кусково лінійним потоком, якщо його інтенсивність  $\lambda(t)$  є періодичною кусково лінійною функцією з періодом  $T$ .

Якщо однією із характеристик ППКСП є вектор інтенсивностей  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n)$ , то подібною характеристикою для ППКЛП (процесу) є вектор

$$\bar{\lambda} = ((a_1, b_1), \dots, (a_i, b_i), \dots, (a_n, b_n)), \quad (2.14)$$

компоненти якого  $(a_i, b_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\sum_{i=1}^n a_i^2 \neq 0$ ,  $\sum_{i=1}^n b_i^2 \neq 0$ , задають аналітичний вираз інтенсивності  $\lambda(t)$  на інтервалі  $(t_{i-1}, t_i)$ :  $\lambda(t) = a_i + b_i t$ . В частинному випадку, коли для вектора (2.14)  $\sum_{i=1}^n b_i^2 = 0$ , ми отримуємо ППКСП (процес).

## 2.8 Оцінка інтенсивності періодичного пуассонівського кусково стаціонарного потоку

Перейдемо тепер до розгляду питання побудови алгоритму оцінки [64, 83, 85] інтенсивності ППКСП  $\{\xi(t), T, \bar{\tau}\}$ , тобто потоку, для якого відомими є його період  $T$  та вектор інтервалів стаціонарності  $(t_0, t_1), \dots, (t_{j-1}, t_j), \dots, (t_{n-1}, t_n)$ , де  $t_0 = 0$ ,  $t_n = T$ , або відповідний їм вектор тривалостей стаціонарності  $\bar{\tau} = (\tau_1, \dots, \tau_j, \dots, \tau_n)$ , де  $\tau_j = t_j - t_{j-1}$ . При цьому вектор інтенсивностей

$$\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n) \quad (2.15)$$

є невідомим.

Нехай спостереження за потоком здійснювалися на інтервалі  $[0, T']$ ,  $T' \gg T$ ,  $\left[ \frac{T_0}{T} \right] = m$ , де  $[\bullet]$  – ціла частина числа. Для наочності весь інтервал спостереження  $[0, T']$  розіб'ємо на окремі  $T$ -інтервали  $[(i-1)T, iT)$ , довжина кожного з яких рівна періоду  $T$ , і розмістимо їх у вигляді стовпчика, як показано на рис. 2.5, та на кожному із них позначимо межі інтервалів стаціонарності потоку та їх довжини. При цьому  $j$ -тим інтервалом стаціонарності потоку на  $i$ -му  $T$ -інтервалі є інтервал  $[t_{j-1} + (i-1)T, t_j + (i-1)T)$  або те саме, що  $[t_{j-1+(i-1)n}, t_{j+(i-1)n})$ .

Відповідно до показаних на рис. 2.5.  $T_i$ -інтервалів та їх розбиття на  $\tau_j$ -інтервали, результати спостережень розмістимо у вигляді  $m \times n$  матриці, поданої на рис. 2.6, де  $m$  – число  $T_i$ -інтервалів  $[(i-1)T, iT)$ , на протязі яких велися

спостереження за потоком,  $n$  – кількість інтервалів стаціонарності потоку на кожному із  $T_i$ -інтервалів. Елементи  $s(i, j)$  матриці – це кількість подій, які були зафіксовані на  $j$ -му інтервалі стаціонарності  $i$ -го  $T_i$ -інтервалу, тобто  $s(i, j)$  – це приріст потоку  $\xi(t)$  на інтервалі  $[t_{j-1} + (i-1)T, t_{j-1} + (i-1)T + \tau_j)$ :

$$s(i, j) = \xi(t_{j-1} + (i-1)T, \tau_j) = \xi(t_{j-1} + (i-1)T + \tau_j) - \xi(t_{j-1} + (i-1)T).$$

| Номер інтервалу | T-інтервали |
|-----------------|-------------|
| 1               |             |
| ...             |             |
| i               |             |
| ...             |             |
| m               |             |

Рисунок 2.5 –  $T_i$ -інтервали та розташовані на них  $\tau_j$ -інтервали, на яких потік є стаціонарним

В останній стрічці матриці розміщені суми  $S(j) = \sum_{i=1}^m s(i, j)$ ,  $j = 1, \dots, n$ , кожна з яких рівна сумі подій, що відбулися на всіх інтервалах стаціонарності  $[t_{j-1} + (i-1)T, t_{j-1} + (i-1)T + \tau_j)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , і на яких одна і та ж інтенсивність  $\lambda_j$ , оцінку якої і потрібно знайти.

| Номер $T_i$ -<br>інтервалу | Номер інтервалу стаціонарності на $T_i$ -інтервалі |  |           |  |           |
|----------------------------|----------------------------------------------------|--|-----------|--|-----------|
|                            | 1                                                  |  | $j$       |  | $n$       |
| 1                          | $s(1,1)$                                           |  | $s(1, j)$ |  | $s(1, n)$ |
|                            |                                                    |  |           |  |           |
| $i$                        | $s(i,1)$                                           |  | $s(i, j)$ |  | $s(i, n)$ |
|                            |                                                    |  |           |  |           |
| $m$                        | $s(m,1)$                                           |  | $s(m, j)$ |  | $s(m, n)$ |
|                            | $S(1)$                                             |  | $S(j)$    |  | $S(n)$    |

Рисунок 2.6 – Результати спостережень за ППКСП

Оскільки при фіксованому  $j$  на кожному із інтервалів  $[t_{j-1} + (i-1)T, t_{j-1} + (i-1)T + \tau_j)$ ,  $i=1, \dots, m$ , потік є стаціонарним із поки що невідомою інтенсивністю  $\lambda_j$ , то приймаючи до уваги метод оцінки інтенсивності стаціонарного потоку [26] та формулу (2.13), оцінкою інтенсивності  $\lambda_j$ ,  $j=1, \dots, n$  буде статистика

$$\hat{\lambda}_j = \frac{S(j)}{m\tau_j}, \quad j=1, \dots, n,$$

де, як зазначалося раніше,  $S(j)$  – це сума подій, що відбулися на всіх інтервалах стаціонарності  $[t_{j-1} + (i-1)T, t_{j-1} + (i-1)T + \tau_j)$ , що мають однакову довжину  $\tau_j$  і кожному з яких одна і та ж інтенсивність  $\lambda_j$ ,  $m$  – число інтервалів стаціонарності. Вектор  $\hat{\lambda} = (\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_j, \dots, \hat{\lambda}_n)$  буде оцінкою вектора інтенсивностей (2.15).

На основі алгоритму оцінки інтенсивності ППКСП розроблена інформаційна технологія, що включає використання програмного забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків» та «DiagFind».

## 2.9 Інформаційна технологія оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків

Як приклад застосування інформаційної технології оцінки інтенсивності ППКСП на основі розробленого алгоритму [23], використано реальні дані, отримані в диспетчерській службі Комунального закладу Тернопільської обласної ради «Центру екстреної медичної допомоги та медицини катастроф» (КЗ ТОР «ЦЕМД та МК»).

В результаті експорту реальних даних [39, 40, 54] із системи «Ambulance» у формат .csv отримано файл, в якому міститься великий об'єм отриманих даних. Варто зазначити, що до 2009 року у м. Тернопіль вся реєстрація викликів у КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» велася вручну. Такий файл має назву типу «Export\_01.01.2016\_31.01.2016.csv» і для кожного місяця отриманих реальних даних є окремим файлом. На рисунку 2.7 наведено вигляд даних після експорту.

| А                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | В               | С                | Д | Е | Ж | З | И | Й | К | Л | М | Н | О | П | Р | С | Т | У | В | Х | Ц | Ч | Ш | Щ | АА | АБ |  |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|--|--|
| Интервал                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 01.07.2009 0:00 | 31.07.2009 23:59 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |  |  |
| Дата і час виклику: Номер виклику      Зміна      Привід: Дз. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в. Адрес: в |                 |                  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |  |  |

Рисунок 2.7 – Початкові дані по викликах до диспетчерської служби КЗ ТОР «ЦЕМД та МК»

В даному файлі міститься інформація про час виклику, попередній діагноз, адресу виклику, час виїзду, час прибуття на виклик, діагноз лікаря тощо – разом 118 стовпців. Слід зазначити, що в такому файлі міститься інформація

тільки за один місяць, в середньому кількість викликів коливається від 5000 до 8000 в залежності від пори року. Таким чином, аналіз отриманих даних, мінімум за 1 рік, є досить складним процесом.

Проектування програмного засобу «Оцінка інтенсивності потоків» для оцінки інтенсивності потоків почалось із проектування діаграми use case.

Користувач (див. рис. 2.8), використовуючи інтерфейс програмного забезпечення може провести вибірку даних за місяць, сезон, або весь період, за який є реальні дані. Вибірку по місяцях та сезонах можна здійснити за певний визначений рік. Дані можуть класифікуватися за попередніми діагнозами, які встановлені під час поступлення виклику. Також з використанням інтерфейсу програмного засобу «Оцінка інтенсивності потоків» користувач може виконати розбиття сформованого графіку на інтервали стаціонарності, активувавши опцію «Interval» програмного засобу. Дані візуалізуються у таблицю та на графік, які в подальшому експортуються у .csv файл, а графік у зображення.

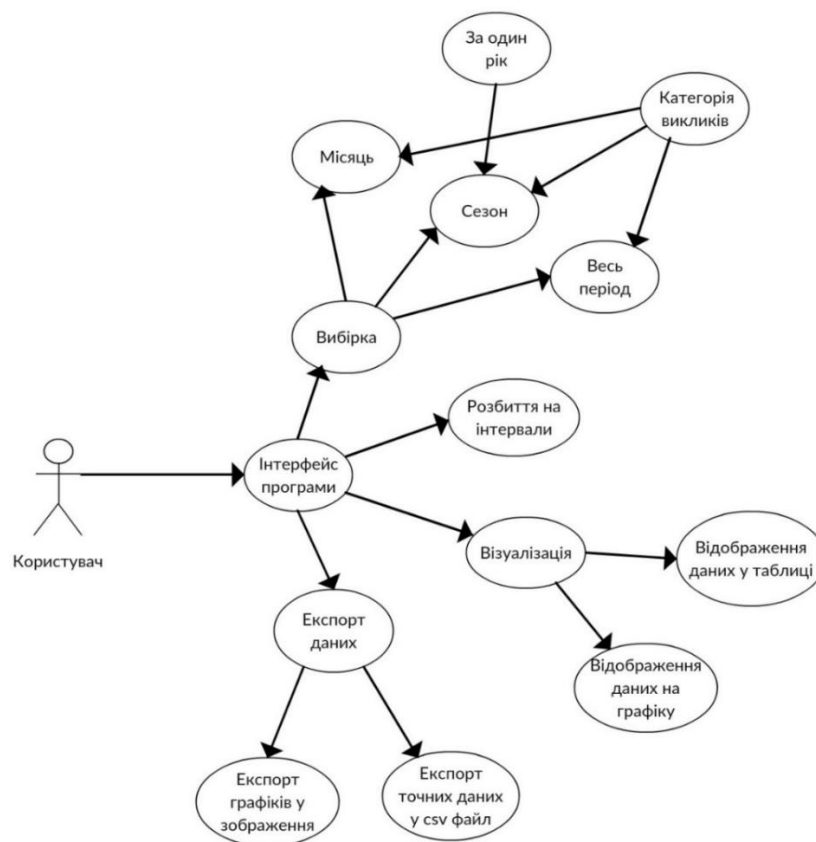


Рисунок 2.8 – Діаграма use case програмного засобу «Оцінка інтенсивності потоків»

Підклас отримання даних (див. рис. 2.9) з файлів «Receive data file» є дочірнім по відношенню до класів: вибірка даних за весь період «All period», вибірка даних за місяць «Month», вибірка даних за сезон «Season» та критерії викликів «Categories challenges», які у свою чергу є дочірніми у відношенні до класу виведення даних «Output».

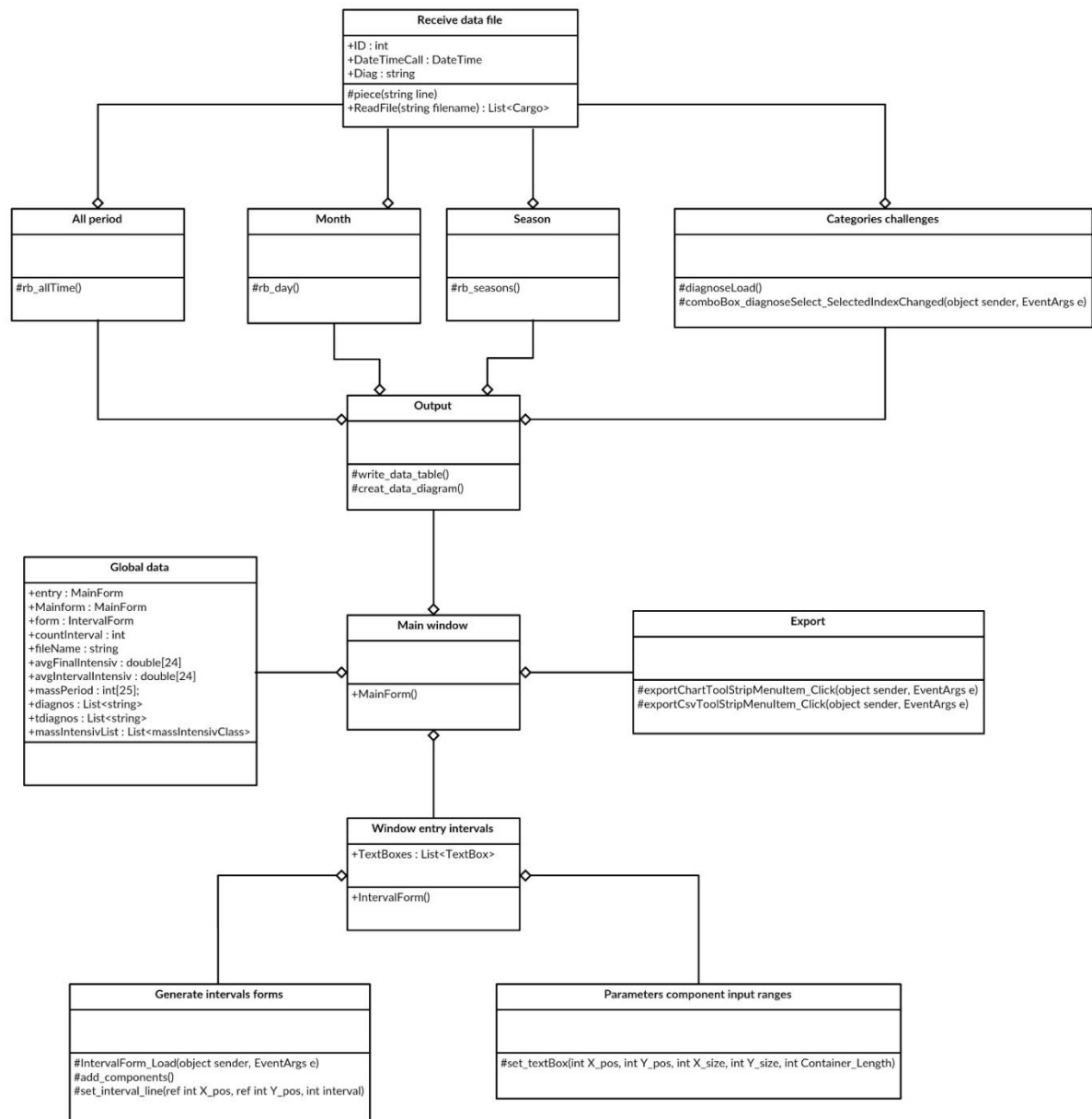


Рисунок 2.9 – Діаграма класів програмного засобу «Оцінка інтенсивності потоків»

Ключовим класом інтерфейсу є головне вікно програмного засобу «Main windows», яке містить складові класи: виведення даних «Global data»,

збереження глобальних налаштувань, експорт даних «Export» та вікно вводу інтервалів «Window entry intervals». По відношенню до класу вікна вводу інтервалів «Window entry intervals» дочірніми є генерація форми для введення інтервалів «Generate intervals forms» та параметрів компоненти «Parameters component input ranges».

На початку роботи програмного забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків» відбувається формування списку файлів з даними, наявних у робочому каталозі. Наступний крок – аналіз відповідності складеного списку файлів критеріям вибірки (див. додаток А). Після чого по чергово відкриваються файли із сформованого списку. Для кожного файлу відбувається його відкриття, перевірка файлу на наявність даних; якщо такі дані присутні у файлі, то зчитується рядок даних та перевіряється на відповідність критеріям. Якщо дані не відповідають критеріям, зчитується наступний рядок з файлу та перевіряється на відповідність критеріям. Якщо дані відповідають критеріям, відбувається формування масиву даних. У випадку наявності в масиві даних, відбувається вивід таких на графік та у таблицю. При потребі, можна зробити вибір варіанту експорту: дані у .csv файл, графік у зображення. Після здійснення всіх дій, можна завершити роботу програмного забезпечення.

Результатом проектування програмного забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків» є готовий до використання програмний продукт, зовнішній вигляд головного вікна наведено на рис. 2.10.

Діаграма станів програмного забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків» наведена в додатку А, лістинг – додатку Б.

Як було зазначено вище, виклики можуть класифікуватися за попередніми діагнозами. Така класифікація розроблена у співпраці із фахівцями КЗ ТОВ «ЦЕМД та МК», яка збережена у вигляд текстового файлу DG.txt (див. рис. 2.11) папки Data.

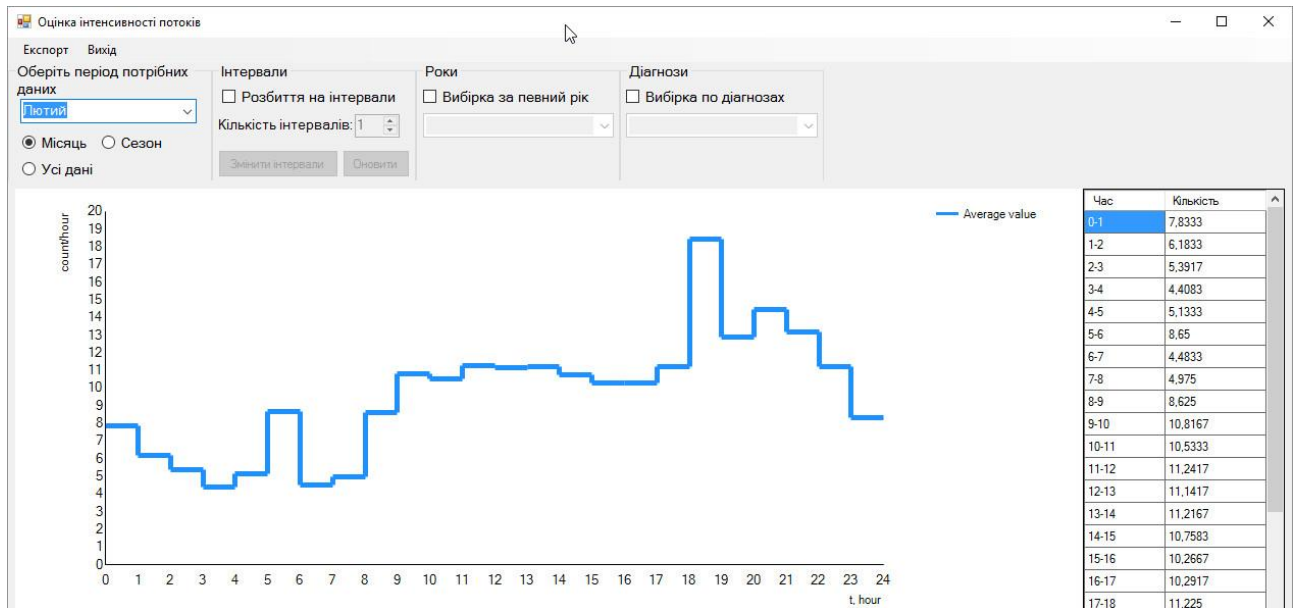


Рисунок 2.10 – Зовнішній вигляд програмного забезпечення для оцінки інтенсивності викликів у КЗ ТОР «ЦЕМД та МК»

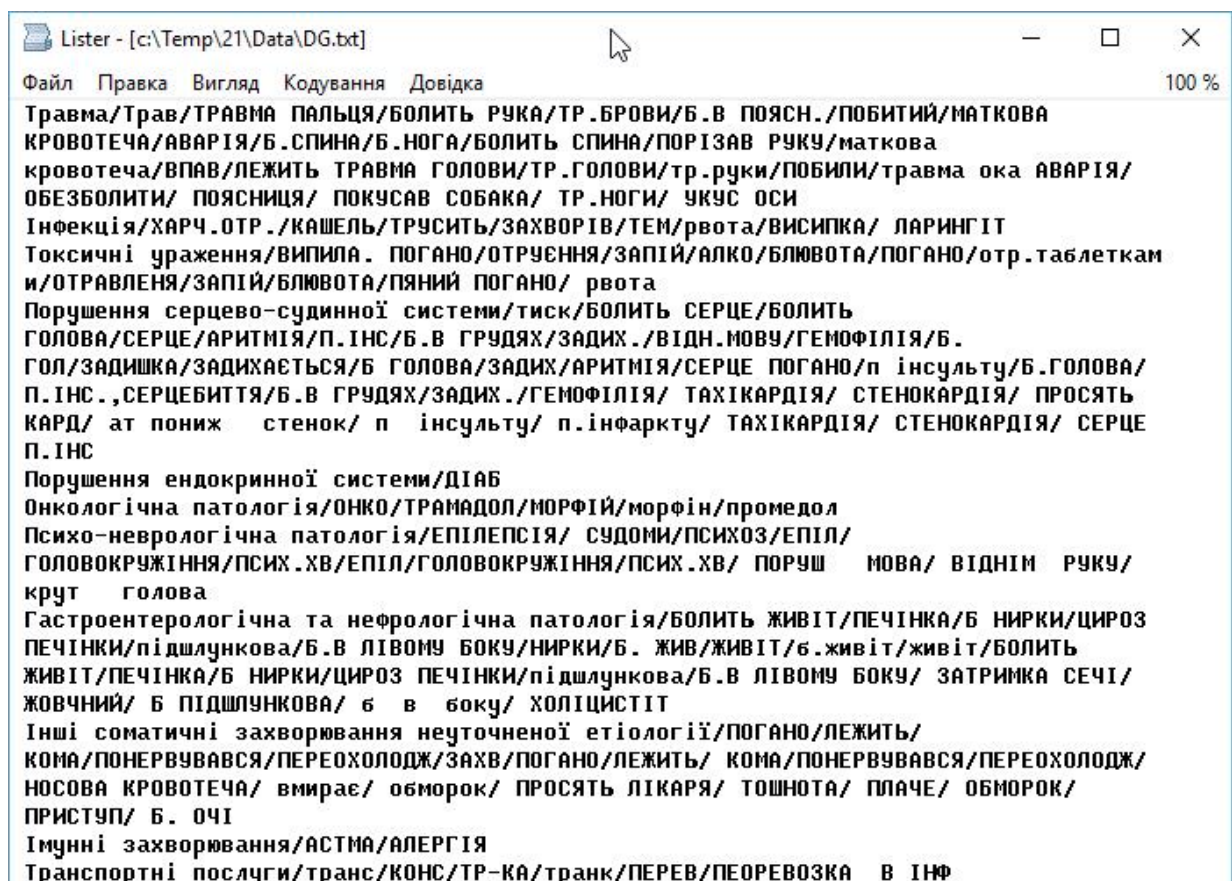


Рисунок 2.11 – Класифікація викликів за попередніми діагнозами

Таким чином, класифікація викликів за попередніми діагнозами розбита наступним чином:

- Травма;
- Інфекція;
- Токсичні ураження;
- Порушення серцево-судинної системи;
- Порушення ендокринної системи;
- Онкологічна патологія;
- Психо-неврологічна патологія;
- Гастроентерологічна та нефрологічна патологія;
- Інші соматичні захворювання неуточненої етіології;
- Імунні захворювання;
- Транспортні послуги.

Проте, під час роботи інформаційного продукту оцінки інтенсивності ППКСП виникло ряд зауважень.

Серед них варто віднести так званий «людський фактор». При автоматизації вибірки по попередніх діагнозах у стовпці «Привід до виклику» виявлено ряд граматичних помилок. Наприклад, написано «ТОРУЄННЯ ТАБЛЕТКАМИ» (див. рис. 2.14), а має бути «ОТРУЄННЯ ТАБЛЕТКАМИ».

Для унеможливлення в майбутньому таких помилок розроблено окремий програмний продукт «DiagFind», який доповнює інформаційну технологію оцінки інтенсивності ППКСП; дозволяє здійснювати нормалізацію наборів даних – виявляти пропущені діагнози у вибірці за рахунок помилок, описаних вище.

Службова програма для нормалізації наборів даних «DiagFind» містить наступні класи (див. рис. 2.12): клас для експорту даних «Export», який включають до головного вікна програми «Main wondow»; підклас отримання даних з файлу «Receive data file» є елементом класу отримання списку файлів «Getting a list of a available files»; також клас головного вікна програми «Main wondow» містить підклас для збереження глобальних налаштувань програми «Global data».

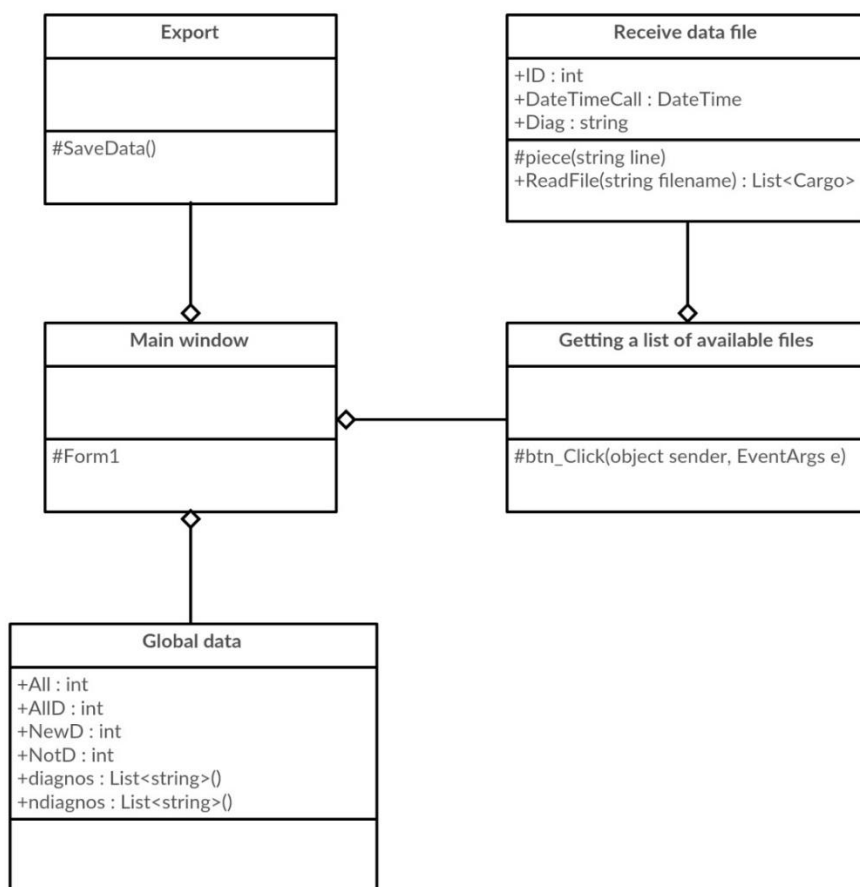


Рисунок 2.12 – Діаграма класів програмного забезпечення для нормалізації даних «DiagFind»

Зовнішній вигляд програмного продукту «DiagFind» зображено на рис. 2.13, лістинг – додатку В.

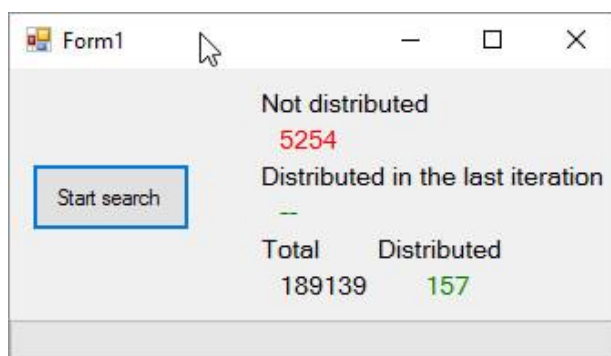


Рисунок 2.13 – Зовнішній вигляд програмного забезпечення для нормалізації даних «DiagFind»

Результатом роботи програмного продукту є наступне:

– поле «Not distributed» відображає кількість елементів у стовпці «Привід до виклику», які через опечатки та інші помилки операторів диспетчерської служби не ідентифіковані для роботи програмного засобу «Оцінка інтенсивності потоків»;

– поле «Total» відображає сумарну кількість елементів у стовпці «Привід до виклику» всієї бази викликів;

– поле «Distributed» відображає кількість ідентифікованих попередніх діагнозів викликів згідно вищенаведеної класифікації.

Також створюється файл WriteLines.txt (див. рис. 2.14), в якому відображено всі неідентифіковані системою «Оцінка інтенсивності потоків» діагнози викликів, що знаходяться у стовпці «Привід до виклику» експортованого файлу реальних даних.

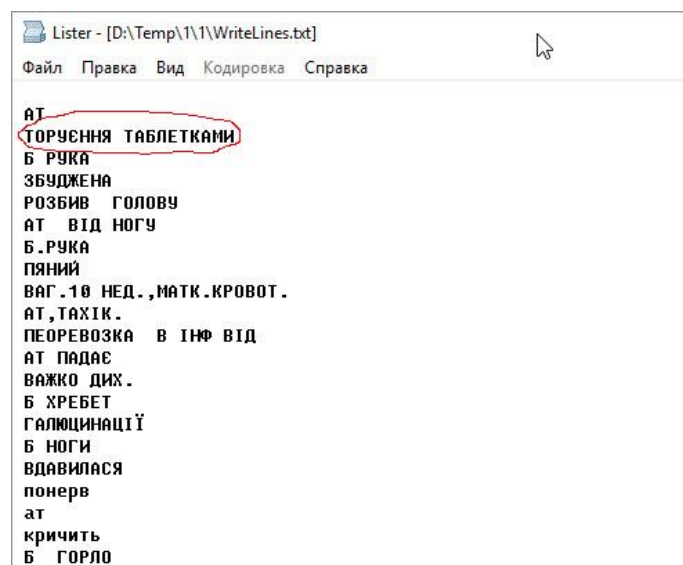


Рисунок 2.14 – Результат роботи програмного засобу для нормалізації даних «DiagFind»

Для уникнення таких помилок в майбутньому, варто рекомендувати диспетчерам уніфікувати попередні діагнози при редагуванні поля «Привід до виклику», щоб уникнути помилок при внесенні даних.

## 2.10 Оцінка інтенсивності викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК»

Програмне забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків», як елемент інформаційної технології, було використано для оцінки інтенсивності викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК», при умові, що період викликів становить  $T = 24$  год. Для цього спочатку був здійснений відбір викликів за вересень, жовтень, листопад 2009 року та утворена БД-1 (база даних), що містить 91 стовпчик (кількість днів, протягом яких велися спостереження) та 24 рядки (кількість годин доби). Кожний із відліків БД-1 – це кількість викликів, що надходили протягом тієї чи іншої години певного дня. Попередній аналіз отриманих даних показав, що в якості інтервалів стаціонарності на періоді  $[0,24]$  год. (див. рис. 2.15) доцільно вибрати інтервали  $[0,6]$ ,  $[6,8]$ ,  $[8,18]$  та  $[18,24]$  години. Отримані піки викликів на інтервалах  $[5,6]$  та  $[18,19]$  зумовлені тим, що в цих часових проміжках здійснювалися виїзди швидкої допомоги до онкохворих, яким, згідно графіка, вводять знеболюючі препарати (Морфін, трамадол тощо).

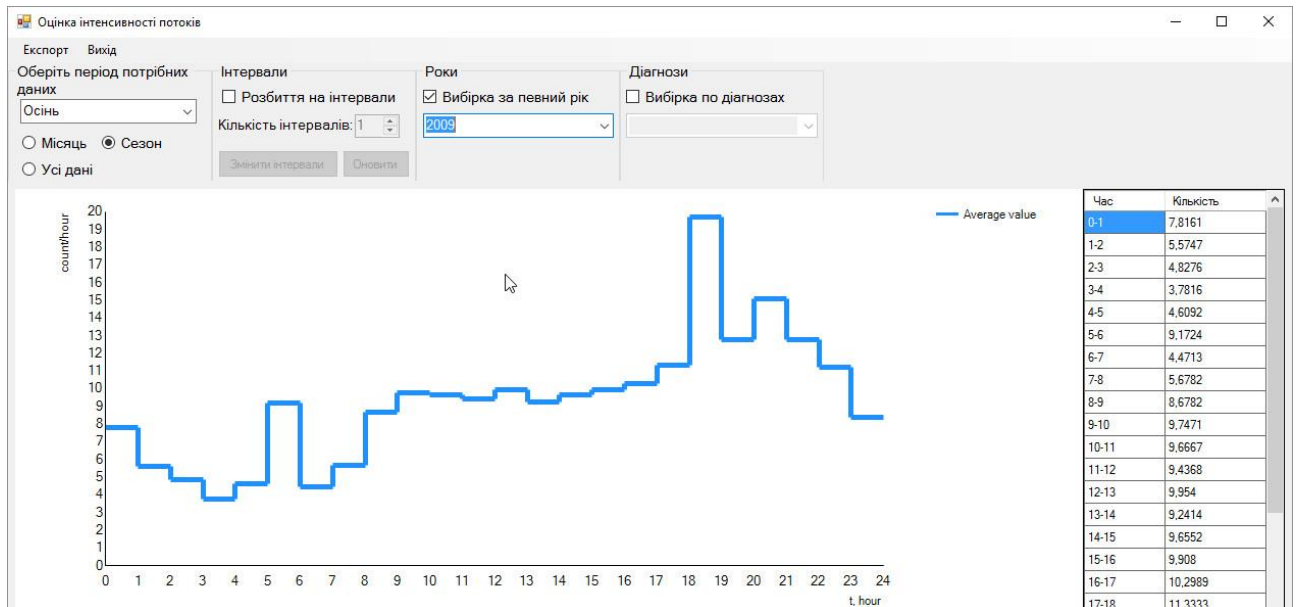


Рисунок 2.15 – Оцінка інтенсивностей викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за осінь 2009 року на періоді  $[0,24]$  год.

Враховуючи рекомендації, була створена БД-2 у вигляді матриці, показаної на рис. 2.6, для якої  $m=91$  – кількість днів, протягом яких велися спостереження,  $n=4$  – число інтервалів стаціонарності на періоді  $[0,24]$  год. Результати оцінки інтенсивності зображені на рис. 2.16.

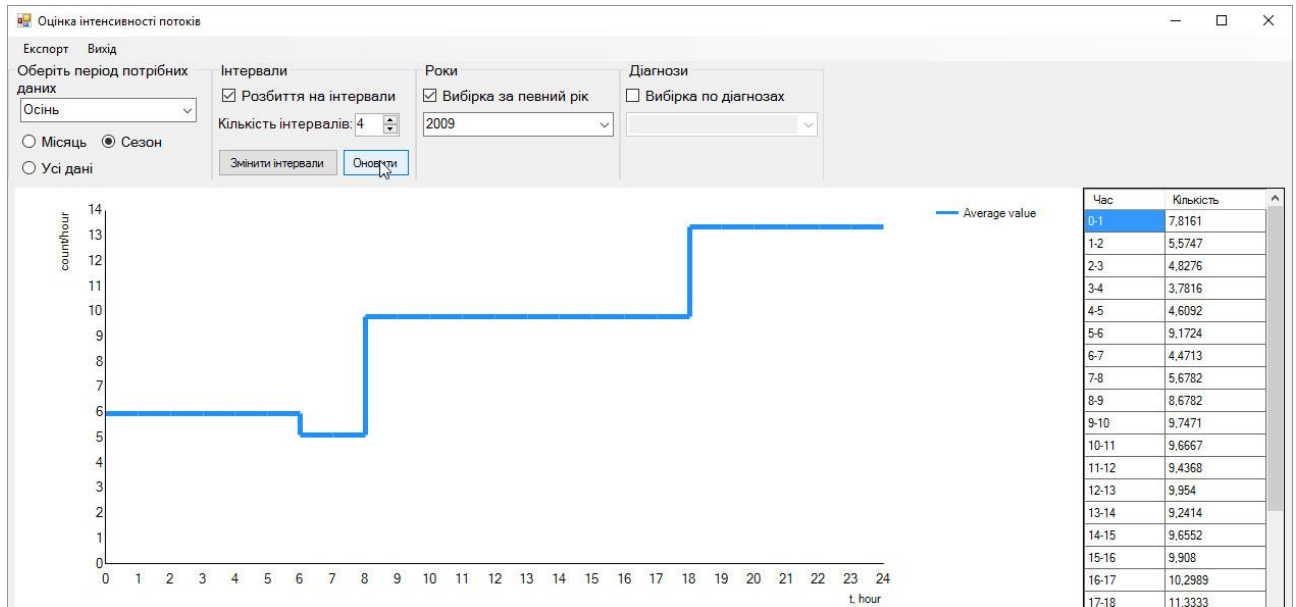


Рисунок 2.16 – Оцінка інтенсивності викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за осінь 2009 року з поділом на інтервали стаціонарності

Проте виявилось, що з 2014 року швидка допомога КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» не здійснює виїздів до онкохворих, на рис. 2.17 показано оцінку інтенсивності викликів без поділу на інтервали за осінній період 2015 року.

Попередній аналіз отриманих даних (див. рис. 2.17) показав, що в якості інтервалів стаціонарності на періоді  $[0,24]$  год. доцільно вибрати інтервали  $[0,6]$ ,  $[6,8]$ ,  $[8,20]$  та  $[20,24]$  години. Результати оцінки інтенсивності викликів за осінній період 2015 року із поділом на інтервали стаціонарності показано на рис. 2.18.

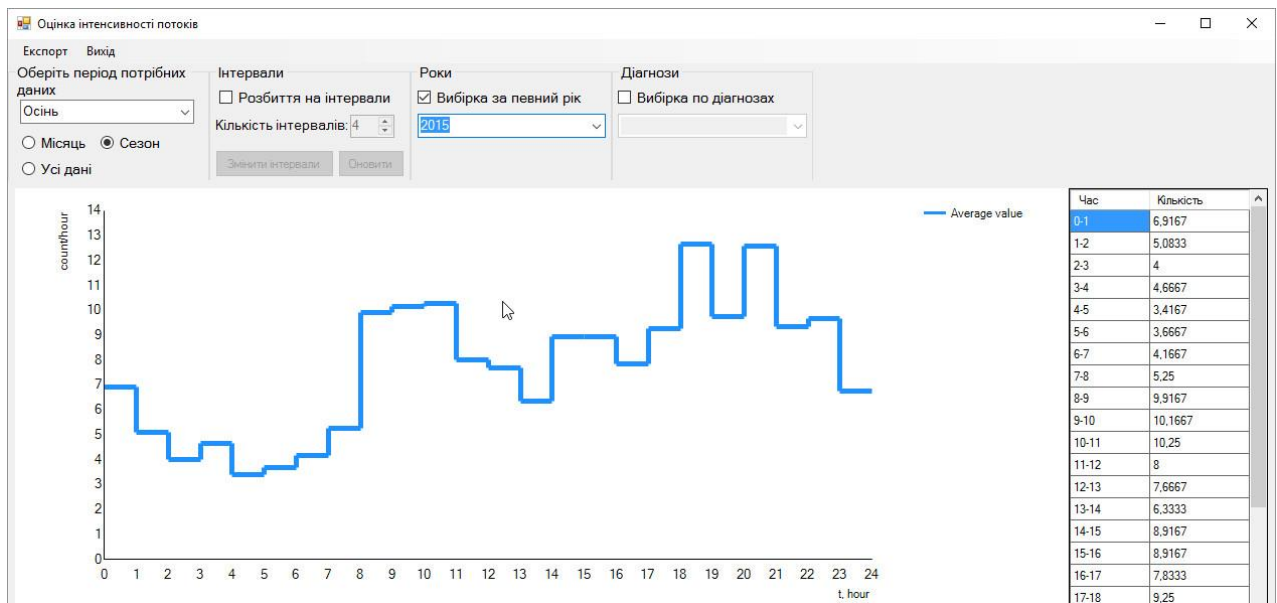


Рисунок 2.17 – Оцінка інтенсивності викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за осінь 2015 року на періоді [0,24] год.



Рисунок 2.18 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за осінь 2015 року з поділом на інтервали стаціонарності

Використовуюючи розроблене програмне забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків», отримаємо оцінки інтенсивності викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги за зимові (див. рис. 2.19-2.22) та літні

(див. рис. 2.23-2.26) пори року 2009, 2010, 2014 та 2015 років із вибраними інтервалами стаціонарності [0,6], [6,8], [8,18] та [18,24] години.

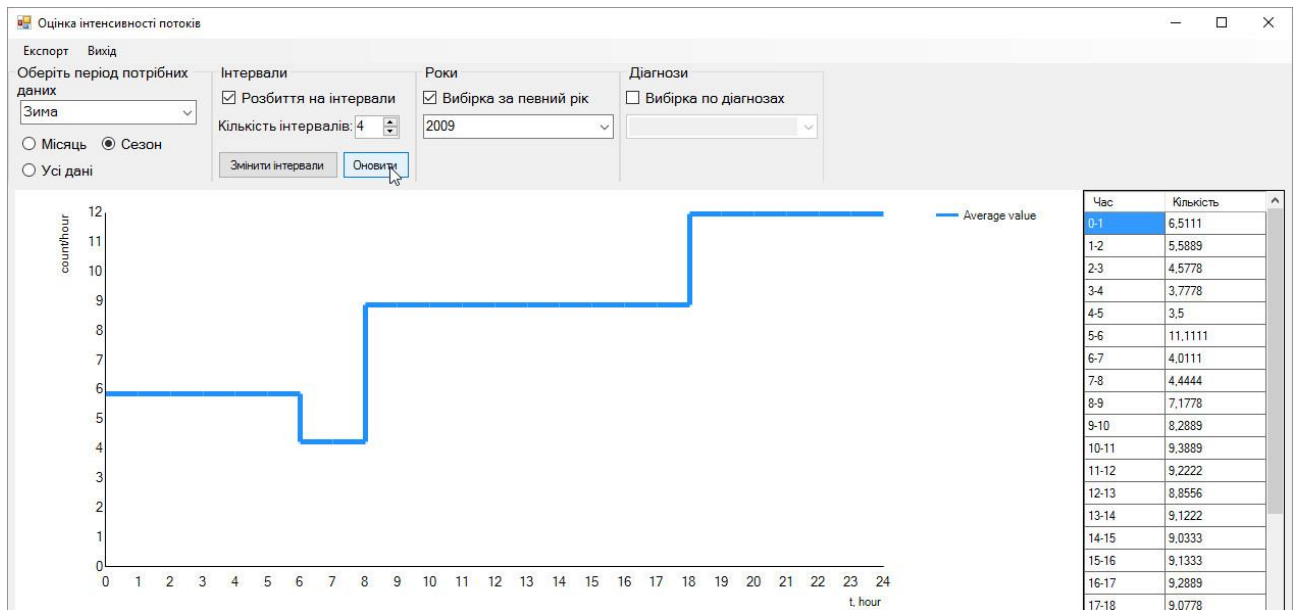


Рисунок 2.19 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за зимові місяці 2009 року (січень, лютий, грудень)

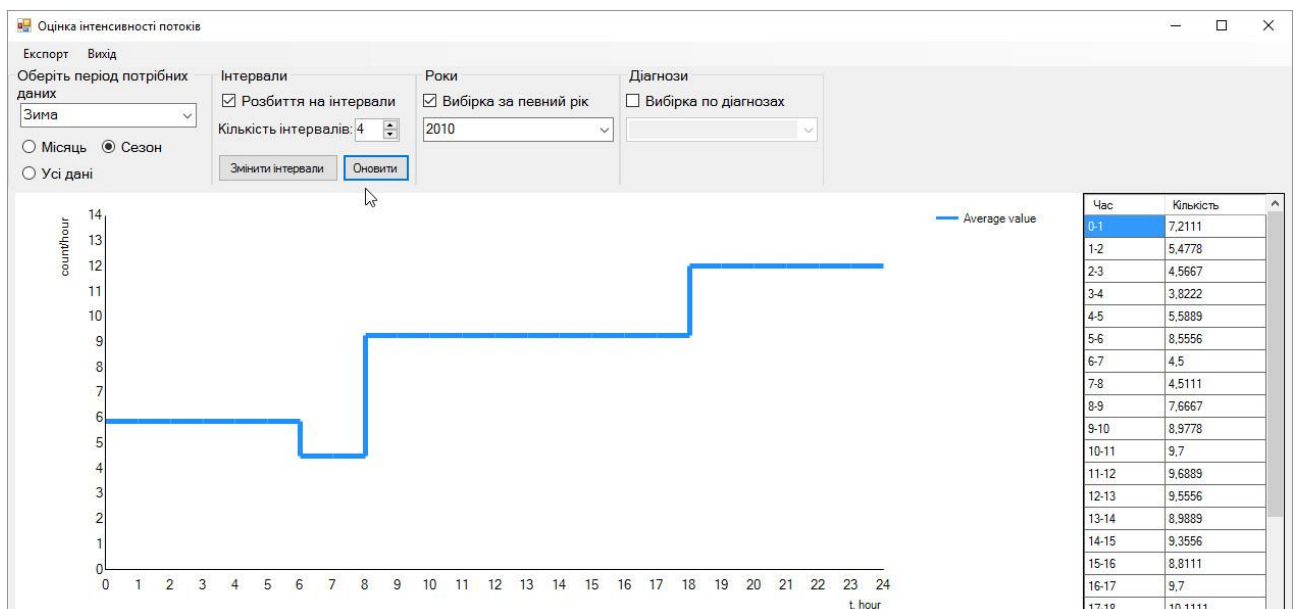


Рисунок 2.20 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за зимові місяці 2010 року (січень, лютий, грудень)

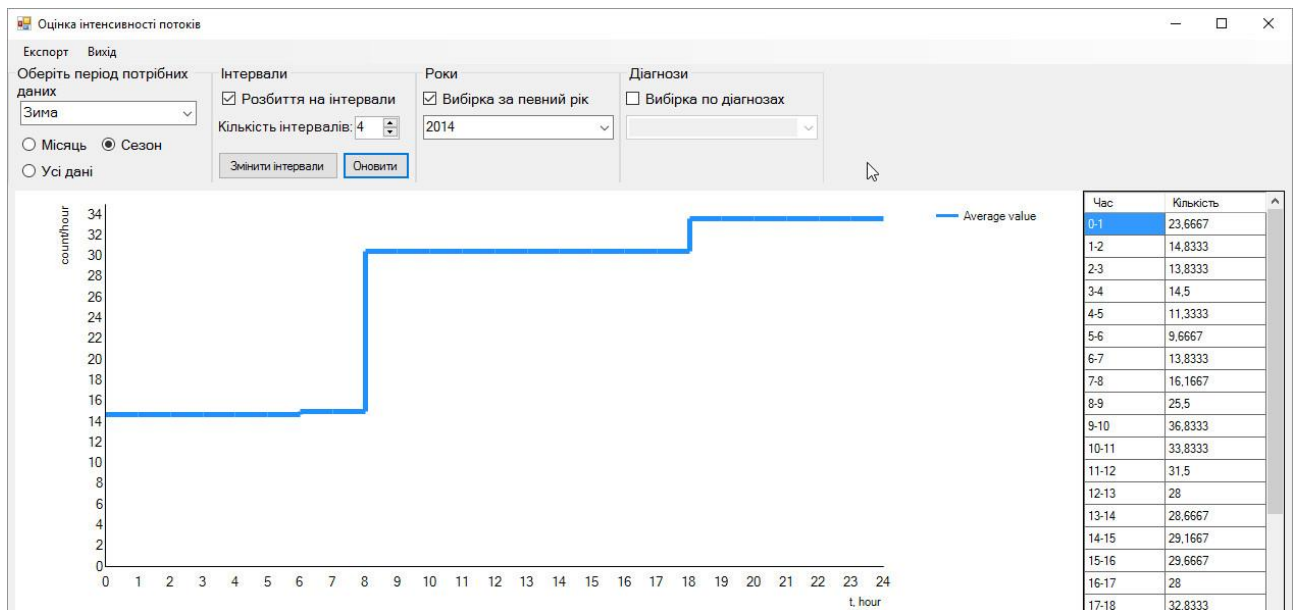


Рисунок 2.21 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за зимові місяці 2014 року (січень, лютий, грудень)



Рисунок 2.22 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за зимові місяці 2015 року (січень, лютий, грудень)

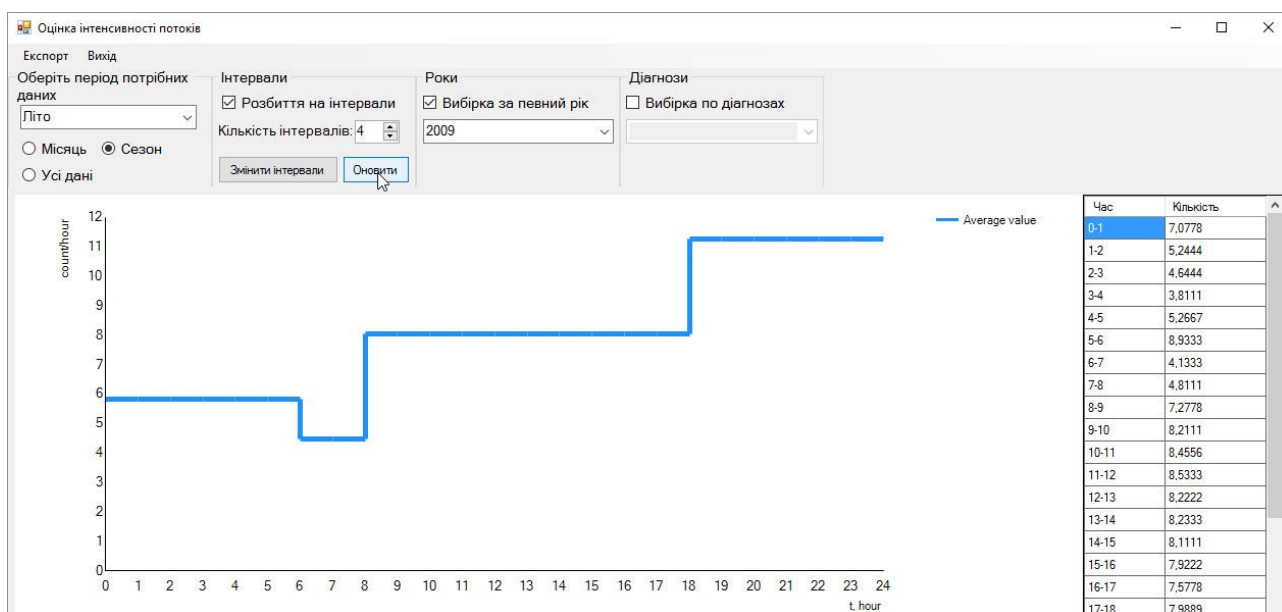


Рисунок 2.23 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за літні місяці 2009 року (червень, липень, серпень)



Рисунок 2.24 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за літні місяці 2010 року (червень, липень, серпень)

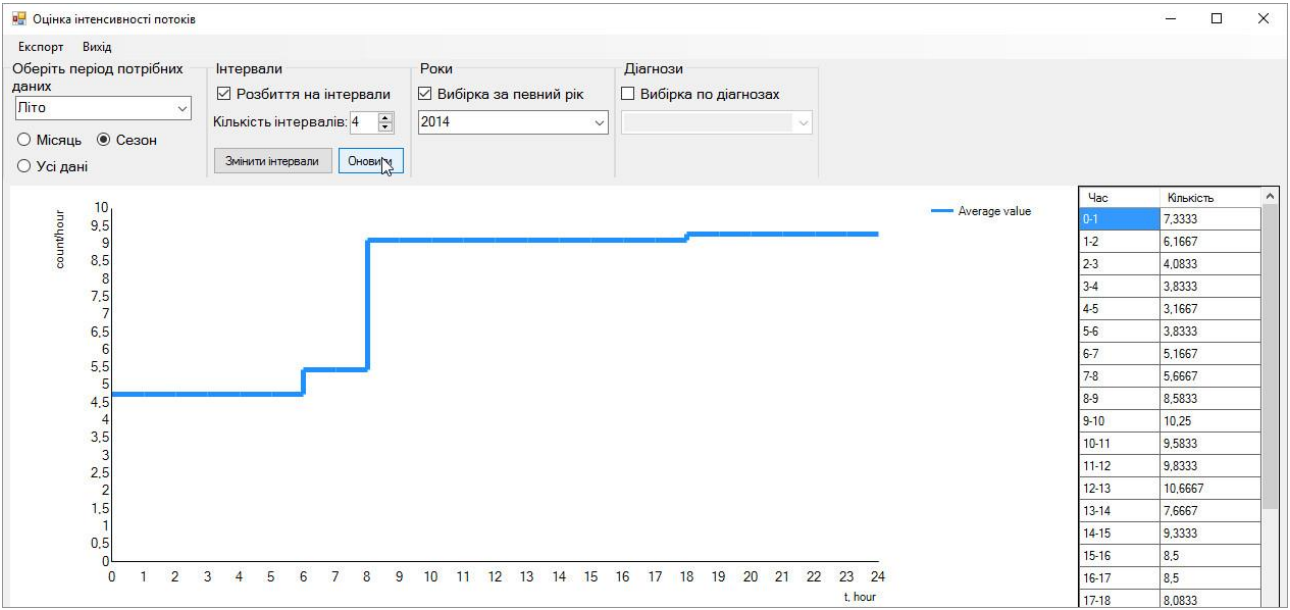


Рисунок 2.25 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за літні місяці 2014 року (червень, липень, серпень)

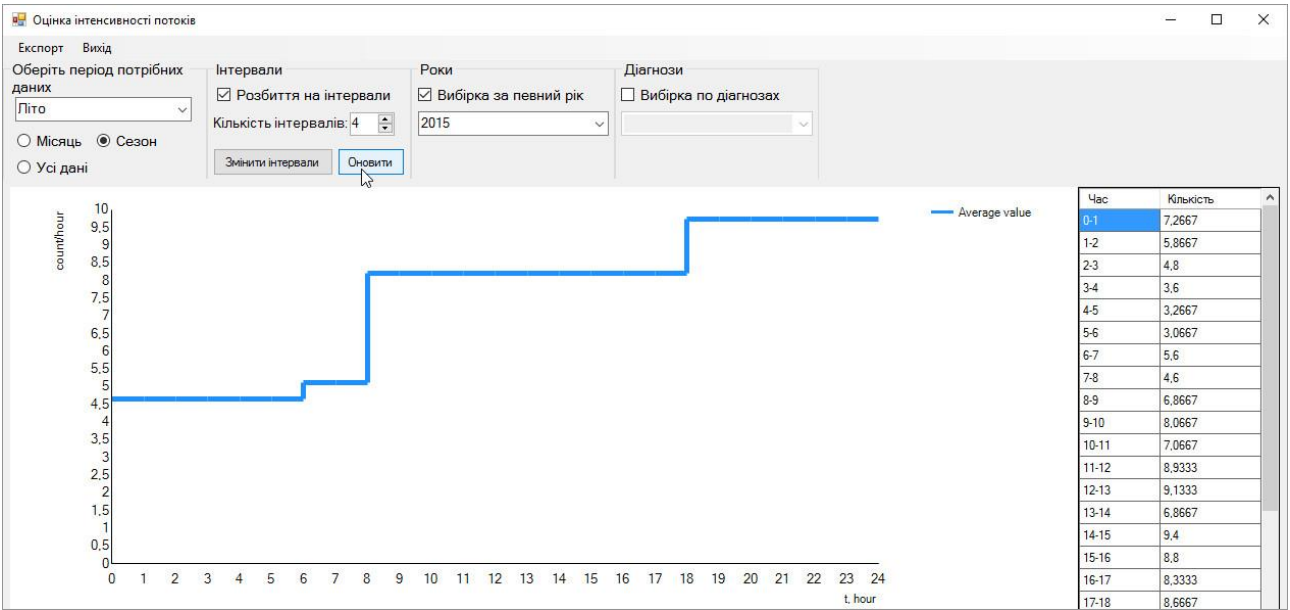


Рисунок 2.26 – Оцінка інтенсивності потоку викликів у диспетчерську службу КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» за літні місяці 2015 року (червень, липень, серпень)

Як видно з рисунків 2.19-2.26 інтенсивність потоку викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги є явищем періодичним, при чому ця періодичність зберігається постійно, незалежно від пори року та не залежить від року спостереження. Відмінності оцінок інтенсивності в періоді стаціонарності

[6,8] зумовлені відміною виїзду машин швидкої допомоги для здійснення маніпуляцій онкохворим.

### **Висновки до другого розділу**

1. Незважаючи на те, що в науковій літературі йде мова про наявність стохастично періодичних пуассонівських потоків, проте в роботі вперше звернено увагу, що для їх опису використовується хибне поняття (визначення), а модель таких потоків відсутня.

2. На основі класу процесів з незалежними періодичними приростами введено клас періодичних пуассонівських потоків.

3. Сформульовано задачу побудови оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських потоків. Для її розв'язання:

- проведено порівняльний аналіз періодичних пуассонівських потоків із періодичними та періодично корельованими процесами щодо можливості використання розробленого для цих процесів підходу до оцінки їх періодичних ймовірнісних характеристик до задачі побудови оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських потоків, на основі чого встановлено, що основна відмінність полягає у способах відбору статистичних даних для побудови оцінок;

- проведено огляд методів оцінки інтенсивності нестационарних пуассонівських потоків, на основі якого зроблено висновок, що однозначну оцінку інтенсивності потоку можна отримати лише у випадках, коли інтенсивність залежить (є функцією) лише від одного аргументу.

4. Враховуючи результат аналізу щодо випадків, коли можливо побудувати однозначну оцінку потоку подій, введено клас періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, для яких така можливість є реальною.

5. Побудована однозначна оцінка інтенсивності періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків.

6. Розроблено інформаційну технологію оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, що включає програмне забезпечення «Оцінка інтенсивності потоків» та «DiagFind».

7. Проведено попередній експертно-оглядовий аналіз вхідних потоків викликів на диспетчерський пункт КЗ ТОР «ЦЕМД та МК» міста Тернополя та обчислено оцінки їх періодичної інтенсивності.

### РОЗДІЛ 3

## ІНТЕРВАЛЬНИЙ ПЕРІОДИЧНИЙ ПРОЦЕС ТА МОДЕЛІ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ РЕКУРЕНТНИХ ПОТОКІВ

Пуассонівські потоки часто є лише деяким наближенням реальних потоків, проте часто використовуються за інерцією та в силу того, що є більш вивченими в порівнянні з іншими потоками та в окремих випадках дозволяють проводити їх статистичний аналіз. Практика свідчить, що не завжди для потоків виконуються умови відсутності післядії, тобто не всі потоки можуть бути зведені тільки до пуассонівських. Існують потоки, для яких умова відсутності післядії порушується.

Із множини потоків, для яких умова відсутності післядії порушується, або, як говорять, потоків з обмеженою післядією, виділені окремі класи потоків, в першу чергу це важливі для задач практики рекурентні потоки [9, 26, 61].

В свою чергу подібно до того, як серед пуассонівських потоків увагу спеціалістів привертають потоки із стохастичною періодичністю, мають місце випадки наявності стохастичної періодичності і для потоків з обмеженою післядією, зокрема для рекурентних потоків. Як показав огляд літературних джерел, роботи, де б розглядалися питання аналізу СПП з обмеженою післядією, в тому числі і рекурентних потоків, відсутні. Основна причина – відсутні моделі таких потоків, що є першою і основною складовою інформаційної технології, що вкладається в схему «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп’ютерний експеримент». Щоб перейти до розгляду основного питання цього розділу – обґрунтування моделей стохастично періодичних рекурентних потоків в загальному випадку, а також визначення їх окремих класів, коли враховуються функції розподілів інтервалів потоку.

Як зазначалося в першому розділі, потік можна розглядати як:

а) випадковий процес  $\xi(t)$ ,  $t \geq 0$ , що визначає число подій, які відбулися за проміжок часу  $[0, t]$ ;

б) послідовність випадкових моментів часу  $t_0, t_1, \dots, t_k, \dots$ ,  $t_0 = 0$ , в які відбуваються події (надходять замовлення).

с) послідовність випадкових величин  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , де  $\tau_k = t_k - t_{k-1}$  — інтервали (проміжки) часу між  $k-1$ -ю та  $k$ -ю подіями.

В цьому розділі в якості вихідної моделі потоків зручно використовувати останній варіант, тобто розглядати їх як послідовність інтервалів

$$\tau_k, k = 1, 2, \dots$$

На основі цієї моделі визначені основні поняття та види потоків, для яких не виконується умова відсутності післядії, тобто потоків з обмеженою післядією.

### 3.1 Потоки з обмеженою післядією та їх частинні випадки

Згідно [9, 26, 61], потік подій  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$  називається потоком з обмеженою післядією (або потоком Пальма), якщо його випадкові величини (інтервали)  $\tau_k$  взаємно незалежні між собою. Із цього визначення випливає, що для задання потоку з обмеженою післядією достатньо задати послідовність одновимірних розподілів

$$F_k(x) = P\{\tau_k < x\}, k = 1, 2, \dots,$$

припускаючи при цьому, що  $F_k(x) = 0$  при  $x < 0$ .

Потоки з обмеженою післядією — це загальний клас потоків, і будь-якого теоретичного, тим більше практичного значення не мають. Певний інтерес, особливо в прикладних напрямках, мають виділені із множини потоків з обмеженою післядією рекурентні потоки із запізненням та рекурентні потоки [22].

### 3.2 Рекурентні потоки

Рекурентні потоки із запізненням. Потік з обмеженою післядією, для якого всі його інтервали  $\tau_k$ ,  $k = 2, 3, \dots$ , за винятком першого інтервалу  $\tau_1$ , розподілені за одним і тим же законом, тобто  $F_k(x) = F(x)$ ,  $k = 2, 3, \dots$ ,  $F_1(x) \neq F(x)$ , називається рекурентним потоком із запізненням або процесом відновлення із запізненням.

Рекурентні потоки. Потік з обмеженою післядією, для якого всі його інтервали  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , розподілені за одним і тим же законом, тобто  $F_k(x) = F(x)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , називається рекурентним потоком або процесом відновлення.

Якщо порівняти підходи і можливості вивчення пуассонівських і рекурентних потоків, то видно, що для опису пуассонівських потоків існує три взаємозв'язані моделі. Потік можна розглядати як:

- послідовність випадкових моментів часу

$$t_0, t_1, \dots, t_k, \dots, t_0 = 0, \quad (3.1)$$

в які відбуваються події (надходять замовлення);

- послідовність випадкових величин (інтервалів)

$$\tau_k, k = 1, 2, \dots, \quad (3.2)$$

з показниковим законом розподілу, в (3.2) інтервал  $\tau_k = t_k - t_{k-1}$  – це проміжок часу між  $k-1$ -ю та  $k$ -ю подіями;

- пуассонівський процес

$$\xi(t), t \geq 0, \quad (3.3)$$

що визначає число подій, які відбулися за проміжок часу  $[0, t]$ , і характеризується інтенсивністю (параметром)  $\lambda(t)$ .

В залежності від тієї чи іншої задачі дослідження потоків можуть проявлятися переваги однієї із моделей (3.1), (3.2) і (3.3) над іншою [45-47]. Якщо звернутися до пуассонівського потоку, то його подання у вигляді (3.3) зручне тим, що аргумент  $t$  моделі є неперервним  $t \in [0, \infty)$ . Це дало змогу на основі моделі (3.3) виділити клас ППП, а конкретизуючи форму зміни періодичної інтенсивності  $\lambda(t)$ , – інші класи, зокрема, ППКСП. Крім цього, оскільки аргумент інтенсивності  $\lambda(t)$  змінюється неперервно, є можливість записувати розподіли інтервалів  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , в довільних точках осі  $[0, \infty)$ .

Для опису рекурентного потоку використовують дві моделі, потік розглядають як послідовність випадкових моментів часу (3.1) або як послідовність випадкових величин (інтервалів) (3.2) однаково розподілених із функцією розподілу  $F(x)$ .

Очевидно, серед рекурентних потоків, крім стаціонарних, теж є потоки із певними особливостями, зокрема стохастично періодичні потоки. Проте в рамках моделей (3.1) і (3.2) розглядають тільки стаціонарні рекурентні потоки. Питання, яким чином описати рекурентні потоки, відмінні від стаціонарних, залишається відкритим.

Якщо звернутись до наведених вище переваг і можливостей моделі (3.3) пуассонівських потоків, напрошується думка, щоб якимось чином ці можливості розширити на рекурентні потоки. Щоб розглянути це питання, введемо деякі позначення.

Будемо вважати, що для інтервалу  $\tau_k$  його лівим кінцем є точка  $t_k$ . Розглянемо ситуацію, коли після моменту  $t_k$  потік спостерігається ще протягом часу  $\tau_k^{(1)}$  до моменту  $t_k^{(1)}$ , тобто  $t_k^{(1)} = t_k + \tau_k^{(1)}$ , причому припускається, що на проміжку часу  $[t_k, t_k + \tau_k]$  не відбулося жодної події, тобто  $t_k + \tau_k^{(1)} < t_{k+1}$ , де  $t_{k+1}$  – момент настання наступної події або те саме, що початок інтервалу  $\tau_{k+1}$ . Інтервали  $\tau_k$  та  $\tau_k^{(1)}$  перепозначимо, «прив'язавши» їх до точок осі  $[0, \infty)$ :

$$\tau_k^{(1)} \stackrel{df}{=} \tau^1(t_k). \quad (3.4)$$

Для ілюстрації згадані тільки що точки і інтервали подані на рис. 3.1.

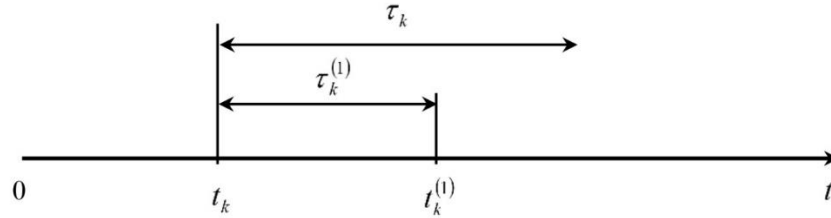


Рисунок 3.1 – Розміщення інтервалів  $\tau_k$  та  $\tau_k^{(1)}$

Нехай для рекурентного потоку відомим є закон розподілу його інтервалів  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Запишемо для розглядуваного випадку умовну функцію розподілу випадкового інтервалу  $\tau_k$ , де умовою є подія  $\tau_k^{(1)}$ . Настання події  $\tau_k^{(1)}$  означає, що з моменту  $t_k$  вже пройшов час  $\tau_k^{(1)}$  і на проміжку  $[t_k, t_k + \tau_k^{(1)}) = [t_k, t_k^{(1)})$  не відбулося жодної події. При цих зауваженнях умовна функція розподілу

$$F(x, t_k | \tau_k^{(1)}) = P(\tau_k < \tau_k^{(1)} + x | \tau_k \geq \tau_k^{(1)}),$$

або, враховуючи позначення (3.4),

$$F(x, t_k | \tau^{(1)}(t_k)) = P(\tau(t_k) < \tau^{(1)}(t_k) + x | \tau(t_k) \geq \tau^{(1)}(t_k)). \quad (3.5)$$

Якщо функція  $F(x, t_k | \tau_k^{(1)})$  абсолютно неперервна і

$F(x, t_k | \tau_k^{(1)}) = \int_0^x f(s, t_k | \tau_k^{(1)}) ds$ , то функція

$$f(s, t_k | \tau_k^{(1)}) \quad (3.6)$$

є умовною густиною розподілу випадкового інтервалу  $\tau_k$  при умові  $\tau_k^{(1)}$ , тобто, що з моменту  $t_k$ , коли відбулася чергова подія, на очікування наступної події вже пройшов час  $\tau_k^{(1)}$ .

### 3.3 Інтервальний потік (процес)

Коли мова йшла про функцію розподілу і умовну функцію розподілу інтервалів нестационарного рекурентного потоку, в цих функціях одним із аргументів були точки  $t_k$ ,  $k=1,2,\dots$ . Нагадаємо, що ці точки мають подвійну інтерпретацію. З однієї сторони точки  $t_k$  – це моменти виникнення подій (поява сонячних плям на Сонці, надходження викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги тощо), з іншої – це ліві кінці інтервалів  $\tau_k$ , що є довжинами відрізків часу між  $k$ -ю та наступною  $k+1$ -ю подіями. Точки  $t_k$  є випадковими і в загальному можуть приймати довільні значення  $t$  з інтервалу  $[0, \infty)$ . Тому є сенс говорити про розподіл інтервалів  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , в довільних точках  $t \in [0, \infty)$ .

Враховуючи це зауваження, рекурентний потік будемо розглядати не тільки як послідовність випадкових інтервалів  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , але також як випадковий процес  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , де при кожному фіксованому значенні  $t$  випадкова величина  $\tau(t)$  – це інтервал рекурентного потоку, лівим кінцем якого є точка  $t$  (рис. 3.2). Якщо прийняти до уваги (3.5), інтервал  $\tau(t)$  описується умовною функцією розподілу

$$F(x, t | \tau^{(1)}(t)) = P(\tau(t) < \tau^{(1)}(t) + x | \tau(t) \geq \tau^{(1)}(t)), \quad (3.7)$$

де умовою є подія  $\tau^{(1)}(t)$ , яка означає, що після настання події потоку в точці  $t$  протягом інтервалу часу  $[t, t + \tau^{(1)}(t))$  не відбулося жодної події потоку. Розміщення точок  $t$  і  $t + \tau^{(1)}(t)$  та інтервалів  $\tau(t)$  і  $\tau^{(1)}(t)$  показані на рис. 3.2.

Якщо функція  $F(x, t_k | \tau^{(1)}(t))$  абсолютно неперервна і

$F(x, t | \tau^{(1)}(t)) = \int_0^x f(s, t | \tau^{(1)}(t)) ds$ , то подібно до (3.6) функція

$$f(x, t_k | \tau_k^{(1)}) \quad (3.8)$$

є умовною густиною розподілу випадкового інтервалу  $\tau(t)$  при умові  $\tau^{(1)}(t)$ , тобто що з моменту  $t$ , в який відбулася чергова подія, на очікування наступної події вже пройшов час  $\tau^{(1)}(t)$ .

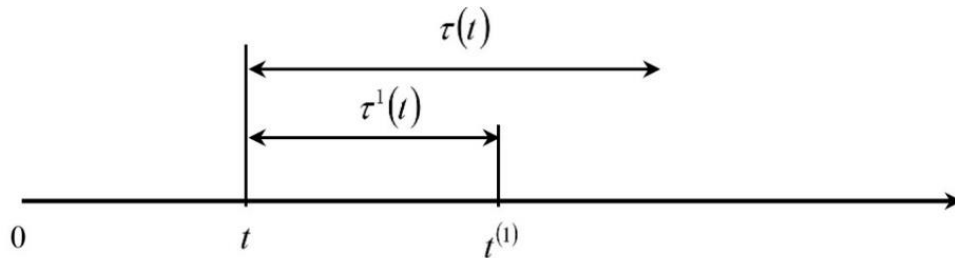


Рисунок 3.2 – Розміщення точок  $t$  і  $t + \tau^{(1)}(t)$  та інтервалів  $\tau(t)$  і  $\tau^{(1)}(t)$

На основі запропонованого підходу до розгляду рекурентного потоку введемо ще одну його модель в наступній формі [64, 83, 85, 86].

**Означення 3.1.** Випадковий процес  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , для якого при кожному фіксованому значенні  $t$  випадкова величина  $\tau(t)$  є інтервалом часу між моментом (точкою)  $t$  і моментом часу, коли відбудеться наступна подія називається інтервальним процесом.

Інтервальний процес  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , іноді будемо називати інтервальним потоком подібно до того, як пуассонівський процес також називають пуассонівським потоком. Причина такої двоякості назв в тому, що інтервальний процес виник в зв'язку із вивченням потоків.

Інтервальний потік  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , повністю описується умовною функцією розподілу його випадкових інтервалів  $\tau(t)$  (3.7), а при умові, коли ця функція абсолютно неперервна, умовною густиною розподілу (3.8).

**Зауваження 3.1.** В частинному випадку, коли інтервали рекурентного потоку розподілені за показниковим законом, умовна функція розподілу інтервалів співпадає з безумовною [104, с.200], тобто для довільного моменту часу  $a$  ймовірність відсутності вимог в проміжку  $(a, a+t)$  рівна  $e^{-\lambda t}$  і не залежить від попереднього протікання потоку.

**Зауваження 3.2.** Крім моделі рекурентного потоку у вигляді інтервального потоку  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , що описується умовною функцією розподілу (3.7), розглянемо ще спрощений варіант опису інтервального потоку. Він полягає в тому, що розподіл інтервалів потоку  $\tau(t)$  будемо розглядати лише в їх початковій стадії, тобто лише в момент настання події, або те саме, що коли  $\tau^{(1)}(t) = 0$ . Для цього випадку для опису інтервалів замість умовної функції розподілу (3.7) ми отримуємо безумовну функцію розподілу

$$F(x, t) = P(\tau(t) < x). \quad (3.9)$$

Якщо функція  $F(x, t)$  абсолютно неперервна, отримуємо густину розподілу

$$f(x, t). \quad (3.10)$$

Зауважимо, що інтервальний потік  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$  з функцією розподілу (3.9) зручний в задачах імітаційного моделювання, про що більш розгорнуто буде йти мова в розділі 5.

### 3.4 Стаціонарні та періодичні інтервальні потоки

Якщо для інтервального потоку  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , всі його випадкові величини  $\tau(t)$  розподілені за одним і тим же законом, тобто функція розподілу  $F(t, x) = F(x)$ , то такий потік будемо називати стаціонарним інтервальним потоком.

Враховуючи наявність різних форм задання потоків, неважко бачити, що стаціонарний інтервальний потік  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$  – це теж саме, що і рекурентний потік  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ .

Будемо вважати, що для стаціонарного інтервального потоку його функція розподілу  $F(x)$  залежить від параметрів  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

Для нестаціонарного інтервального потоку параметри  $a_1, a_2, \dots, a_n$  функції розподілу  $F(t, x)$  вже є деякими функціями часу  $a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)$ . Подібно до того, як серед множини пуассонівських потоків мають місце СПП, і моделлю яких є розглянуті вище ППП, аналогічний клас потоків можна виділити із множини інтервальних процесів.

**Означення 3.2.** Інтервальний потік  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , називається періодичним, якщо періодичною з періодом  $T$  є його функція розподілу, тобто виконується рівність

$$F(t, x) = F(t + T, x).$$

При цьому параметри функції розподілу  $a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)$  (всі чи деякі) є періодичними з одним і тим же періодом  $T$ .

Останнє означення можна доповнити уточненням, що у випадку, коли лише деякі із функцій  $a_1(t), a_2(t), \dots, a_n(t)$  є періодичними, останні вважаються постійними.

Для реальних СПП з обмеженою післядією їх функція розподілу конкретизується і може набувати певної аналітичної форми. Щоб була можливість досліджувати подібні і потоки методами математичної статистики, з допомогою інтервального процесу можна виділяти їх окремі класи, вказуючи при цьому їх функцію розподілу. Для прикладу виділимо клас таких потоків із рівномірним розподілом.

**Означення 3.3.** Інтервальний потік  $\tau(t)$ ,  $t \in [0, \infty)$ , називається інтервальним періодичним потоком із рівномірним розподілом, якщо для його густини розподілу

$$f(x, t) = \begin{cases} \frac{1}{b(t) - a(t)}, & x \in [a(t), b(t)], \\ 0, & x \notin [a(t), b(t)], \end{cases}$$

Параметри  $a(t)$  і  $b(t)$ ,  $b(t) > a(t) > 0$  є періодичними функціями з одним і тим же періодом  $T$ :  $a(t) = a(t + T)$ ,  $b(t) = b(t + T)$ .

Реалізацією інтервального періодичного потоку із рівномірним розподілом є рекурентний періодичний потік із рівномірним розподілом.

Подібно до періодичного інтервального процесу із рівномірним розподілом легко визначити інтервальні періодичні процеси із трикутним розподілом, гіперекспоненційним, гама, Вейбула, Ерланга, Релея, Вейбула-Гнеденко, Максвела, логарифмічним нормальним, Накагамі та іншими розподілами.

Для потреб практики можна визначити інтервальні процеси, що мають «кусову» структуру. Це можуть бути інтервальні кусково стаціонарні процеси, періодичні інтервальні кусково стаціонарні процеси тощо.

Подібно до пуассонівських кусково стаціонарних та ППКСП введемо аналогічні класи рекурентних потоків.

**Означення 3.4.** Рекурентний потік  $\xi(t)$  називається кусково стаціонарним (однорідним), якщо його параметр  $\lambda(t)$  є кусково постійною функцією.

**Означення 3.5.** Рекурентний потік  $\xi(t)$  називається періодичним кусково стаціонарним (однорідним) потоком, якщо деякі параметри його функції розподілу є періодичними кусково постійними функціями з періодом  $T$  (параметри, що не є періодичними, вважаються постійними).

Зауважимо, що для оцінки інтенсивності ПРКСП бути використаний алгоритм оцінки інтенсивності ППКСП.

Важливо також наголосити, що введений клас рекурентних потоків з неперервним аргументом є базою для розробки методів імітаційного моделювання стаціонарних, періодичних, періодичних кусково стаціонарних рекурентних потоків, задаючи при цьому функцію розподілу їх інтервалів, що в свою чергу може бути використано для задач розробки комп'ютерного експерименту дослідження стохастично періодичних потоків – пуассонівських, рекурентних тощо.

### **Висновки до розділу 3**

1. Введено новий клас випадкових процесів – клас інтервальних потоків (процесів) з неперервним аргументом, які можуть бути використані як моделі потоків, відмінних від пуассонівських, зокрема рекурентних потоків.

2. Із множини інтервальних рекурентних потоків виділено клас інтервальних:

- стаціонарних рекурентних потоків;
- періодичних рекурентних потоків;
- періодичних рекурентних кусково стаціонарних потоків.

3. Запропоновано спосіб отримання інтервальних періодичних рекурентних потоків з конкретними функціями розподілу інтервалів. Для прикладу розглянуто клас періодичних інтервальних рекурентних потоків із рівномірним розподілом.

4. Введений клас інтервальних потоків з неперервним аргументом є базою імітаційного моделювання рекурентних потоків (стаціонарних, періодичних) із заданою функцією розподілу інтервалів, що в свою чергу може бути використано для задач розробки комп'ютерного експерименту дослідження стохастично періодичних потоків – пуассонівських, рекурентних тощо.

## РОЗДІЛ 4

### СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНІ ПОТОКИ ТА СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ МАРКІВСЬКОГО ТИПУ

Коли мова йде про стохастично періодичні потоки (процеси, сигнали, явища), може виникнути цілком закономірне запитання – що є причиною появи таких потоків, який механізм виникнення їх стохастичної періодичності? В свою чергу, яким є ефект від стохастично періодичних потоків, коли вони є вхідними для систем масового обслуговування? Це досить загальна постановка питання і відповідь на нього багато в чому залежить від конкретної області науки, предметної галузі та інше.

Причини та механізми виникнення стохастично періодичних процесів (і потоків як частинного випадку) розглядалося в багатьох працях, зокрема, в [30, 73-75, 77-82]. Серед них виділимо працю [30], де вперше було введено поняття періодичного білого шуму та виділено два його класи – гауссівські і пуассонівські періодичні білі шуми. Саме ці шуми, а також рекурентні періодичні білі шуми є основними моделями СПП, причому або безпосередньо або виступають як причина породження стохастично періодичних сигналів певної конструкції, в найпростішому її варіанті – лінійної.

Оскільки в цій роботі основна увага звертається на СПП, в першу чергу, коли такі потоки є вхідними для систем масового обслуговування, зокрема для диспетчерських служб швидкої допомоги, поставлене вище питання розглянемо на прикладі магнітних збурень, які можна розглядати як потоки з неперервним часом. Причиною такого вибору є той факт [106], що магнітні збурення впливають на погіршення стану «метеочутливих» людей, а це в свою чергу впливає на інтенсивність викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги від цієї категорії хворих. При розгляді питання обґрунтування моделі та методів статистичного аналізу магнітних збурень із врахуванням їх добової стохастичної періодичності використано результати роботи [46].

#### **4.1 Загальні відомості про магнітні збурення та їх вплив на серцево-судинні захворювання**

Центральну роль в існуванні всього живого на Землі відіграє Сонце. Тому цілком закономірно, що перед людством протягом всієї його свідомої діяльності поставали найрізноманітніші питання, які стосуються багатьох аспектів Сонця. Один із них – це медичний, пов'язаний із значним впливом деяких факторів Сонця на психофізичний стан людей. В зв'язку із зростаючим погіршенням екологічного стану навколишнього середовища цей вплив в останні роки стає все відчутнішим. Як свідчать багаточисельні дослідження, особливо медичного напрямку, до найбільш впливових на стан людини факторів належать магнітні бурі, джерелом яких є певні процеси, що відбуваються на Сонці. На питанні щодо причин виникнення магнітних бур зупинимось більш детально, де в чому дотримуючись [1, 24, 36, 38, 99].

Значна доля енергії, яка використовується на Землі, випромінюється Сонцем. Основна частина цієї енергії поступає у вигляді електромагнітних хвиль або, як часто говорять, у вигляді світла. Однак Сонце випромінює не тільки світло, але і заряджені частинки, які випаровуються із Сонця подібно до газу. В технічній літературі цей потік газу (заряджених частинок) отримав назву сонячного вітру.

Сонячний вітер існує завжди. Але час від часу на Сонці відбуваються вибухові процеси або сонячні спалахи. В періоди вибухів підсилюється в багато разів сонячне випромінювання на різних частотах, наступають періоди так званої максимальної сонячної активності. Місця на Сонці, де відбуваються сонячні спалахи, мають вигляд темних плям неправильної форми і дістали назву сонячних плям.

Під час сонячних спалахів також значно збільшується потік заряджених частинок. Через певний час (12-24 год.) потік цих частинок досягає орбіти Землі. Обтікання магнітосфери Землі плазмою сонячного вітру із змінною щільністю і швидкістю заряджених частинок, а також проникнення цих частинок в магнітосферу в кінцевому стані призводить до сильного її збурення (стиснення),

що проявляється в збільшенні напруженості магнітного поля Землі. Такого роду сильні збурення магнітосфери називають ще магнітними бурями, іноді світовими магнітними бурями, тому що їх реєструють магнетометри всього світу. Нагадаємо [2, 38], що для прикладних досліджень магнітні бурі зручно вимірювати в балах, які є інтегральним показником і характеризують відхилення магнітного поля від норми за певний проміжок часу (наприклад, за тригодинні інтервали): чим більше відхилення, тим більше балів має магнітне поле. Цей показник магнітного поля в балах ще називають K-індексом або Kp-індексом.

В медицині вже давно помічено, що під час магнітних бур значно збільшується кількість захворювань, особливо серцево-судинних. Тому для медичних служб важливо вміти оцінювати кореляційні і регресійні зв'язки між інтенсивністю магнітних бур та кількістю захворювань, а також проводити на цій основі розрахунок прогностичних значень кількості захворювань в залежності від прогнозу магнітних бур, оскільки останній вираховується з великою достовірністю на багато днів наперед.

Однак вирішення цих і багатьох інших питань викликає значні труднощі. Головна причина в тому, що магнітні бурі, як і більшість природних процесів в навколишньому світі, мають випадковий характер. Більше того, спостереження за магнітними бурями показують, що їх характерною особливістю є стохастична періодичність. Щоб переконатися в цьому, розглянемо наведений на рис. 4.1 графік значень магнітних бур за 8 днів липня 2002 року з кроком дискретизації  $\Delta t = 3$  год. [2, 42, 45].

Розміщені в табл. 4.1 результати попереднього аналізу магнітних бур показують приблизну повторюваність значень магнітних бур з періодом  $T = 24$  год. Максимальні значення магнітні бурі переважно приймають в вечірні і нічні години (приблизно з 20-ї години вечора до 3-ї – 6-ї години ранку), мінімальні значення в основному припадають на денні години (з 8-ї – 9-ї години до 13-ї – 18-ї години). Таку поведінку магнітних бур, коли одночасно має місце випадковість і повторюваність, називають *стохастичною періодичністю* (іноді ритмічністю або циклічністю).

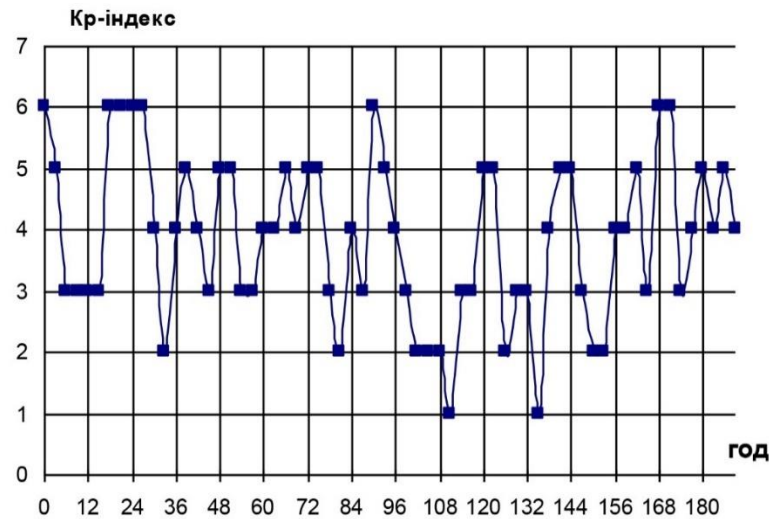


Рисунок 4.1 – Значення магнітних збурень за 8 днів липня 2002 року

Таблиця 4.1

Години максимальних і мінімальних значень магнітних збурень в липні 2002 року (20-27 липня)

| Число | Години максимальних значень |        | Години мінімальних значень |
|-------|-----------------------------|--------|----------------------------|
| 20    | 0-3                         | 20-24  | 9-18                       |
| 21    | 0-6                         | -      | 9-15                       |
| 22    | 1-6                         | 20-24  | 8-14                       |
| 23    | 0-6                         | 20-24  | 9-13                       |
| 24    | 0-3                         | 20-24  | 8-18                       |
| 25    | 0-6                         | 21-24  | 8-18                       |
| 26    | 0-3                         | 20     | 8-13                       |
| 27    | 1-6                         | 15, 20 | 8-12                       |

Спостереження за магнітними бурями на більш тривалих інтервалах часу (десятки, сотні років) показують [1, 3, 21], що для них має місце також стохастична періодичність, пов'язана із періодом обертання Місяця навколо Землі ( $T \approx 28.4$  днів) та стохастична періодичність з періодом  $T \approx 11.5$  року. В цьому зв'язку можна відзначити, що аналогічним прикладом складної стохастичної періодичності є морське хвилювання, ймовірнісна поведінка якого яскраво і науково глибоко описана в [33, 42, 45, 92]: на фоні одних хвиль з порівняно великими випадковими періодами і амплітудами спостерігаються інші хвилі з меншими, теж випадковими періодами і амплітудами, на їх фоні – ще інші хвилі і т.д.

Але, щоб результати досліджень магнітних збурень були науково обґрунтованими, перш за все необхідно побудувати їх модель [41], бажано конструктивну (таку, що враховує фізику їх утворення), оскільки тільки на базі моделі можливо розробляти методи аналізу та прогнозу магнітних збурень, їх імітаційного моделювання.

#### **4.2 Необхідні відомості із методики побудови конструктивних моделей стохастично періодичних процесів**

Ідея враховувати в моделі сигналу його стохастичну періодичність належить Є.Є. Слуцькому [92]. На даний час існує декілька класів випадкових процесів, які в тій чи іншій мірі враховують стохастичну періодичність сигналів і можуть бути вибрані в якості моделі магнітних бур. Насамперед це періодичні [26, 92] та періодично корельовані [29] випадкові процеси, визначення яких було наведено в розділі 2. Відзначалося також, що хоча періодичні і періодично корельовані процеси виділені із множини нестационарних процесів, тим не менше для них розроблені статистичні методи, які дозволяють знаходити оцінки їх періодичних ймовірнісних характеристик, використовуючи для цього лише одну реалізацію [18, 79]. Разом з тим, ці процеси мають суттєвий недолік, який полягає в тому, що вони є описовими, тобто лише постулюють стохастичну періодичність, не розкриваючи механізму та причин її виникнення. Тому ще необхідна перевірка правильності вибору (адекватності) цих процесів як моделей тих чи інших стохастичних періодичних сигналів.

В останній час при обґрунтуванні моделей стохастично періодичних сигналів, які згідно з фізикою їх утворення мають *імпульсний характер*, використовують лінійний випадковий процес [58]

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau), \quad (4.1)$$

де при кожному фіксованому  $t$  не випадкова функція (ядро)  $\varphi(\tau, t) \in L_2(-\infty, \infty)$  і є імпульсною характеристикою лінійної системи,  $\{\eta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty)\}$  – випадковий процес з незалежними періодичним приростами (породжуючий процес).

В [59, 79] показано, що коли в (4.1) ядро  $\varphi(\tau, t) = \varphi(t - \tau)$ , тобто система є стаціонарною, а  $\eta(\tau)$  є процесом з незалежними періодичними приростами, то лінійний випадковий процес

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t - \tau) d\eta(\tau) \quad (4.2)$$

буде періодичним (за Є. Слущким). З допомогою лінійного періодичного випадкового процесу (4.2) обґрунтовані моделі ряду стохастично періодичних сигналів, які за своєю природою мають імпульсний характер, зокрема, обґрунтовані моделі енергонавантажень [59, 60, 79], шумів кавітації [79], магнітних шумів феромагнетиків при їх циклічному перемагнічуванні [79].

Із перерахованих вище випадкових процесів найбільш зручними для теоретичних і прикладних досліджень виявляються лінійні періодичні випадкові процеси, оскільки вони дозволяють врахувати не тільки стохастичну періодичність, але і механізм, причини її виникнення. Саме це ми використаємо при обґрунтуванні моделі магнітних бур, які з точки зору фізики їх утворення є векторними випадковими полями імпульсного характеру.

### **4.3 Побудова моделі стохастично періодичних магнітних збурень та їх статистичний аналіз**

Основні результати з цього питання були отримані в [41, 46]. Розглянемо окремо заряджену частинку  $\omega_k$  сонячного вітру, яка несе на собі одиничний заряд, рухається з деякою постійною швидкістю  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$  і в момент часу  $\tau_k$  знаходиться в точці  $\vec{x}_k = (x_k, y_k, z_k)$ . Оскільки будь-який рухомий заряд утворює навколо себе векторне магнітне поле, то магнітне поле, утворене

частинкою  $\omega_k$ , яке спостерігається в точці  $\bar{y} = (x, y, z)$  в момент часу  $t$  позначимо через  $\bar{\varphi}(\bar{x}_k, \bar{y}; \tau_k, t)$ .

Будемо вважати, що магнітосфера Землі є лінійною, тобто для неї виконується принцип суперпозиції. Оскільки магнітні збурення утворюються багатьма рухомими зарядженими частинками сонячного вітру, незалежними між собою, то на основі теореми про накладання випадкових збурень [86] модель магнітної бурі можемо записати у вигляді суми

$$\bar{\xi}(\bar{y}, t) = \sum_{k: \tau_k \leq t} \alpha_k \bar{\varphi}(\bar{x}_k, \bar{y}; \tau_k, t), \quad (4.3)$$

де  $\alpha_k$  – вагові коефіцієнти, які пропорційні зарядам, що їх несе кожна із елементарних частинок  $\omega_k$ .

Останній вираз (4.3) можна записати в іншому вигляді, якщо ввести випадкове з незалежними приростами поле  $\eta(\bar{x}; \tau)$ ,  $\bar{x} = (x, y, z)$ , яке описує заряджені частинки сонячного вітру. Це поле терпить стрибки в тих точках  $\bar{x}_k$  і в ті моменти часу  $\tau_k$ , де і коли знаходяться заряджені частинки сонячного вітру, причому величини стрибків рівні  $\alpha_k$ , тобто рівні величинам зарядів частинок  $\omega_k$ . При зроблених зауваженнях модель магнітної бурі можна записати у вигляді стохастичного інтегралу

$$\bar{\xi}(\bar{y}, t) = \int \int_{R \times V} \bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t) d\eta(\bar{x}, \tau), \quad (4.4)$$

де  $V$  – область в тривимірному просторі  $R^3$ ;  $R$  – вісь часу, причому для кожного фіксованого  $\bar{y}$  та фіксованому  $t$   $\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t) \in L_2(V \times R)$ , тобто модуль векторного поля  $\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t)$  інтегрований в квадраті в просторі  $V \times R$ :

$$\int \int_{R \times V} |\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t)|^2 d\tau dv = \int \int_{R \times V} |\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t)|^2 d\tau v dy dz \leq \infty.$$

Векторне поле  $\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t)$  в (4.4) називається імпульсним перехідним полем або імпульсною реакцією в точці  $\bar{y} \in R^3$  в момент часу  $t$  на збурення у вигляді  $\delta$ -імпульсу, яке виникло в момент часу  $\tau < t$  в точці  $\bar{x} \in R^3$ . Випадкове поле  $\eta(\bar{x}, \tau)$  називається породжуючим.

Будемо тепер вважати, що, крім лінійності, магнітосфера є однорідним полем (в просторі) і стаціонарним (в часі), тобто імпульсна реакція  $\bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{y}; \tau, t) = \bar{\varphi}(\bar{y} - \bar{x}; t - \tau)$ . В цьому випадку модель магнітних бур набуває вигляду

$$\bar{\xi}(\bar{y}, t) = \int \int_{R^3} \bar{\varphi}(\bar{y} - \bar{x}; t - \tau) d\eta(\bar{x}, \tau). \quad (4.5)$$

Зупинимося тепер на питанні, яким чином в моделі (4.5) врахувати стохастичну періодичність магнітних збурень, пов'язану з періодом обертання Землі навколо своєї осі. Як відомо [7, 24, 99], магнітосфера Землі є несферичною. Вона сильно витягується в бік, протилежний до Сонця. З денного боку потік плазми сонячного вітру стискає геомагнітне поле, спотворюючи його дипольний характер, на нічному боці силові лінії магнітного поля витягуються в протяжний магнітний хвіст.

Грунтуючись на цьому факті, можна стверджувати, що в фіксований момент часу  $\tau$  сонячний вітер в різних точках магнітосфери Землі має різну інтенсивність, тобто є неоднорідним. Оскільки цю неоднорідність кожна із фіксованих точок  $\bar{y}$ , що фігурує в моделі (4.5) і в якій може бути розміщений магнітометр, перетинає періодично з періодом  $T = 24$  год., то це дає підставу вважати випадкове поле  $\eta(\tau; \bar{x})$  в (4.5) полем з незалежними періодичними (з цим же періодом  $T = 24$  год.) приростами по аргументу  $\tau$ . Згідно з [79], це означає, що періодичною по  $\tau$  є функція розподілу приростів  $\Delta_{\Pi} \eta(\bar{x}, \tau)$  цього поля, тобто

$$F_{\Pi}(A; \bar{x}, \tau) = P\{\Delta_{\Pi} \eta(\bar{x}, \tau) \in A\} = P\{\Delta_{\Pi} \eta(\bar{x}, \tau + T) \in A\} = F_{\Pi}(A; \bar{x}, \tau). \quad (4.6)$$

В останньому виразі  $\Pi$  – напіввідкритий прямокутник:

$$\Pi = \{\bar{a} < x \leq \bar{b}, \tau_1 < \tau \leq \tau_2\} = \{x, y, z, \tau : a_1 < x \leq b_1, a_2 < x \leq b_2, a_3 < x \leq b_3, \tau_1 < \tau \leq \tau_2\};$$

прирости поля  $\Delta_{\Pi}\eta(\bar{x}, \tau) = \Delta_{(a_1, b_1)}\Delta_{(a_2, b_2)}\Delta_{(a_3, b_3)}\Delta_{(\tau_1, \tau_2)}\eta(\bar{x}, \tau)$ , де різницевий оператор  $\Delta_{(\tau_1, \tau_2)}\eta(\bar{x}, \tau) = \Delta_{(\tau_1, \tau_2)}\eta(x, y, z, \tau) = \eta(x, y, z, \tau_2) - \eta(x, y, z, \tau_1)$ , різницеві оператори  $\Delta_{(a_1, b_1)}, \Delta_{(a_2, b_2)}, \Delta_{(a_3, b_3)}$  визначаються аналогічно і діють послідовно один за одним,  $A$  – борелівська подія.

Повертаючись до випадкового поля (4.5), в якості моделі магнітних бур, сформулюємо теорему, яка має місце при виконанні умови (4.6).

Теорема. Якщо для лінійного випадкового поля

$$\bar{\xi}(\bar{y}, t) = \int \int_{R \times V} \bar{\varphi}(\bar{y} - \bar{x}; t - \tau) d\eta(\bar{x}, \tau)$$

його породжуюче поле  $\eta(\bar{x}, \tau) \in$  полем з незалежними періодичними приростами по аргументу  $\tau$  з періодом  $T$ , то лінійне поле буде періодичним по аргументу  $t$  з цим же періодом, тобто періодичною буде його багатовимірна функція розподілу.

Інформація, що фіксується магнетометрами, досить різноманітна і об'ємна. Однак, як вже зазначалося, в прикладних дослідженнях для характеристики магнітних збурень найбільш часто використовують бали, які визначаються як відхилення магнітного поля від норми. Повертаючись до моделі (4.5), це означає, що розглядається абсолютне значення поля, тобто  $|\bar{\xi}(\bar{y}, t)|$ . Крім того, в моделі (4.5) точку  $\bar{y}$ , в якій розміщений магнітометр і ведеться спостереження за магнітним полем, будемо вважати фіксованою. Приймаючи до уваги ці зауваження, можемо стверджувати, що моделлю магнітної бурі в фіксованій точці її спостереження є лінійний періодичний випадковий процес

$$\xi(t) = \left| \bar{\xi}(\bar{y}, t) \right|_{\bar{y} - \text{фіксов.}} = \left| \int \int_{R^V} \bar{\varphi}(\bar{y} - \bar{x}; t - \tau) d\eta(\bar{x}, \tau) \right|. \quad (4.7)$$

В розділі 2 були розглянуті можливості та методи статистичного аналізу періодично корельованих та періодичних процесів та побудовані відповідні оцінки. Оскільки моделлю магнітних збурень в фіксованій точці спостереження є періодичний процес, то знайдемо оцінки їх періодичних математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення.

На рис. 4.2 наведена оцінка математичного сподівання магнітних збурень за січень, лютий та березень 2001 року, але при цьому період зміни ймовірнісних характеристик був взятий в два рази більшим, тобто  $T = 48$  годин. Легко бачити періодичність оцінки з періодом  $T = 24$  год., що підтверджує адекватність моделі стохастично періодичних магнітних збурень, один із періодів якої рівний періоду обертання Землі навколо своєї осі.

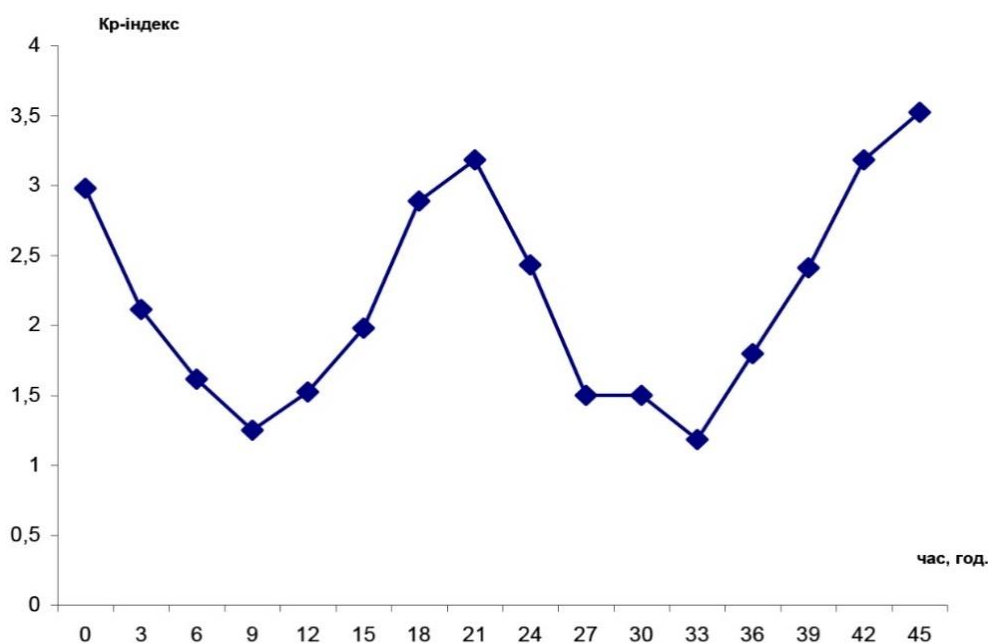


Рисунок 4.2 – Оцінка математичного сподівання магнітних збурень за січень, лютий та березень 2001 року при умові, що період  $T = 48$  год.

На рис. 4.3 наведені оцінки математичного сподівання магнітних збурень (з кроком дискретизації  $\Delta t = 3$  год.) за декілька місяців 2001 року: січень (графік

1), лютий (графік 2) і березень (графік 3) [42, 45]. На рис. 4.4 показані оцінки середньоквадратичного відхилення магнітних збурень за ці ж місяці. Аналіз результатів обробки показує, що для різних місяців оцінки математичного сподівання магнітних збурень мають приблизно однаковий характер поведінки. Мінімальні значення магнітні збурення приймають зранку (від 6-ї до 12-ї год.). В вечірні і особливо в нічні години інтенсивність магнітних збурень зростає. Оцінки середньоквадратичного відхилення магнітних збурень для різних місяців теж сильно не відрізняються: менші значення теж приймають в ранішні години і дещо збільшуються у вечірні та нічні години.

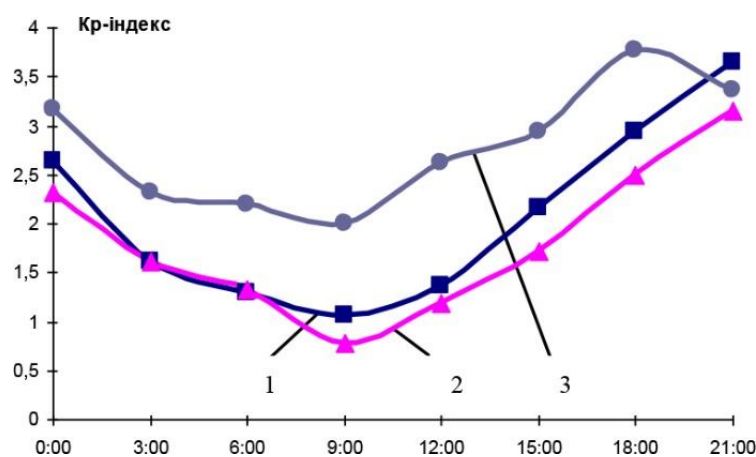


Рисунок 4.3 – Оцінка математичного сподівання магнітних збурень за січень, лютий та березень 2001 року

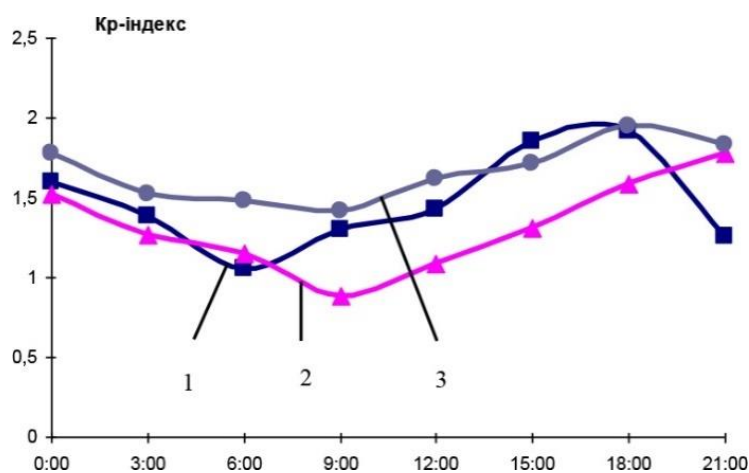


Рисунок 4.4 – Оцінка середньоквадратичного відхилення магнітних збурень за січень, лютий та березень 2001 року

На рис. 4.5 і 4.6 наведені оцінки математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення магнітних збурень для одного і того ж місяця зими – січня, але для різних років: графік 1 – для 2000 року; графік 2 – для 2001 року і графік 3 – для 2002 року. Аналіз результатів обробки показує, що оцінки математичного сподівання магнітних збурень для різних років січня між собою суттєво не відрізняються. Мінімальні значення магнітні збурення приймають зранку (6-12 год.); в денні, вечірні і особливо в нічні години інтенсивність магнітних збурень збільшується. Характерно також, що оцінка математичного сподівання магнітних збурень для кожної години доби в січні 2000 року перевищує аналогічні показники за 2001 і 2002 роки. Середньоквадратичне відхилення для магнітних збурень протягом всієї доби для цих же періодів часу (рис. 4.5) приблизно однакове.

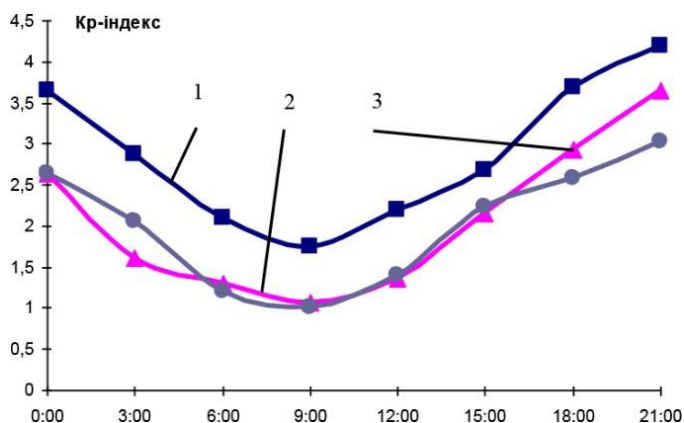


Рисунок 4.5 – Оцінка математичного сподівання магнітних збурень за січень 2000, 2001, 2002 років

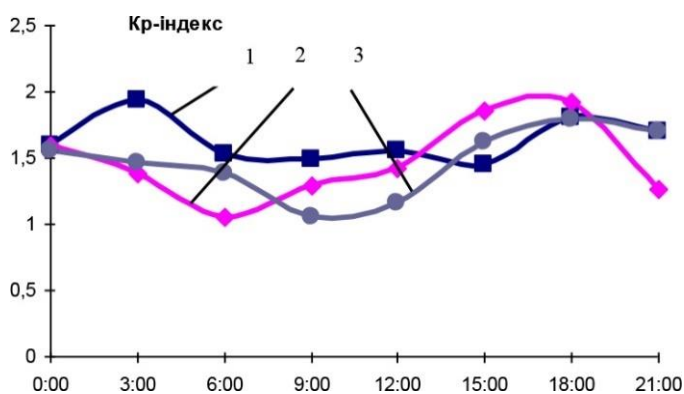


Рисунок 4.6 – Оцінка середньоквадратичного відхилення магнітних збурень за січень 2000, 2001, 2002 років

#### 4.4 Стохастична періодичність графіків електронавантажень системи електропостачання

Розглянемо тепер коротко деякі питання систем електропостачання, що функціонують в умовах стохастичної періодичності [35, 48, 55, 65]. Вхідний потік – це потік вимог (замовлень) споживачів електроенергії, вихідним потоком систем електропостачання можна вважати кількісні показники спожитої електроенергії, наприклад, погодинні графіки електроспоживання (енергонавантажень). Для прикладу, на рис. 4.7 наведений графік споживання електроенергії в м. Тернополі за сім днів тижня в січні 2010 року, причому з 1-го по 5-й є робочими днями, а 6-й і 7-й дні – вихідними.

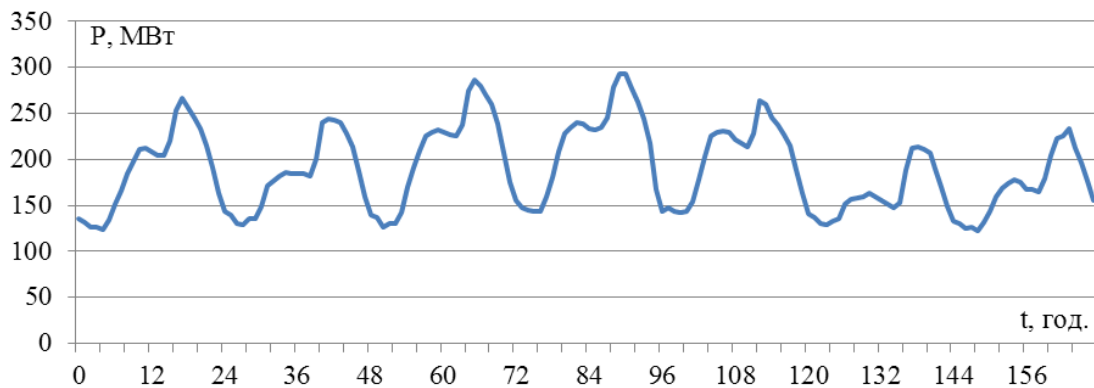


Рисунок 4.7 – Графік споживання електроенергії в місті Тернополі за сім днів тижня в січні 2010 року

Візуальний аналіз графіка дозволяє зробити попередні висновки. Спостерігається «приблизна повторюваність» значень навантаження через період  $T = 24$  год.; «повторюються» швидкості зростання і спадання навантажень на відповідних інтервалах часу; значення навантажень у нічні години теж близькі між собою. Разом з тим привертає увагу певна відмінність між навантаженнями в робочі і вихідні дні. Так навантаження в робочі дні на протязі приблизно від 7-ї до 20-ї години перевищують відповідні навантаження у вихідні дні. Серед робочих днів виділяються графіки навантажень за понеділок і вівторок. В певній мірі вони займають проміжне положення між графіками за наступні три робочі дні з однієї сторони і графіками за вихідні дні з іншої. Крім

цього в усі дні тижня значне зростання навантаження має місце о 21-й годині. Проте даючи якісну характеристику навантажень, важливим є питання, яким чином згадані та інші властивості навантажень охарактеризувати кількісно, яку модель для цього використати?

На даний час існує ряд моделей, які дозволяють врахувати стохастичну періодичність сигналів, в нашому випадку – графіків електроспоживання. Насамперед це періодичні та періодично корельовані процеси і послідовності [26, 29]. Але це моделі описові, вони лише дозволяють врахувати стохастичну періодичність, проте не розкривають механізм, закономірності, причину її виникнення. Ми скористаємося іншим підходом, конструктивним, при якому спочатку розглядається взаємозв'язок вхідного і вихідного потоків, і який дозволяє врахувати не тільки стохастичну періодичність сигналів, але і причину виникнення цієї стохастичної періодичності.

Як зазначалося вище, вхідним потоком систем електропостачання є потік вимог (замовлень) споживачів електроенергії, вихідний потік – це кількість спожитої електроенергії. В розділі 2 модель стохастично періодичного потоку була обґрунтована у вигляді періодичного пуассонівського потоку. При цій умові модель енергонавантажень окремих регіонів (міста, області, енергосистеми України) обґрунтована у вигляді лінійного періодичного процесу в роботах [4, 59, 78, 79]. На основі цієї моделі та розглянутому в розділі 2 понятті  $\varphi_i$ -серій розроблені методи їх статистичного аналізу і прогнозу енергонавантажень [59, 79, 112]. Використовуючи ці методи, була проведена обробка електроспоживання в місті Тернополі за січень 2010 року. Графік оцінки математичного сподівання показаний на рис. 4.8, оцінки середньоквадратичного відхилення – на рис. 4.9.

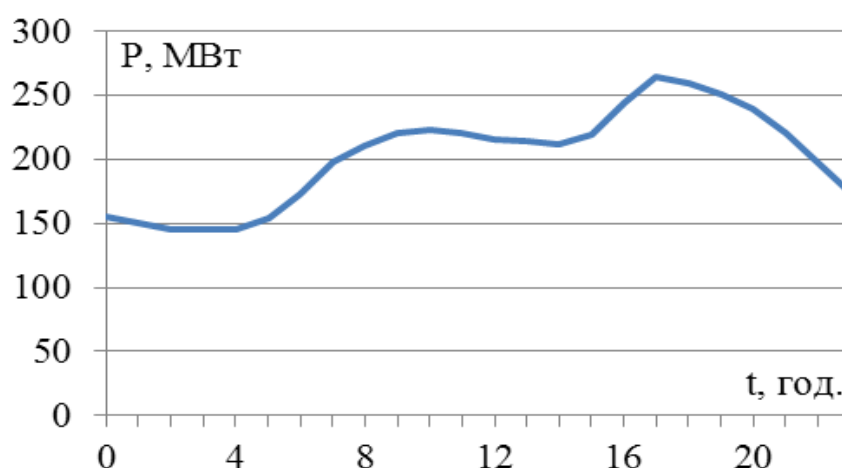


Рисунок 4.8 – Оцінки математичного сподівання електроспоживання в місті Тернополі за січень 2010 року

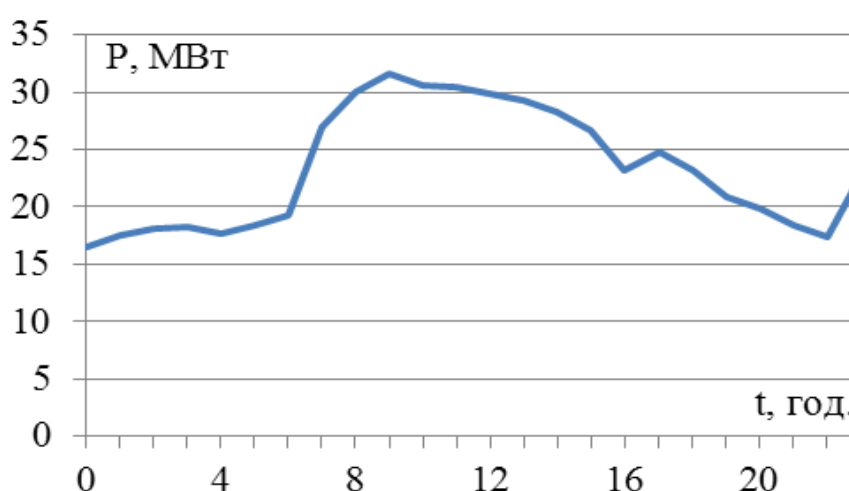


Рисунок 4.9 – Оцінки середньоквадратичного відхилення електроспоживання в місті Тернополі за січень 2010 року

Аналіз результатів оцінювання показує, що оцінка математичного сподівання електроспоживання з 23-ї години ночі до 7-ї години ранку значно менша, ніж значення оцінок з 8-ї години до 22-ї години. Максимальне електроспоживання припадає на період із 17-ї до 19-ї години. Із оцінки середньоквадратичного відхилення можна зробити висновок, що споживання електроенергії більш регулярне в нічні години, найбільше розсіювання електроспоживання відносно середніх значень припадає на інтервал з 9-ї до 11-ї години.

#### 4.5 Гістограмний аналіз періодичних потоків і процесів та його використання в прикладних дослідженнях

Крім відомих методів статистичного аналізу випадкових процесів, послідовностей, потоків, широке застосування знаходить також метод гістограмного аналізу, основною задачею якого є оцінка одновимірної щільності розподілу стаціонарних процесів і послідовностей [47], і який є складовою частиною багатьох програмних продуктів, зокрема Matlab, MathCad, Excel, Statistika. Стосовно періодичних випадкових процесів, потоків, шумів, то наскільки відомо, питання їх гістограмного аналізу не розглядалося. Вперше це питання було поставлене і розглянуто в роботі [36]. Використовуючи деякі результати цієї роботи, на питанні гістограмного аналізу зупинимось більш детально.

Як вже розглядалося, в основі методів статистичного аналізу періодичних і періодично корельованих процесів лежать  $\varphi_i$ -серії. Оскільки  $\varphi_i$ -серії є стаціонарними послідовностями, то, очевидно, для кожної з них можна провести гістограмний аналіз. Але, щоб розглянути і застосувати метод гістограмного аналізу для магнітних збурень, наведемо алгоритм побудови гістограми для стаціонарної послідовності.

Нехай  $\{\xi_i, i = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$  – стаціонарна послідовність,  $x_1, \dots, x_n$  – результати спостережень (вибірка) за випадковими величинами  $\xi_1, \dots, \xi_n$ . Спочатку інтервал можливих значень  $x_1, \dots, x_n$  розбивається на  $k$  інтервалів  $[s_{i-1}, s_i)$ ,  $i = \overline{1, k}$  і визначається кількість  $n_i$  елементів вибірки, що попали в кожен із цих інтервалів, то частота попадання

$$\nu_i = \frac{n_i}{n}, \quad i = \overline{1, k}.$$

Гістограмою вибірки називається функція

$$P_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{n_i(x)}{\Delta_i},$$

де  $\Delta_i = s_i - s_{i-1}$  – довжина  $i$ -го інтервалу,  $i = \overline{1, k}$ ,

$$n_i(x) = \begin{cases} n_i, & x_i \leq x \leq x_{i+1}; \\ 0, & x < x_i, \quad x \geq x_{i+1}. \end{cases}$$

На практиці інтервали розбиття часто вибирають рівними між собою:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = \Delta_k = \Delta. \quad (4.8)$$

В цьому випадку гістограма набуває вигляду

$$P_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{n_i(x)}{\Delta_i} = \frac{1}{n\Delta} \sum_{i=1}^k n_i(x). \quad (4.9)$$

Якщо  $\Delta \rightarrow 0$ , а добуток  $n\Delta \rightarrow \infty$ , асимптотична дисперсія і зміщення оцінки (4.9) наближаються до нуля [25]:

$$\sigma^2[P_n(x)] \rightarrow 0, \quad B_n[P_n(x)] \rightarrow 0, \quad \sigma^2[P_n(x)] \rightarrow 0,.$$

Таким чином, гістограма являє собою асимптотичну незміщену і слушну оцінку теоретичної щільності ймовірностей  $p(x)$ , яка характеризує генеральну сукупність.

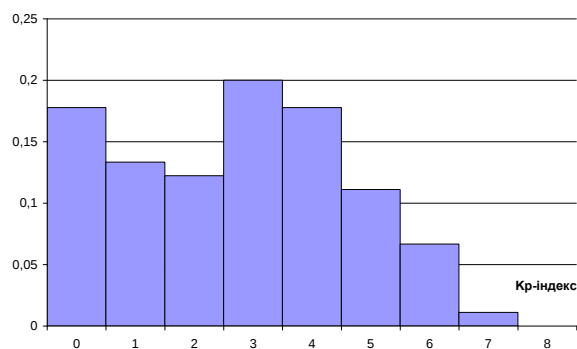
Для наглядності і зручності в користуванні гістограму зображають у вигляді графіка, що має вигляд ступінчастої кривої. При її побудові на осі абсцис відмічають точки  $s_0, \dots, s_k$  і на кожному з інтервалів  $\Delta_i = [s_{i-1}, s_i)$  будуються прямокутники висотою  $h_i = n_i/n\Delta_i$ . У випадку, коли всі інтервали  $\Delta_i$  рівні між собою, тобто виконується умова (4.9), висоти прямокутників  $h_i = n_i/n\Delta_i = v_i/\Delta$ . Згідно умов побудови, площа кожного прямокутника гістограми рівна частоті

попадання елементів вибірки у відповідний інтервал групування. Сумарна площа під кривою рівна 1, тобто задовольняє основній властивості щільності розподілу.

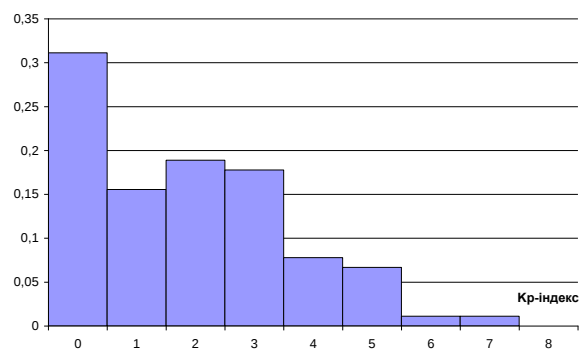
Раніше ми розглянули питання обґрунтування моделі магнітних збурень у вигляді лінійного періодичного випадкового процесу, який враховує їх стохастичну періодичність з періодом  $T = 24$  год. Приймаючи до уваги стаціонарність  $\varphi_i$ -серій і те, що спостереження за магнітними бурями ведуться з кроком дискретизації  $\Delta t = 3$  год. [2], на періоді  $T = 24$  год. можемо зафіксувати 8 початкових фаз  $\varphi_i = i\Delta t$ ,  $i = \overline{0,7}$  і відповідно виділити для цих початкових фаз 8 стаціонарних послідовностей. Для кожної із цих послідовностей можемо тепер побудувати її гістограму, тобто знайти оцінку її щільності ймовірностей.

Для побудови гістограм були використані результати спостережень магнітних збурень за січень, лютий та березень 1999 року [2, 42, 45]. Результати гістограмного аналізу магнітних збурень наведені на рис. 4.10: а)-ж). Щодо аналітичного виразу кривих, якими можна згладити ці гістограми, то привертає увагу гістограма для інтервалу  $[9-12]$  годин, яку можна апроксимувати експоненційним розподілом, а гістограму магнітних збурень для інтервалу  $[18-21]$  години ближче до нормального розподілу, тобто її можна згладити нормальним розподілом.

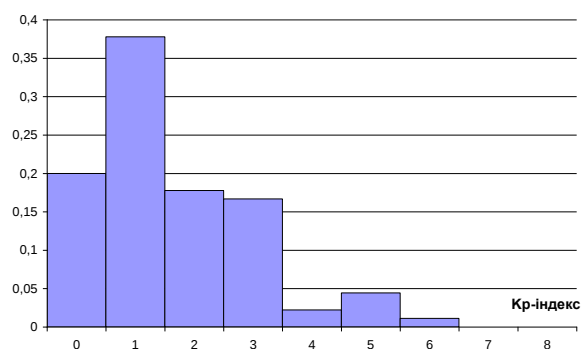
В розділі 2 було показано, що потік викликів у диспетчерську службу КЗ ТОВ «ЦЕМД та МК» є стохастично періодичним [37, 52] і однією із його зручних в користуванні моделей є ППКСП з періодом  $T = 24$  год. Щоб була можливість провести гістограмний аналіз такого потоку, потік розглядається як послідовність інтервалів  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . В якості інтервалів стаціонарності були вибрані інтервали доби тривалістю по три години кожний:  $[0,3)$ ,  $[3,6)$ ,  $[6,9)$ ,  $[9,12)$ ,  $[12,15)$ ,  $[15,18)$ ,  $[18,21)$ ,  $[21,24)$  години. Як приклад, на рис. 4.11 показані результати гістограмного аналізу потоку викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги міста Тернополя за вересень 2010 року.



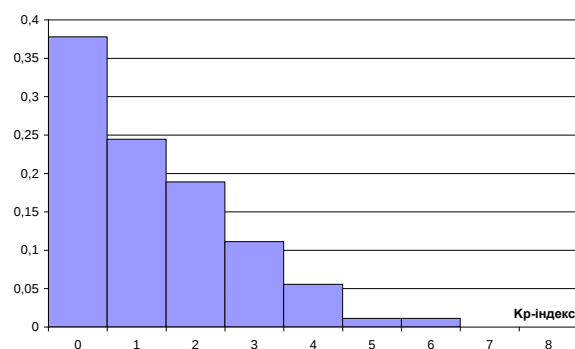
а) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[0 - 3]$  годин



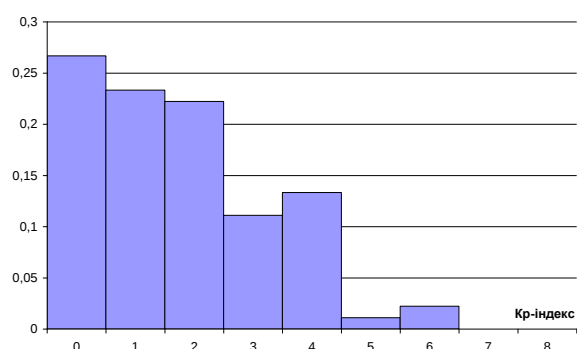
б) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[3 - 6]$  годин



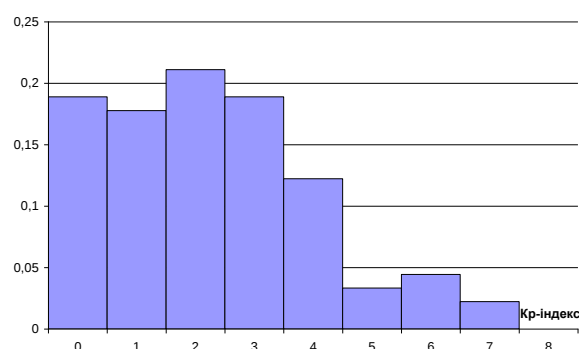
в) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[6 - 9]$  годин



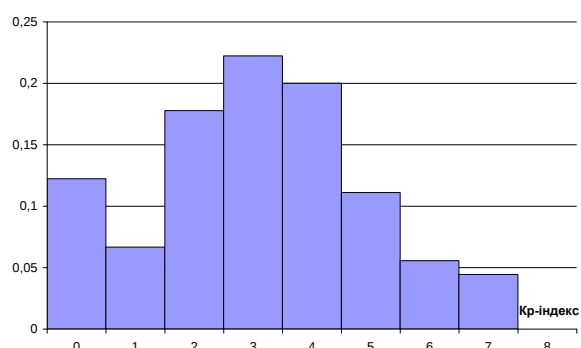
г) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[9 - 12]$  годин



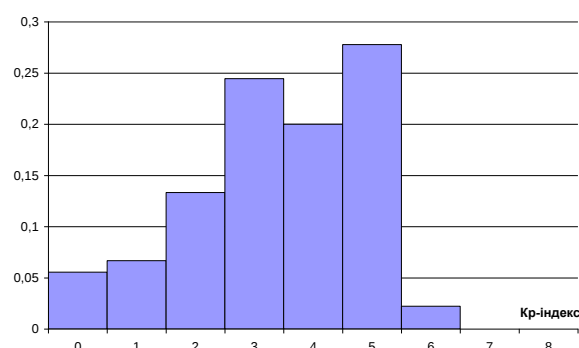
д) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[12 - 15]$  годин



е) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[15 - 18]$  годин

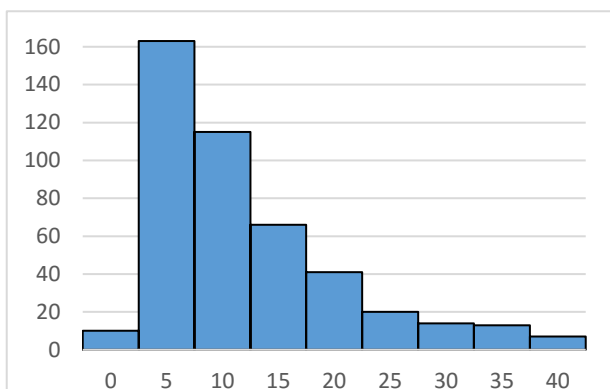


є) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[18 - 21]$  годин

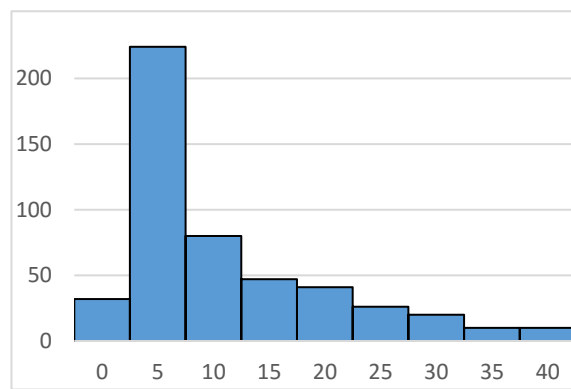


ж) Гістограма магнітних збурень на інтервалі  $[21 - 24]$  годин

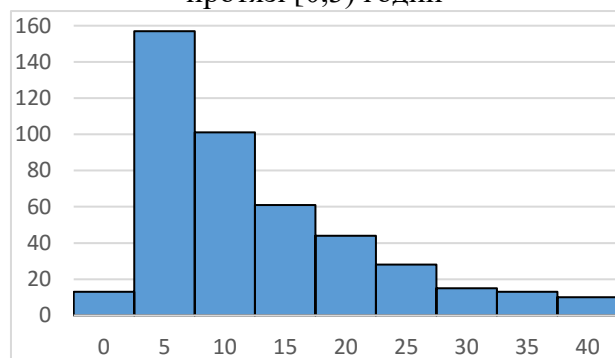
Рисунок 4.10 – Гістограми магнітних збурень протягом доби на інтервалах часу тривалістю по 3 години



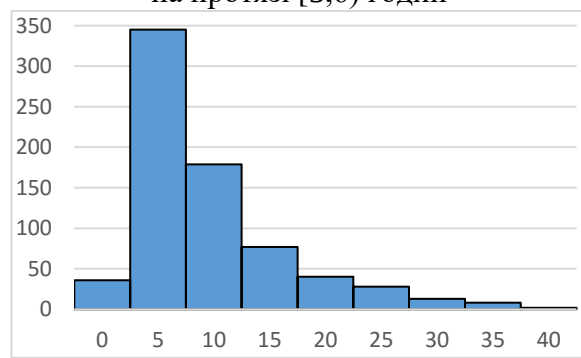
а) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [0,3) годин



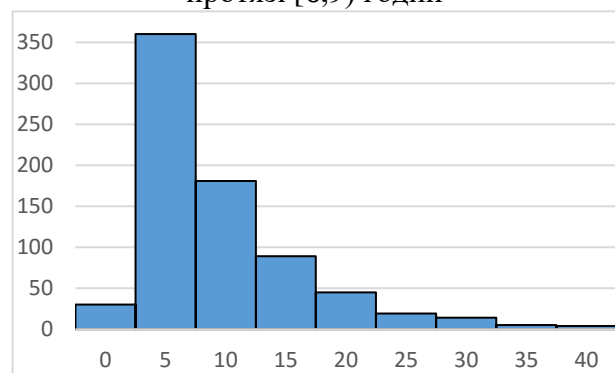
б) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [3,6) годин



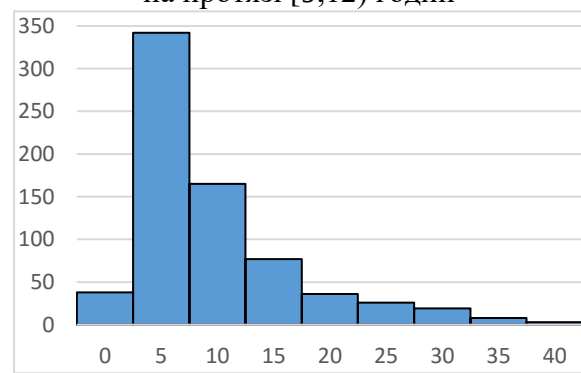
в) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [6,9) годин



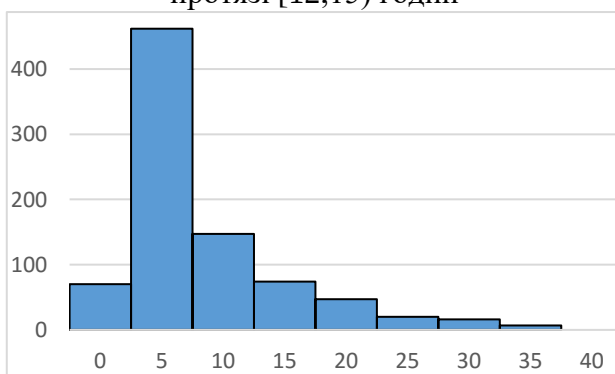
г) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [9,12) годин



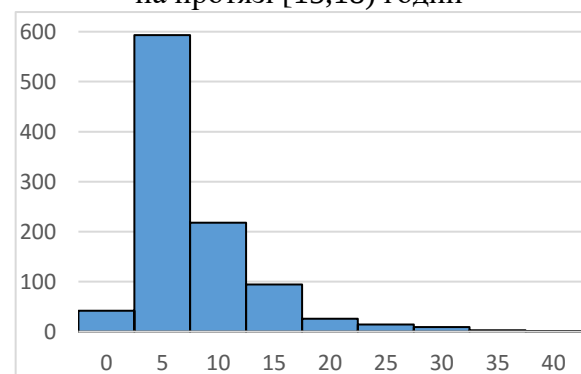
д) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [12,15) годин



е) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [15,18) годин



є) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [18,21) годин



ж) Гістограма інтервалів між викликами на протязі [21,24) годин

Рисунок 4.11 – Гістограми інтервалів потоку викликів на диспетчерський пункт швидкої допомоги міста Тернополя за вересень 2010 року

Результати гістограмного аналізу показують, що для потоку викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги розподіл інтервалів часу між викликами на кожному із інтервалів стаціонарності [3,6), [9,12), [12,15), [15,18), [18,21), [21,24) можна вважати близьким до експоненціального. Це підтверджує результат розглянутого в другому розділі питання про правомірність розгляду диспетчерської служби КЗ ТОВ «ЦЕМД та МК» як марківської системи масового обслуговування.

Як видно із попереднього, гістограми являють собою кусково постійні функції. Проте часто буває зручним проводити згладжування гістограм шляхом їх апроксимації аналітичними функціями, що наділені певними властивостями. Для згладжування гістограм може бути використаний підхід, запропонований Пірсоном [25]. Згідно цього підходу тип згладжуючої кривої вибирається із системи функцій, яку утворюють розв'язки диференціального рівняння

$$\frac{df(x)}{f(x)} = -\frac{a+x}{c_0 + c_1x + c_2x^2} dx,$$

коефіцієнти якого  $a, c_0, c_1, c_2$  виражаються через перші чотири моментні функції розкладу. Система кривих Пірсона розбита на 12 класів, або як говорять, налічує 12 типів. В кожному конкретному випадку тип згладжуючої кривої визначається значеннями моментів розподілу. Але оскільки на практиці моментні функції невідомі, то для підбору згладжуючої кривої гістограми використовують значення перших чотирьох вибірових моментів.

Розглянутий метод гістограмного аналізу може бути успішно використаний при розширенні можливостей інформаційних технологій для дослідження періодичних випадкових процесів і потоків та використання отриманих результатів в задачах оптимізації відповідних систем масового обслуговування.

## 4.6 Системи масового обслуговування марківського типу в умовах стохастичної періодичності

В прикладних галузях народного господарства часто доводиться досліджувати різноманітні СМО, наприклад, функціонування диспетчерських служб швидкої допомоги, енергопостачальних систем тощо. Одна із важливих задач СМО – оптимізація їх роботи. Ця задача породжує цілу низку похідних задач, більшість із яких пов’язана із аналізом процесів, що містять інформацію про ті чи інші характеристики системи.

Вважається [10, 19, 26], що найбільш вивченими є СМО марківського типу, в першу чергу їх найпростіший варіант – стаціонарні системи. Проте в практичних ситуаціях увагу спеціалістів привертають системи, для яких крім марковості характерна також стохастична періодичність. Як вивчені стохастично періодичні системи марківського типу? Які статистичні методи можна запропонувати для дослідження таких систем і що при цьому можна використати для розробки відповідних інформаційних технологій? Відповіді на дані наведемо нижче.

### 4.6.1 Умова марковості системи масового обслуговування

Говорять, що СМО має марківську властивість, якщо поведінка системи в майбутньому залежить від її положення (стану), в якому вона перебуває в деякому фіксованому моменті часу  $t$ , і не залежить від положення, в якому система перебувала до цього моменту. Іноді властивість марковості описують більш стисло: майбутнє системи залежить від її теперішнього стану і не залежить від її стану в минулому.

Яким є більш строге, формалізоване поняття «марківська система», якими є критерії перевірки на «марковість»? Для відповіді звернемося до основних структурних складових СМО – її вхідного потоку замовлень. При цьому вхідний потік будемо розглядати як випадкову послідовність  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , де  $\tau_k$  – інтервал часу між  $k-1$ -м та  $k$ -м замовленнями, а також вважати, що тривалості обслуговування замовлень утворюють послідовність випадкових величин  $S_k$ ,

$k=1,2,\dots$ , де  $s_k$  – тривалість обслуговування  $k$ -го замовлення. Згідно [10, 19, 26] СМО можна вважати марківською, коли послідовності  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , і  $s_k$ ,  $k=1,2,\dots$  розподілені за показниковим (експоненційним) законом із деякими параметрами  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$  відповідно. Отже, питання про можливість вважати ту чи іншу конкретну СМО марківською може бути вирішене шляхом перевірки критеріїв щодо експоненційного розподілу згаданих послідовностей  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , і  $s_k$ ,  $k=1,2,\dots$ .

#### **4.6.2 Електропостачальна система як система масового обслуговування марківського типу**

Питання дослідження енергосистем, зокрема, електропостачальних систем розглядалися в [79, 80]. Якщо ці системи розглядати як стохастично періодичні СМО марківського типу, то деякі питання їх дослідження розглянуті в роботі [65], результатами якої ми скористаємося.

Як приклад, розглянемо електропостачальну систему міста Тернополя. Перевірку припущення про її «марковість» розпочнемо із розгляду її вхідного потоку. Очевидно, що дослідити у всіх деталях вхідний потік електропостачальної системи міста практично неможливо, оскільки неможливо будь-яким способом відслідковувати інтервали часу між черговими підключеннями всіх споживачів електроенергії. Але тут можна скористатися іншим підходом – дослідити цей процес спочатку на невеликій підсистемі електропостачальної системи. Якщо отримані результати будуть задовольняти певним умовам (про ці умови буде сказано дещо пізніше), то для винесення остаточних рішень достатньо буде скористатися однією із теорем О. Хінчина про суму великого числа потоків з певними властивостями.

Для реалізації цього підходу підсистемою була вибрана локальна електромережа невеликого навчального корпусу одного із навчальних закладів міста Тернополя. Були проведені відповідні дослідження, які показали, що інтервали часу між сусідніми замовленнями (підключеннями в електромережу)

розподілені за експоненційним законом. Цілком природно припустити, що такі ж умови виконуються для всіх локальних електромереж міста.

Щоб зробити висновки щодо вхідного потоку системи в цілому, скористаємося теоремою О. Хінчина [13, с.22; 14], суть якої полягає в наступному. Якщо потік  $X(t)$  являє собою суму великого числа незалежних між собою стаціонарних і ординарних потоків, кожен з яких вносить малий внесок в загальну суму, то при одній умові аналітичного характеру потік  $X(t)$  буде близьким до найпростішого.

Для найпростішого потоку послідовність інтервалів  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , що описує вхідний потік, розподілена за експоненційним законом [13, 14], тобто

$$F_k(x) = P(\tau_k < x) = 1 - e^{-\lambda_k x}.$$

В окремому випадку, якщо всі інтервали однаково розподілені, їх функція розподілу  $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$ . Одна із основних властивостей цього розподілу – це відсутність післядії [13, 14] або, як її ще називають, – марковість. Проведені міркування є підставою стверджувати, що для електропостачальної системи міста Тернополя моделлю її вхідного потоку є пуассонівський процес  $\xi(t)$ ,  $t \geq 0$ , який в силу необхідності можна розглядати і як марківський процес, тобто процес без післядії, або звертаючись до досить вдало сформульованої властивості марковості, – його майбутнє залежить від її теперішнього (стану) і не залежить від минулого.

Використовуючи подібні міркування, може бути обґрунтована і модель послідовності  $s_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , що описує тривалості обслуговування замовлень. Не розглядаючи цього питання в деталях, припускаємо, що розподіл випадкових величин  $s_k$  є показниковим, тобто для процесу обслуговування замовлень теж властива відсутність післядії або марковість.

### 4.6.3 Дослідження енергоспоживання на основі періодичного ланцюга Маркова та оцінка його матриць переходів

Оскільки система електропостачання міста Тернополя є системою марківського типу, її дослідження можна звести до побудови і вивчення деяких випадкових процесів (у випадку неперервного часу) або послідовностей (для дискретного часу), які описують еволюцію системи, і які при певних припущеннях теж можна вважати марківськими. Розглянемо це питання на прикладі енергоспоживання, розглядаючи його як стохастично періодичну послідовність марківського типу. Для їх опису може бути використана модель у вигляді періодичного ланцюга Маркова [77, 79]. Нагадаємо його визначення, розпочавши із визначення ланцюга Маркова [26].

**Означення 4.1.** Послідовність цілочислових випадкових величин  $\{\xi_n\}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , що приймають значення із фазового простору  $X = (1, 2, \dots, h, \dots, i, \dots)$ , називається ланцюгом Маркова, якщо для всіх  $n \geq 0$  умовна ймовірність

$$P\{\xi_{n+1} = j | \xi_0 = h, \dots, \xi_{n-1} = k, \xi_n = i\} = P\{\xi_{n+1} = j | \xi_n = i\} \stackrel{df}{=} p_{ij}(n).$$

Умовні ймовірності  $p_{ij}(n)$  в сукупності утворюють матриці

$$\Pi(n) = \|p_{ij}(n)\|, i, j \in X, n = 0, 1, 2, \dots,$$

які називають матрицями переходів (перехідних ймовірностей, ймовірностей переходів) ланцюга.

**Означення 4.2.** Ланцюг Маркова  $\{\xi_n\}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  називається періодичним, якщо періодичними є його ймовірності переходів, тобто існує ціле  $L > 1$ , що  $p_{ij}(n) = p_{ij}(n + L)$ , де  $i, j$  – стани,  $i, j \in X$ .

Очевидно, що для періодичного ланцюга Маркова його матриці переходів  $\Pi(n) = p_{ij}(n)$  теж змінюються періодично з цим же періодом  $L$ :

$$\Pi(n) = \Pi(n + L), n = 0, 1, \dots$$

Із означення також випливає, що періодичний ланцюг визначається першими  $L$  матрицями переходів

$$\Pi(0), \dots, \Pi(k), \dots, \Pi(L - 1). \quad (4.9)$$

Для періодичних ланцюгів Маркова розроблені методи їх статистичного аналізу, зокрема, метод оцінки матриць переходів (4.9), досліджено властивості цих оцінок, запропоновано метрики для визначення точності цих оцінок [72]. Розроблено також метод імітаційного моделювання періодичних ланцюгів Маркова. Метод оцінок матриць переходів перевірено з використанням реалізацій періодичних ланцюгів, отриманих шляхом їх імітаційного моделювання [72].

#### 4.6.4 Оцінювання матриць переходів системи електропостачання

Метод оцінки матриць переходів застосовано до графіків споживання електроенергії. Для цього попередньо, для деяких параметрів, були вибрані такі значення. Інтервал, через який фіксувалася кількість спожитої енергії, або крок дискретизації  $\Delta t = 3$  години. Оскільки ми досліджуємо добову періодичність із періодом  $T = 24$  години, період ланцюга  $L = \frac{24}{3} = 8$ . При цій умові ланцюг Маркова повністю визначається матрицями переходів  $\Pi(0), \Pi(1), \dots, \Pi(7)$ . Щодо кількості станів, в яких може перебувати ланцюг, то було вибрано три стани. Самі стани визначалися наступним чином. Нехай  $P_{\min}$  і  $P_{\max}$  – мінімальна і максимальна кількість енергії, яка споживалася за вибраний інтервал часу  $\Delta t = 3$  години. Розділимо інтервал  $[P_{\min}, P_{\max}]$  на три рівних відрізки, а точки поділу та крайні точки інтервалу позначимо через  $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ , де  $a_0 = P_{\min}$ ,  $a_3 = P_{\max}$ . Першим станом  $S_1$  вважається інтервал  $[a_0, a_1)$ , другий стан  $S_2$  ототожнюється із інтервалом  $[a_1, a_2)$ , третій стан  $S_3$  – це інтервал  $[a_2, a_3]$ . Зрозуміло, що коли

кількість спожитої енергії за час  $\Delta t = 3$  години належить одному із інтервалів  $[a_{i-1}, a_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ , то «на мові ланцюгів Маркова» це означає, що система перебуває у відповідному стані  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$

Для оцінювання матриць переходів  $\Pi(0), \Pi(1), \dots, \Pi(7)$  був використаний метод, розглянутий в [65], а також використані графіки спожитої електроенергії в місті Тернополі протягом осені 2009 року. Оцінки матриць  $\tilde{\Pi}(0), \tilde{\Pi}(1), \dots, \tilde{\Pi}(7)$  наведені в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Оцінка матриць переходів ланцюга Маркова спожитої електроенергії

|                                                                                                                  |                                                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\tilde{\Pi}(0) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$                             | $\tilde{\Pi}(1) = \begin{vmatrix} 0,259 & 0,741 & 0 \\ 0,259 & 0,741 & 0 \\ 0,259 & 0,741 & 0 \end{vmatrix}$ |
| $\tilde{\Pi}(2) = \begin{vmatrix} 0 & 0,929 & 0,071 \\ 0 & 0,200 & 0,800 \\ 0 & 0,564 & 0,436 \end{vmatrix}$     | $\tilde{\Pi}(3) = \begin{vmatrix} 0 & 0,589 & 0,411 \\ 0 & 0,905 & 0,095 \\ 0 & 0,273 & 0,727 \end{vmatrix}$ |
| $\tilde{\Pi}(6) = \begin{vmatrix} 0,143 & 0,767 & 0,233 \\ 0,286 & 0,714 & 0 \\ 0 & 0,615 & 0,385 \end{vmatrix}$ | $\tilde{\Pi}(5) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$                         |
| $\tilde{\Pi}(6) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$                             | $\tilde{\Pi}(7) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$                         |

Аналіз оцінок матриць характеризує закономірності споживання електроенергії на протязі доби осіннього періоду та ймовірності зміни (ймовірності переходів) щодо кількості її споживання в кожний наступний інтервал часу. Щодо подальшого розвитку цієї тематики, то цікавим є питання про використання матриць переходів періодичного ланцюга для задач оперативного прогнозу споживання енергії в кожний наступний інтервал часу

$\tau_{k+1}$  в залежності від кількості спожитої енергії протягом теперішнього інтервалу  $\tau_k$  і розташування цього інтервалу в межах доби.

Таким чином, у роботі обґрунтована можливість використання в енергетиці періодичних ланцюгів Маркова (у випадку неперервного аргументу – періодичних марківських процесів) для дослідження стохастично періодичних СМО марківського типу – міських електропостачальних систем, і на цьому прикладі – об'єднаної енергосистеми України, окремих енергосистем, їх енергорайонів, енергогенеруючих компанії, систем електроспоживання різних рівнів.

#### **Висновки до розділу 4**

1. З'ясовано, що характерною особливістю магнітних збурень є добова стохастична періодичність, яка впливає на інтенсивність захворювань, і тому її важливо враховувати у диспетчерських службах швидкої допомоги з метою підвищення ефективності їх роботи.
2. Обґрунтовано математичну модель магнітних збурень, яка враховує їх стохастичну періодичність, викликану добовим обертанням Землі навколо своєї осі, а також фізику утворення цієї періодичності.
3. Знайдено оцінки періодичного математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення магнітних збурень, які підтверджують їх стохастичну періодичність та адекватність моделі, що є важливою базою для багатьох областей науки і її прикладного застосування, в нашому випадку – для прогнозування потоку викликів у диспетчерські служби швидкої допомоги, оптимізації їх роботи.
4. Розроблено метод гістограмного аналізу періодичних випадкових процесів і проілюстровано його використання на прикладі аналізу стохастично періодичних магнітних збурень.
5. З'ясовано, що електропостачальні системи можуть розглядатися як СМО марківського типу, що дало можливість використати методи аналізу періодичних ланцюгів Маркова для оцінки матриць для графіків споживання

електроенергії в місті Тернополі, використання яких надає можливість розрахунку прогнозних графіків електроспоживання.

6. Розглянуті в розділі моделі та статистичні методи розширюють можливості інформаційних технологій аналізу СПП та марківських СМО та використання результатів досліджень для задач їх оптимізації.

## РОЗДІЛ 5

### КОМП'ЮТЕРНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ПРАВИЛЬНОСТІ ЗАСОБІВ ДОСЛІДЖЕННЯ СТОХАСТИЧНО ПЕРІОДИЧНИХ ПОТОКІВ

В попередніх розділах були обґрунтовані моделі стохастично періодичних пуассонівського і рекурентних потоків у вигляді ППКСП та ПРКСР. Для цих потоків побудовані оцінки їх періодичної інтенсивності, розроблені також алгоритми їх гістограмного аналізу. Розглядалися також питання дослідження стохастично періодичних систем марківського типу, зокрема обчислення оцінок матриць переходів періодичних ланцюгів Маркова.

Проте при створенні «чогось нового» завжди виникають питання адекватності цього «нового», наскільки воно є безпомилковим, наскільки відповідає дійсності, близьке до неї. Відповідь на ці, та споріднені з ними питання, можна отримати шляхом проведення відповідних експериментів та порівняльним аналізом теоретичних і експериментально отриманих результатів. Для цього можуть бути використані два основних види експериментів – натурні і обчислювальні (комп'ютерні). Кожний із них має свої переваги і недоліки.

В другому і четвертому розділах була проведена перевірка положень теорії стохастично періодичних потоків на прикладі викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги міста Тернополя, магнітних збурень, марківських стохастично періодичних СМО на прикладі системи електроспоживання міста Тернополя, що вважається фактами проведення натурних експериментів.

Натурні експерименти часто вимагають значних людських ресурсів, часу, фінансових витрат, вирішення ряду організаційних питань. Але разом з тим отримані дані є об'єктивними і мають не тільки науковий, але і прикладний інтерес.

Значно оперативнішим, простим в використанні є інший підхід аналізу потоків – комп'ютерний експеримент, в основі якого лежать методи імітаційного моделювання та методи обробки змодельованих даних. Знаючи закономірності, особливості поведінки досліджуваних об'єктів, комп'ютерний експеримент

дозволяє отримати багаточисельні наслідки, які без допомоги обчислювальних засобів неможливо розрахувати. Задачі та методи обчислювальних експериментів розглядалися в багатьох роботах [6, 32, 71, 89, 90, 94, 96, 98, 102], в Інтернет-ресурсах. Що стосується комп'ютерних експериментів для перевірки правильності засобів дослідження стохастично періодичних пуассонівських і рекурентних потоків, то подібні дослідження в цьому напрямку практично відсутні.

В цьому розділі розглянемо питання розробки інформаційної технології для перевірки отриманих в цій роботі деяких положень теорії періодичних пуассонівських і рекурентних кусково стаціонарних потоків, і яка включає їх імітаційне моделювання, оцінку їх періодичних ймовірнісних характеристик та порівняння отриманих оцінок із ймовірнісними характеристиками, заданими в моделі.

### **5.1 Основні складові комп'ютерного експерименту для аналізу стохастично періодичних потоків**

Основні складові комп'ютерного експерименту для аналізу періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків наведені на рис. 5.1, для аналізу періодичних рекурентних кусково стаціонарних потоків – рис. 5.2.

Важливою складовою схеми комп'ютерного експерименту є імітаційне моделювання потоків (пуассонівського, рекурентного та інших), наділених тими чи іншими особливостями. Для виконання цього етапу використовується модель потоку у вигляді послідовності інтервалів (випадкових величин)  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , з певним розподілом. Для пуассонівського потоку розподіл інтервалів  $\tau_k$  є показниковим, для рекурентних потоків – відмінний від показникового. Тому задача моделювання потоку переходить в задачу моделювання послідовності незалежних випадкових величин  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , з відповідним розподілом.

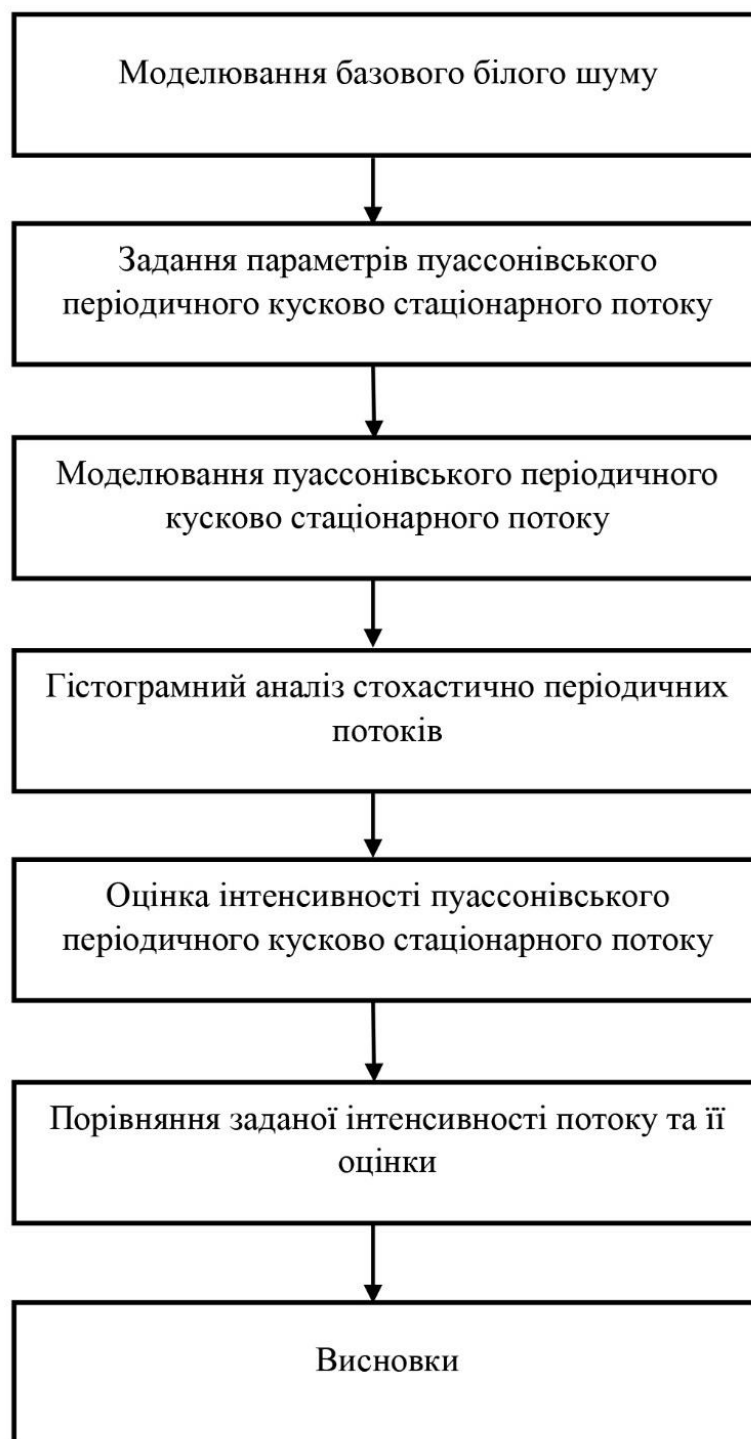


Рисунок 5.1 – Основні складові комп’ютерного експерименту для аналізу пуассонівських періодичних кусково стаціонарних потоків

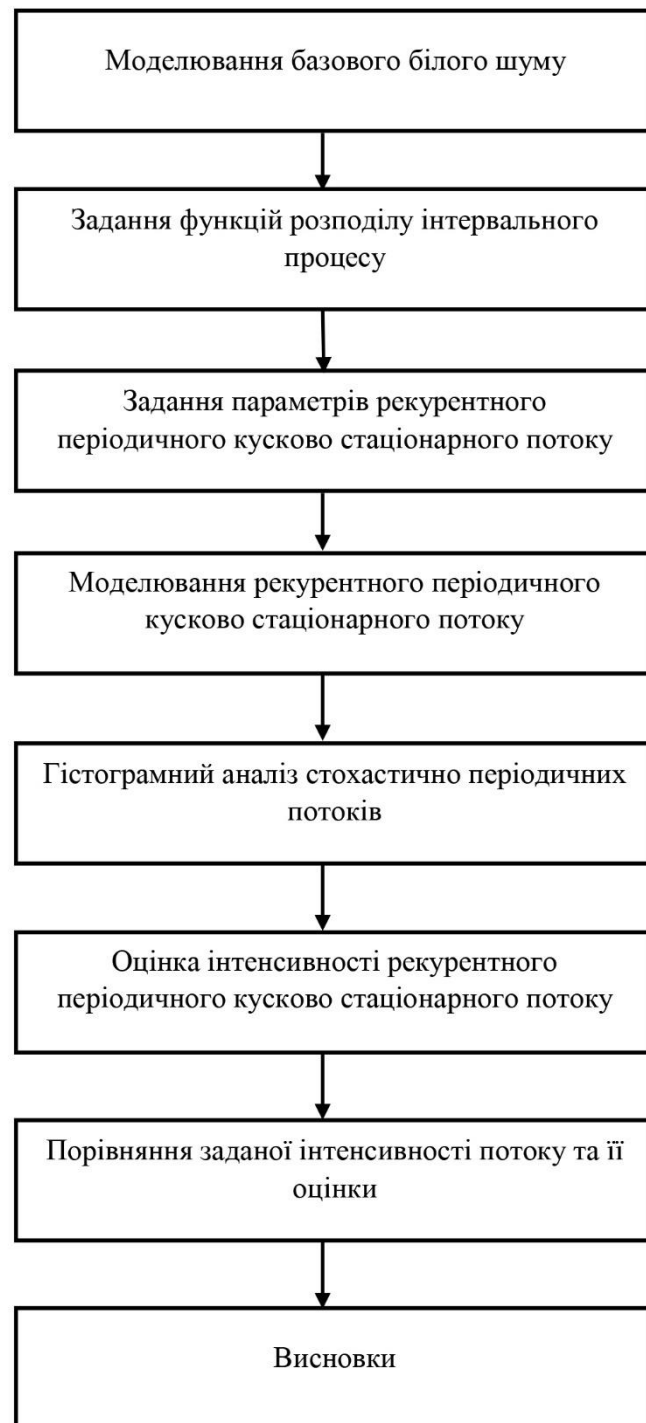


Рисунок 5.2 – Основні складові комп’ютерного експерименту для дослідження рекурентних періодичних кусково стаціонарних потоків

Відзначимо, що питання моделювання потоків те саме, що і послідовностей незалежних випадкових величин – розглядалися в багатьох роботах [6, 94, 96, 98, 102]. Проте, це стосувалося в основному стаціонарних потоків. Задача імітаційного моделювання періодичних потоків набагато

складніша. Методи її реалізації практично відсутні, за винятком випадку, коли для цього використовується адитивна модель у вигляді суми стаціонарного потоку і детермінованої періодичної функції (послідовності), переважно синусоїдальної. Такий підхід зустрічається досить часто, наприклад, в [102]. Проте, адитивна модель досить обмежена, оскільки враховує періодичність лише математичного сподівання потоку і не надає жодної можливості врахувати розподіл інтервалів  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ .

З огляду на зроблені зауваження, алгоритм моделювання періодичних кусково стаціонарних потоків (пуассонівських і рекурентних) зводиться до того, що моделюється потік як послідовність випадкових величин  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , але при цьому враховується не тільки розподіл цих величин, але і періодичність параметрів розподілу, яка певним чином задається. Проте, в силу того, що для моделювання послідовності  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , використовується так званий базовий білий шум, спочатку розглянемо поняття білого шуму, його окремий випадок – базовий білий шум та методи моделювання базового білого шуму.

## **5.2 Стаціонарні білі шуми з неперервним та дискретним аргументами та їх імітаційне моделювання**

На інтуїтивному рівні поняття «шум» – це назва для різного роду завад, які спотворюють сигнали в процесі їх утворення (внутрішні шуми), або в результаті передачі інформації по каналах зв'язку. В науково-технічній літературі замість слова «шум» використовують словосполучення «білий шум».

З математичної точки зору білим шумом (в строгому розумінні) називають узагальнену похідну від процесу з незалежними приростами  $\eta(t)$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$ , або його частинних випадків – пуассонівського чи вінерівського процесів [16, 62, с.407,408; 84]:

$$\eta'(t) = \frac{d\eta(t)}{dt},$$

причому прирости процесу задовольняють умовам:

$$Md\eta(t)=0, \quad Md\eta^2(t)=\sigma^2 dt.$$

В літературі прикладного характеру визначення білого шуму дають з використанням спектральної щільності процесу. Згідно [16, 62] білим шумом в широкому розумінні (слова «в широкому розумінні», як правило, опускають, якщо при цьому не виникає непорозумінь) називають узагальнений випадковий процес  $\xi(t)$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$ , з некорельованими значеннями, тобто його кореляційна функція є  $\sigma$ -функцією:

$$R(\tau) = M(\xi(t)\xi(t+\tau)) = \sigma^2 \delta(\tau), \quad \tau \in (-\infty, \infty).$$

Як наслідок [16, 62], спектральна щільність білого шуму є постійною в усій смузі частот

$$S(\omega) = \sigma^2, \quad \omega \in (-\infty, \infty). \quad (5.1)$$

Більш часто, наприклад, в [16, с.121], при визначенні білого шуму за первинну властивість використовують властивість його спектральної щільності. При такому підході білим шумом називається випадковий процес  $\xi(t)$ ,  $t \in (-\infty, \infty)$ , спектральна щільність, функція якого є постійною в усій смузі частот, тобто,  $S(\omega) = \sigma^2$ ,  $\omega \in (-\infty, \infty)$ .

Зауважимо, що слово «білий» у визначенні шуму вживається через його аналогію з білим (сонячним) світлом. Нагадаємо, що сонячне світло має неперервний, приблизно рівномірний (однорідний) спектр в порівняно широкій смузі частот.

Щоб показати тотожність визначень білого шуму через властивості його кореляційної функції, з однієї сторони, і спектральної, з іншої, використовують пряме і зворотне (обернене) перетворення Фур'є. Пряме перетворення від кореляційної функції визначає спектральну функцію:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (5.2)$$

Зворотнє перетворення від спектральної функції дає знову кореляційну функцію, тобто

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega.$$

З останньої формули отримаємо, що для білого шуму (спектральна щільність якого згідно (5.1) постійна в усій смузі частот) його кореляційна функція

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^2 e^{i\omega\tau} d\omega = \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} d\omega = \frac{\sigma^2}{2\pi} 2\pi\delta(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty).$$

Таким чином, кореляційна функція білого шуму є  $\delta$ -подібною.

Підставляючи в (5.2) значення кореляційної функції, отримаємо

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^2 \delta(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \sigma^2, \omega \in (-\infty, \infty).$$

Остання рівність показує, що для  $\delta$ -корельованого випадкового процесу, яким згідно означення є білий шум, його спектральна функція постійна в усій смузі частот.

Реалізувати білий шум у випадку неперервного часу практично неможливо, тому що неможливо стрибкоподібно (тобто миттєво) змінити на додатну величину протікання будь-якого фізичного процесу (для такої зміни необхідно було б затратити нескінченну енергію). Як би це вдалося (що можливо тільки теоретично), то при таких стрибкоподібних змінах ми могли б отримати процес з некорельованими (незалежними) значеннями. Тому наведені означення білого шуму є вигідною математичною абстракцією, яка дозволяє ефективно

створювати моделі реальних фізичних шумів. Практично реалізувати білий шум можна у випадку дискретного параметру (у більшості випадків таким параметром є час).

Білий шум з дискретним часом. Білим шумом з дискретним часом називається послідовність випадкових величин

$$\{\xi_i = \xi(i\Delta t), i = \dots, -1, 0, 1, \dots\}, \quad (5.3)$$

будь-які два різні значення якої незалежні (некорельовані). Як і у випадку з неперервним часом, розрізняють дискретний білий шум у широкому чи вузькому розумінні в залежності від того, якими є значення послідовності (5.3) – незалежними чи некорельованими.

Крім цього дискретні білі шуми також класифікують в залежності від функції розподілу елементів послідовності (5.3). Це дозволяє виділити білий шум з рівномірним розподілом, нормальний білий шум, пуассонівський білий шум і т. д.

### 5.3 Базовий білий шум та методи його імітаційного моделювання

Особливу роль в задачах імітаційного моделювання відіграє базовий білий шум. Це пов'язано з тим, що із базового білого шуму можна отримувати інші білі шуми з наперед заданими розподілами, а також отримувати послідовності корельованих випадкових величин із попередньо заданими ймовірнісними характеристиками.

Базовим білим шумом називається послідовність випадкових величин  $\{\xi_i, i = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$  з рівномірним на відрізку  $[0, 1]$  розподілом, щільність якого

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0, 1], \\ 0, & x \in (-\infty, \infty) \setminus [0, 1]. \end{cases}$$

Для цього розподілу математичне сподівання, дисперсія і середньоквадратичне відхилення відповідно рівні

$$M_{\xi_i} = \frac{1}{2}, D_{\xi_i} = \frac{1}{12}, \sigma_i = \frac{1}{2\sqrt{3}}, i = \dots, -1, 0, 1, \dots$$

Існує декілька способів генерування білого шуму, базового білого шуму, зокрема, це таблиці випадкових чисел, генератори або давачі випадкових чисел тощо.

Таблиці випадкових чисел містять реалізації білого шуму, отримані раніше тим чи іншим способом. В [94] згадується одна із опублікованих таблиць, що містить 1000000 чисел.

Генератори випадкових чисел – це певні технічні засоби, на виході яких можна спостерігати білий шум, тобто послідовність чисел  $\alpha_i$ , що задовольняють певним статистичним закономірностям. Найчастіше для побудови генератора (давача) використовують «шумлячі» радіоелектронні прилади (діоди, стабілітрони, транзистори і т.д.). Один із можливих способів побудови давача білого шуму, рівномірно розподіленого на відрізку  $[0,1]$ , полягає в наступному. Нехай на виході шумлячого пристрою є лічильник, який через кожний фіксований проміжок часу  $\Delta t$  видає 0, якщо за цей проміжок кількість флуктуацій вихідного сигналу (наприклад напруги), що перевищили заданий рівень  $U_0$ , парна, і видає 1, якщо така кількість непарна (рис. 5.3).

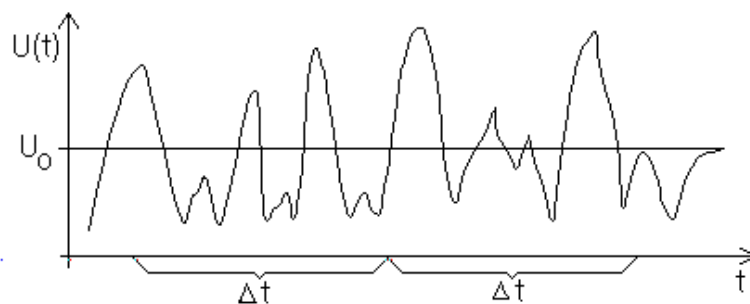


Рисунок 5.3 – До методу генерування випадкових чисел

Вважаючи, що ймовірність появи 0 і 1 при такому генеруванні рівні між собою, тобто  $P\{\nu = 2k\} = P\{\nu = 2k + 1\} = 1/2$ , де  $k$  – невід’ємне ціле число, то можна рахувати, що пристрій генерує випадкову послідовність двійкових цифр.

Якщо  $m$  таких генераторів працюють паралельно і посилають випадкові нулі чи одиниці у всі двійкові розряди спеціальної комірки пам'яті об'ємом  $m$ , то через кожний проміжок часу  $\Delta t$  ми зможемо отримати  $m$ -розрядні двійкові дробові числа, які можна вважати реалізаціями випадкових величин  $\xi_i$ , рівномірно розподілених на відріzk  $[0,1]$ .

Хоча на виході генераторів випадкових чисел спостерігається значення реальних сигналів, проте цей метод отримання реалізації білого шуму пов'язаний з певними технічними труднощами (числа, що генеруються, неможливо відтворити; необхідно утримувати та експлуатувати пристрої (генератори), які також потребують догляду і перевірки «якості» чисел, що генеруються з допомогою спеціальних тестів). Тому, маючи сучасні обчислювальні засоби для реалізації білого шуму, в ряді випадків вигідно використовувати методи псевдовипадкових чисел.

Метод псевдовипадкових чисел. Так називають той чи інший спосіб реалізації білого шуму, тобто отримання послідовностей чисел із заданими ймовірнісними характеристиками, які відповідають характеристикам заданого білого шуму. Самі числа отримуються за допомогою певних арифметичних алгоритмів.

Розглянемо [6, 94] три методи генерування реалізації базового білого шуму з квазірівномірним на відріzk  $[0,1]$  розподілом. Ці алгоритми належать до алгоритмів виду

$$\xi_{n+1} = F(\xi_n), \quad n = 1, 2, \dots, N,$$

де  $F(\bullet)$  – деяка функція, яка перетворює одне число в інше; початкове значення  $\xi_0$  та інші параметри, що входять в алгоритм перетворення, задаються заздалегідь.

а) Метод середніх квадратів. Це є перший алгоритм отримання псевдовипадкових чисел, запропонований Дж. Нейманом. Основна його ідея полягає у виділенні середніх розрядів квадратів певних чисел. Кожний

наступний елемент послідовності випадкових чисел утворюється з попереднього наступним чином: нехай число  $\xi$  належить проміжку  $(0,1)$  і має вигляд  $2n$ -розрядного десяткового дробу, тобто

$$\xi = 0, a_1, a_2, \dots, a_{2n},$$

а квадрат цього числа  $\xi_i = 0, b_1, b_2, \dots, b_{4n}$  – десяткове дробове  $4n$ -розрядне число. Вибравши  $2n$  середніх розрядів цього числа, наступним членом послідовності візьмемо число

$$\xi_i = 0, b_{n+1}, b_{n+2}, \dots, b_{3n}, i = 1, 2, \dots$$

б) Метод лишків. Цей метод ще називають мультиплікативним методом. Основна його ідея полягає в утворенні за певним рекурентним співвідношенням допоміжної послідовності цілих чисел, з якої утворюється базова послідовність.

Допоміжна послідовність невід’ємних чисел  $\{x_i, i = 1, \dots, n\}$  отримується за допомогою формули

$$x_{i+1} = \lambda x_i \pmod{M}, i = 0, 1, 2, \dots \quad (5.4)$$

тобто  $x_{i+1}$  рівне залишку, отриманому при діленні числа  $\lambda x_i$  на  $M$ . Зазначимо, що при цьому  $x_{i+1} < M$ . Початкове число  $x_0$ , а також множник  $\lambda$  вибираються взаємно простими з  $M$ , причому  $\lambda$  і  $M$  достатньо великі цілі числа.

Використовуючи тепер цілі частини чисел послідовності (5.4), отримуємо послідовність

$$\xi_i = \frac{x_i}{M}, i = 1, 2, \dots,$$

яка буде реалізацією білого шуму, рівномірно розподіленого на відріжку  $(0,1)$ .

Вважається [6, 94], що задовільна послідовність псевдовипадкових чисел отримується, наприклад, при  $\lambda = 5^{17}$ ,  $M = 2^{43}$ .

Одним із суттєвих недоліків методів псевдовипадкових чисел є обмеженість їх запасу, яка проявляється в тому, що для кожної з отриманих послідовностей  $\{\xi_i, i=1,2,\dots\}$  існує своє число  $T$ , що  $\xi_i = \xi_{i+T}$ ,  $i=1,2,\dots$ , тобто послідовність є періодичною. Множину чисел  $\xi_i, i=1,2,\dots,k, k < T$ , називають відрізком аперіодичності. При розрахунках рекомендують використовувати не більше ніж  $T$  чисел послідовності.

в) Метод збурень. Для збільшення відрізка аперіодичності застосовують різні способи. Один із них полягає в наступному. Нехай

$$\xi_{i+1} = F_1(\xi_i), i = 1, 2, \dots, \quad (5.5)$$

$$\xi_{i+1} = F_2(\xi_i), i = 1, 2, \dots \quad (5.6)$$

два різних алгоритми отримання псевдовипадкових послідовностей. Утворимо нову послідовність з використанням функцій  $F_1(x)$  і  $F_2(x)$ :

$$\begin{cases} F_i(\xi_i), i \neq 0 \pmod{N}, \\ F_i(\xi_i), i = 0 \pmod{N} \end{cases}$$

де  $N < T_1$ ,  $N < T_2$ , числа  $T_1$  і  $T_2$  – можливі періоди відповідно послідовностей (5.5) і (5.6).

Як видно із останнього виразу, для отримання псевдовипадкової послідовності майже весь час використовується формула  $\xi_{i+1} = F_1(\xi_i)$ , і лише тоді, коли  $i$  кратне  $N$ , послідовність «збурюється» елементом  $\xi_{i+1} = F_2(\xi_i)$ . Тому, цей метод називають методом збурень, а число  $N$  – періодом збурень. Метод збурень збільшує довжину відрізка аперіодичності.

Але необхідно застерегти користувачів від необґрунтованого використання того чи іншого методу отримання випадкових послідовностей. Для

отримання якісних послідовностей випадкових чисел, послідовності повинні перевірятися певними гіпотезами. До найбільш важливих гіпотез відносять:

- перевірку базової послідовності (білого шуму) на незалежність;
- перевірку відповідності емпіричного закону розподілу базової послідовності заданому закону розподілу;
- перевірку базової послідовності на значення її ймовірнісних характеристик (математичного сподівання, дисперсії і т. д.).

Методи перевірки гіпотез щодо відповідності отриманих послідовностей випадкових чисел бажаним властивостям (вимогам) можна знайти в багатьох джерелах, наприклад, в [93].

## 5.4 Моделювання білого шуму з заданою функцією розподілу

Білий шум

$$\{\xi_i, i = \dots, -1, 0, 1, \dots\} \quad (5.7)$$

із заданою функцією розподілу може бути отриманий з іншого білого шуму шляхом його відповідних перетворень. За такий «інший» білий шум, як правило, беруть базовий білий шум

$$\{\eta_i, i = \dots, -1, 0, 1, \dots\}, \quad (5.8)$$

який має рівномірний на відрізок  $[0, 1]$  розподіл [50]. Спочатку розглянемо випадок моделювання білого шуму з заданим дискретним розподілом.

### 5.4.1 Моделювання білого шуму з дискретним розподілом

Нехай нам необхідно отримати реалізацію чергової випадкової величини  $\xi_i$  послідовності (5.8), розподіл якої має такий вигляд

$$\xi_i = \begin{bmatrix} x_1, \dots, x_i, \dots, x_k \\ p_1, \dots, p_i, \dots, p_k \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

де  $x_i$  – значення, які приймає випадкова величина  $\xi_i$ ,  $p_i$  – ймовірності, з якими ці значення приймаються. Для цього інтервал  $(0,1)$  розіб'ємо на  $k$  інтервалів відповідно з довжинами  $p_1, \dots, p_i, \dots, p_k$  (див. рис. 5.4). Координати точок розбиття позначимо через  $z_0, z_1, \dots, z_j, \dots, z_k$ , де  $z_j = \sum_{s=1}^j p_s$ ,  $j = \overline{1, k}$ .

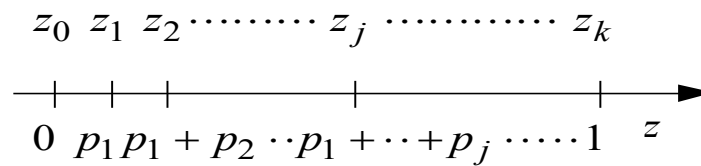


Рисунок 5.4 – Приклад вибору чисел  $z_0, z_1, \dots, z_k$

Інтервали  $(z_{j-1}, z_j)$  пронумеруємо цифрами  $1, 2, \dots, k$ . Щоб отримати реалізацію, тобто значення  $x_i$ , чергової випадкової величини  $\xi_i$  ми беремо значення  $y_i$ , що його прийняла випадкова величина  $\eta_i$  базового білого шуму (5.8) і відкладаємо його на відрізку  $(0,1)$ , зображеному на рис. 5.4. Якщо значення  $y_i$  попало в інтервал з номером  $j$ , тобто в інтервал  $(z_{j-1}, z_j)$ , то вважаємо, що випадкова величина  $\xi_i$  прийняла значення  $x_i$ .

Зауважимо, що в (5.9) дискретна випадкова величина  $\xi_i$  може приймати і нескінченну кількість значень:

$$\xi_i = \begin{bmatrix} x_1, x_2, \dots, x_k, \dots \\ p_1, p_2, \dots, p_k, \dots \end{bmatrix}.$$

Але принципових відмінностей при моделюванні білого шуму (5.7) з таким розподілом від розглянутого вище способу немає.

Для прикладу розглянемо моделювання білого шуму  $\{\xi_i, i = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$  з розподілом Пуассона

$$P(\xi_i = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

де  $\lambda > 0$  – параметр розподілу. Нехай  $y_i$  – реалізація випадкової величини  $\eta_i$ . Перевіримо для  $y_i$  справедливість нерівності виду:  $z_{j-1} \leq y_i < z_j, \quad j = 1, 2, \dots$ , де

$$z_k = e^{-\lambda} \sum_{i=0}^k \frac{\lambda^i}{i!}, \quad j = 0, 1, 2, \dots$$

Будемо при цьому вважати, що  $z_0 = 0$ . Якщо тепер нерівність  $z_{j-1} \leq y_i < z_j, \quad j = 1, 2, \dots$ , виконується на певному кроці  $n$ , то це число приймається в якості реалізації випадкової величини  $\xi_i$ . Побудована таким чином послідовність  $\{x_i, i = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$  і приймається за змодельований білий шум з розподілом Пуассона.

#### 5.4.2 Моделювання білого шуму з неперервним розподілом

Ідея алгоритму моделювання впливає із наступної теореми: якщо випадкова величина  $\xi$  має щільність розподілу  $f(x), \quad x \in (a, b)$ , то розподіл випадкової величини  $\eta = \int_a^{\xi} f(x) dx$  є рівномірним в інтервалі  $(0, 1)$  [4, 8].

На основі цієї теореми сформульоване наступне правило, щоб отримати реалізацію випадкової величини  $\xi_i$  послідовності (5.7) з щільністю  $f(x), \quad x \in (a, b)$ , необхідно розв'язати відносно  $\xi_i$  інтегральне рівняння

$$\eta = \int_a^{\xi_i} f(x) dx = \eta_i \quad (5.10)$$

де  $\eta_i$  – відповідне значення реалізації базового білого шуму.

Вся складність при моделюванні білого шуму  $\xi_i$ ,  $i = \dots, -1, 0, 1, \dots$ , полягає в розв'язку рівняння (5.10). Але для деяких розподілів це розв'язується легко. Одним із таких розподілів є показниковий (експоненційний) розподіл із щільністю  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ,  $x > 0$ .

### 5.5 Імітаційне моделювання періодичних кусково стаціонарних потоків

Для імітаційного моделювання потоків будемо використовувати їх модель у вигляді послідовності незалежних інтервалів (випадкових величин)

$$\tau_k, k = 1, 2, \dots, \quad (5.11)$$

яку, дотримуючись загальноприйнятих понять теорії ймовірностей, можна ще називати білим шумом. При цьому в залежності від задачі, який саме конкретно потік потрібно змоделювати, необхідно визначитися, якою повинна бути функція розподілу інтервалів (5.11). У випадку імітаційного моделювання пуассонівських потоків задача спрощується, оскільки функція розподілу інтервалів  $\tau_k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , є показниковою (експоненційною) зі щільністю розподілу  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ,  $x > 0$ , тому інтегральне рівняння (5.10) набуває вигляду

$$\int_0^{\xi_i} \lambda e^{-\lambda x} dx = \eta_i,$$

де  $\eta_i$  – значення базового білого шуму (5.8). Провівши інтегрування, отримаємо  $1 - e^{-\lambda \xi_i} = \eta_i$  звідси:

$$\xi_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - \eta_i).$$

Оскільки величина  $1-\eta_i$  розподілена аналогічно, як і  $\eta_i$ , то замість останньої формули можна використовувати формулу

$$\xi_i = -\frac{1}{\lambda} \ln \eta_i, \quad i=1,2,\dots \quad (5.12)$$

Отримана шляхом імітаційного моделювання послідовність (5.12) має показниковий розподіл і може розглядатися як реалізація стаціонарного пуассонівського потоку із заданим параметром  $\lambda$ .

### 5.5.1 Алгоритм імітаційного моделювання періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків

Для ППП його інтенсивність  $\lambda(t)$  змінюється періодично з деяким періодом  $T$ . Для ППКСП його інтенсивність є періодичною кусково постійною функцією. При цьому на відміну від моделювання стаціонарного пуассонівського потоку, коли задається лише один параметр – інтенсивність  $\lambda$ , для моделювання ППКСП необхідно задати:

1. Період потоку  $T$ ;
2. Інтервал часу  $T' \gg T$ , на якому здійснюється моделювання потоку, або число  $m = \left\lfloor \frac{T'}{T} \right\rfloor$  – кількість  $T_i$ -періодів, що поміщаються на відрізьку  $[0, T']$ ;

3. Границі інтервалів стаціонарності потоку на періоді  $[0, T)$  у вигляді послідовності точок  $(t_1, \dots, t_j, \dots, t_n)$ ,  $t_n = T$ . Відповідно до цього, інтервалами стаціонарності потоку на періоді  $[0, T)$  будуть інтервали  $[0, t_1), \dots, [t_{j-1}, t_j), \dots, [t_{n-1}, t_n)$  або в загальному вигляді  $[t_{j-1}, t_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Зауважимо, що в процесі моделювання потоку границі інтервалів стаціонарності  $(t_1, \dots, t_j, \dots, t_n)$  та інтервали стаціонарності  $[0, t_1), \dots, [t_{j-1}, t_j), \dots, [t_{n-1}, t_n)$  періодично продовжуються на кожний із  $T_i$ -періодів. При цьому границі інтервалів стаціонарності

записуються у вигляді  $(t_1 + iT, \dots, t_j + iT, \dots, t_n + iT)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ , інтервали стаціонарності – у вигляді  $[t_{j-1} + iT, t_j + iT)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;

4. Вектор інтенсивностей  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n)$ , де  $\lambda_j$ , – інтенсивність показникового розподілу випадкових величин потоку на інтервалах  $[t_{j-1} + iT, t_j + iT)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , тобто на цих інтервалах щільність розподілу  $f_j(x) = \lambda_j e^{-\lambda_j x}$ ,  $x > 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ;

5. Алгоритм (розрахункова формула) моделювання значень потоку. Для пуассонівського потоку згідно [56] такою є формула (5.12).

Звернемо увагу на одну із принципових особливостей алгоритму моделювання ППКСП. Якщо здійснюється моделювання інтервалу стаціонарності  $\tau_k$  на проміжку  $[t_{j-1} + iT, t_j + iT)$  з інтенсивністю  $\lambda_j$  і при цьому правий кінець інтервалу  $\tau_k$  попадає на наступний проміжок  $[t_j + iT, t_{j+1} + iT)$ ,  $i+1 \neq n$ , то в цьому випадку для моделювання інтервалу  $\tau_k$  використовується інтенсивність цього «наступного проміжку», тобто  $\lambda_{j+1}$ . Якщо  $i+1 = n$ , моделювання інтервалу  $\tau_k$  здійснюється з інтенсивністю  $\lambda_1$ .

Алгоритм імітаційного моделювання ППКСП з інтенсивністю  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n)$  включає також знаходження оцінки  $\hat{\bar{\lambda}} = (\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_j, \dots, \hat{\lambda}_n)$  вектора інтенсивностей  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_j, \dots, \lambda_n)$  та визначення середньоквадратичної віддалі між цими векторами за формулою

$$\rho(\bar{\lambda}, \hat{\bar{\lambda}}) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\bar{\lambda}(t) - \hat{\bar{\lambda}}(t))^2 dt}. \quad (5.13)$$

Схема алгоритму імітаційного моделювання ППКСП зображена нижче на рис. 5.5.

### 5.5.2 Алгоритм імітаційного моделювання періодичних рекурентних кусково стаціонарних потоків

При імітаційному моделюванні ППКСП без застереження вважається, що для послідовності  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , закон розподілу її інтервалів є показниковим. Коли звернутися до імітаційного моделювання рекурентного потоку  $\tau_k$ ,  $k=1,2,\dots$ , в алгоритмі моделювання потрібно врахувати закон розподілу інтервалів  $\tau_k$  та параметри цього розподілу.

Для прикладу, спочатку розглянемо випадок моделювання стаціонарного рекурентного потоку з рівномірним на відрізку  $[a,b]$  розподілом, тобто зі щільністю

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a,b], \\ 0, & x \notin [a,b]. \end{cases}$$

Моделювання поточного значення  $\xi_i$  стаціонарного рекурентного потоку полягає в розв'язку інтегрального рівняння

$$\int_0^{\xi_i} \frac{1}{b-a} dx = \eta_i, \quad (5.14)$$

де  $\eta_i$  – значення базового білого шуму. Після інтегрування рівняння (5.14) отримуємо

$$\frac{\xi_i - a}{b - a} = \eta_i$$

або

$$\xi_i = a + \eta_i(b - a). \quad (5.15)$$

Для моделювання ПРКСП з рівномірним розподілом необхідно задати:

1. Період потоку  $T$ ;
2. Інтервал часу  $T' \gg T$ , на якому здійснюється моделювання потоку, або число  $m = \left\lceil \frac{T'}{T} \right\rceil$  – кількість  $T_i$ -періодів, що поміщаються на відріжку  $[0, T']$ ;
3. Границі інтервалів стаціонарності потоку на періоді  $[0, T)$  у вигляді послідовності точок  $(t_1, \dots, t_j, \dots, t_n)$ ,  $t_n = T$ . При цьому інтервалами стаціонарності потоку на періоді  $[0, T)$  будуть інтервали  $[t_{j-1}, t_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . В процесі моделювання потоку границі інтервалів стаціонарності  $(t_1, \dots, t_j, \dots, t_n)$  періодично продовжуються на кожний із  $T_i$ -періодів і набувають вигляду  $(t_1 + iT, \dots, t_j + iT, \dots, t_n + iT)$ , інтервали стаціонарності  $[t_{j-1}, t_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  – вигляду  $[t_{j-1} + iT, t_j + iT)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .
4. Вектор параметрів рівномірного розподілу  $\overline{[a, b]} = ([a_1, b_1], \dots, [a_j, b_j], \dots, [a_n, b_n])$ , де  $[a_j, b_j)$  – параметри потоку при рівномірному розподілі на інтервалах  $[t_{j-1} + iT, t_j + iT)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , тобто на цих інтервалах щільність розподілу

$$f_j(x) = \begin{cases} \frac{1}{b_j - a_j}, & x \in [a_j, b_j] \\ 0, & x \notin [a_j, b_j] \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (5.16)$$

5. Алгоритм (розрахункова формула) обчислення значень потоку із відповідних значень базового білого шуму. Такою розрахунковою формулою є формула (5.15).

Алгоритм імітаційного моделювання ПРКСП включає також оцінку параметрів потоку на кожному із його інтервалів стаціонарності  $[a_j, b_j)$  вектора інтервалів  $\overline{[a, b]} = ([a_1, b_1], \dots, [a_j, b_j], \dots, [a_n, b_n])$  та порівняння оцінок із заданими параметрами потоку. За параметри потоку на інтервалі стаціонарності  $[a_j, b_j)$  вибрано математичне сподівання та середньоквадратичне відхилення інтервалів

$\tau_k$ . Враховуючи, що щільність розподілу інтервалів  $\tau_k$  визначається формулою (5.16), математичне сподівання

$$M\tau_k = \int_{a_j}^{b_j} \frac{x}{b_j - a_j} dx = \frac{a_j + b_j}{2}.$$

Нескладно показати, що дисперсія  $D\tau_k = \frac{(b_j - a_j)^2}{12}$ , середньоквадратичне відхилення  $\sigma_k = \sqrt{D\tau_k} = \frac{(b_j - a_j)}{2\sqrt{3}}$ .

Схема алгоритму імітаційного моделювання зображена на рис. 5.5, де позначені етапи, про які йшлося вище при розгляді питання щодо моделювання ПРКСП з рівномірними розподілами.



Рисунок 5.5 – Схема імітаційного моделювання періодичних пуассонівського і рекурентного кусково стаціонарних потоків

Моделювання періодичних рекурентних потоків має багатоваріантний характер. Подібно до моделювання ПРКСП з рівномірним розподілом можливе

моделювання таких потоків з іншими розподілами, наприклад, із трикутним, гама, бета, Коші,  $\chi^2$ , Стюдента, Вейбула-Гнеденко та іншими розподілами.

### 5.5.3 Інформаційна технологія комп'ютерного експерименту аналізу стохастично періодичних потоків

У відповідності до алгоритму імітаційного моделювання періодичних пуассонівських і рекурентних кусково стаціонарних потоків, оцінки їх параметрів та порівняння оцінок із заданими параметрами було розроблено інформаційну технологію, елементом якої є програмне забезпечення «Імітаційне моделювання». Блок-схема алгоритму імітаційного моделювання періодичних пуассонівських і рекурентних кусково стаціонарних потоків наведена в додатку Д. Розпишемо основні моменти проектування.

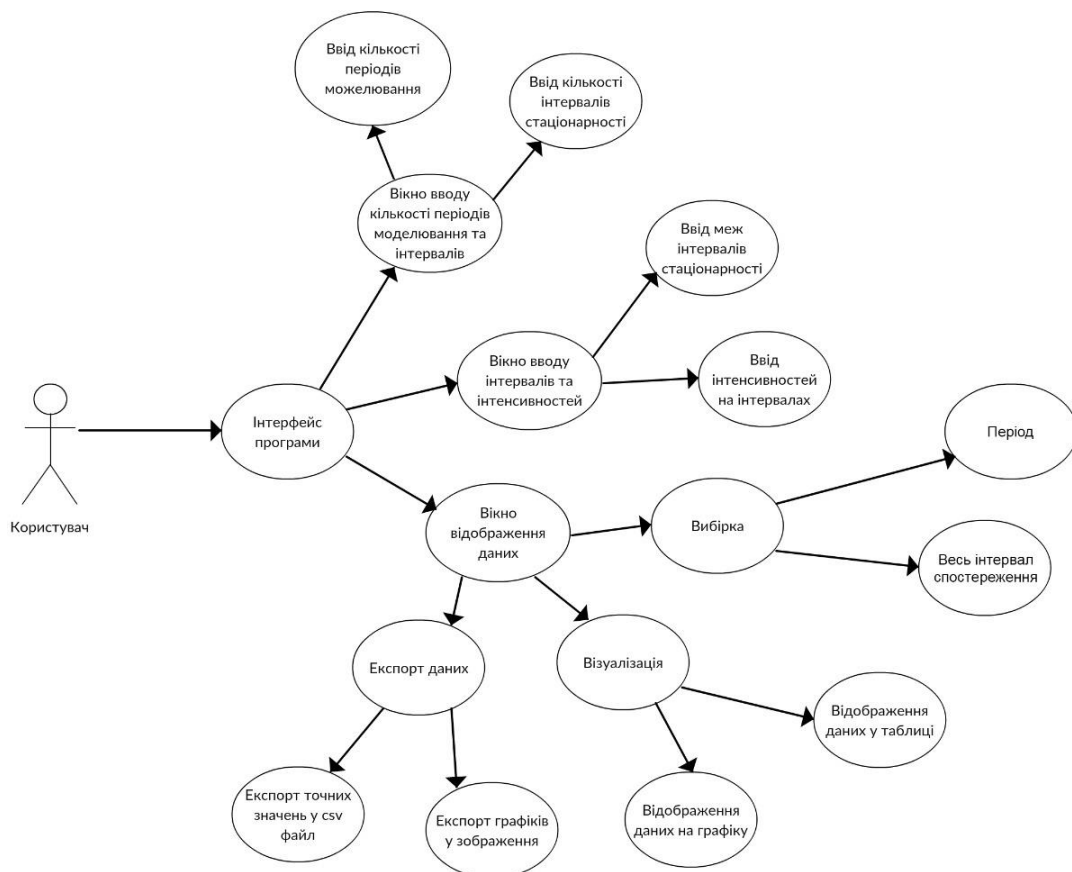


Рисунок 5.6 – Діаграма use case програмного продукту «Імітаційне моделювання»

Користувач (див. рис. 5.6), використовуючи інтерфейс програмного продукту, за допомогою вікна вводу кількості періодів та моделювання інтервалів, може ввести відповідні значення кількості періодів моделювання та кількості інтервалів стаціонарності. Також за допомогою вікна вводу інтервалів та інтенсивності користувач може ввести межі інтервалів стаціонарності та інтенсивності на введених інтервалах. Інтерфейс програмного продукту «Імітаційне моделювання» також містить вікно відображення даних, в якому можна провести вибірку по періодах або за весь інтервал спостереження, візуалізацію з можливістю відображення даних в таблиці або на графіку, та з можливістю експорту даних у .csv файл та у вигляді графічного зображення для графіків.

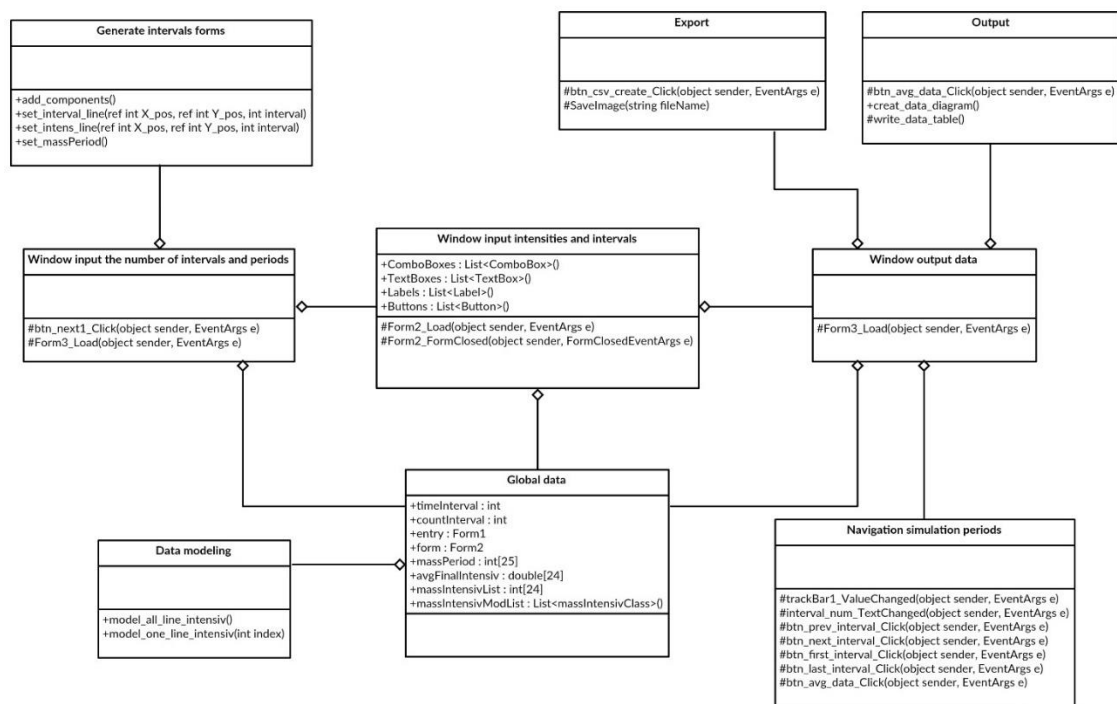


Рисунок 5.7 – Діаграма класів програмного продукту «Імітаційне моделювання»

Клас генерація форми «Generate intervals forms» (див. рис. 5.7) призначений для генерації форми вводу інтервалів «Window input the number of intervals and periods», який є підкласом для класу «Window input intensities and intervals» і використовується для вікна вводу кількості інтервалів та періодів.

Класи експорт «Export» та виведення даних «Output» використовують для вікна виводу даних «Window output data», до якого також підключений клас навігація по періодах моделювання «Navigation simulation periods». Клас збереження глобальних даних «Global data» містить в собі підклас моделювання даних «Data modelling» і використовується для всіх вікон: для вікна вводу кількості інтервалів, вікна вводу інтервалів та вікна виведення даних.

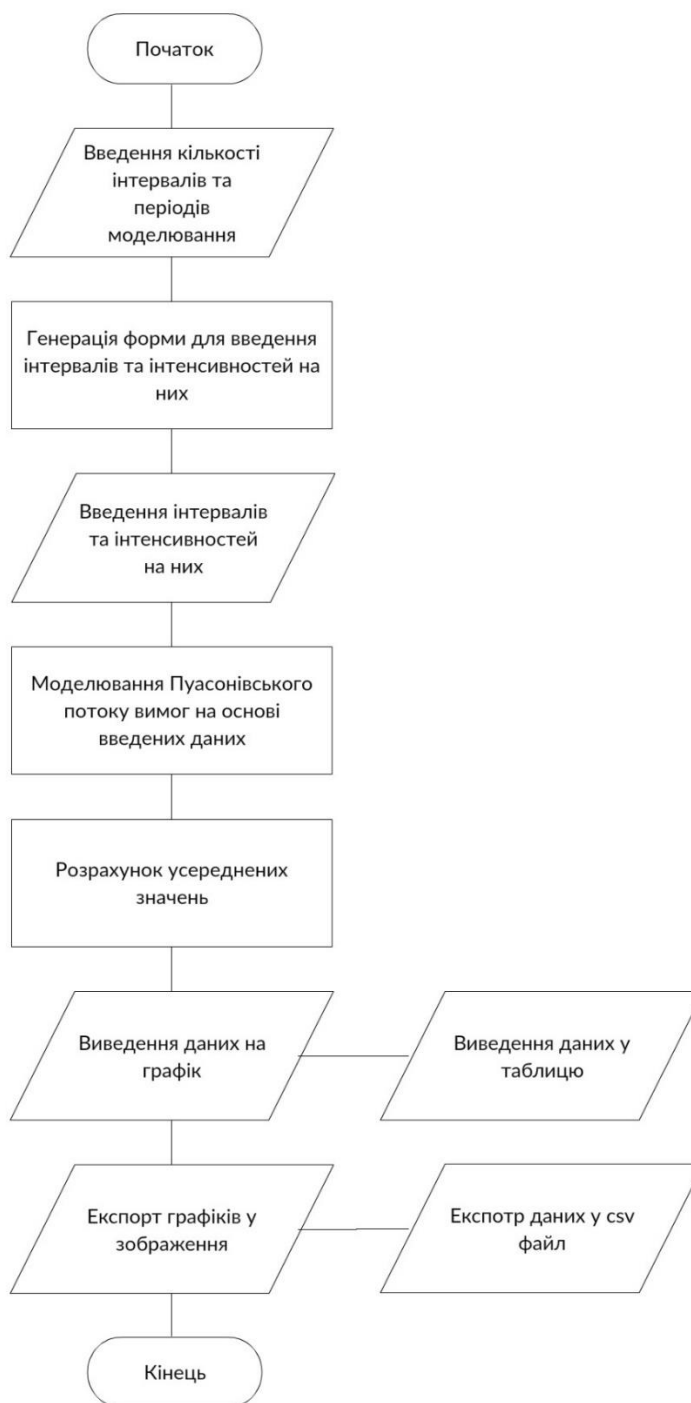


Рисунок 5.8 – Діаграма станів програмного продукту «Імітаційне моделювання»

На початку роботи алгоритму відбувається введення кількості інтервалів та періодів моделювання (див. рис. 5.8). Наступним кроком відбудеться генерація форми для введення інтервалів та інтенсивностей на них, в якій користувач може ввести інтервали та інтенсивності. Наступним кроком відбудеться моделювання пуассонівського потоку вимог на основі введених даних. Після цього розраховуються усереднені значення та відбувається виведення даних на графік та в таблицю, що в подальшому експортуються або у .csv файл або у зображення.

Останній крок будь-якого процесу проектування інформаційного продукту є зовнішній вигляд. На рис. 5.9 наведено процедуру вводу часового інтервалу спостереження та кількості інтервалів стаціонарності при проведенні імітаційного моделювання.

Рисунок 5.9 – Ввід часового інтервалу спостереження та кількості інтервалів стаціонарності

На рис. 5.10 здійснюється ввід інтервалів стаціонарності та інтенсивностей на них.

Інтервали стаціонарності на інтенсивності на них

Введіть інтервали стаціонарності:

0 6 8 18 24

Введіть інтенсивності на відповідних інтервалах:

6 5 9 14

Змодельовати діаграму інтенсивності

Діаграма інтенсивностей

Рисунок 5.10 – Ввід інтервалів стаціонарності та інтенсивності на відповідних інтервалах

На рис. 5.11 наведено результат роботи програмного забезпечення «Імітаційне моделювання» на основі введених початкових даних.

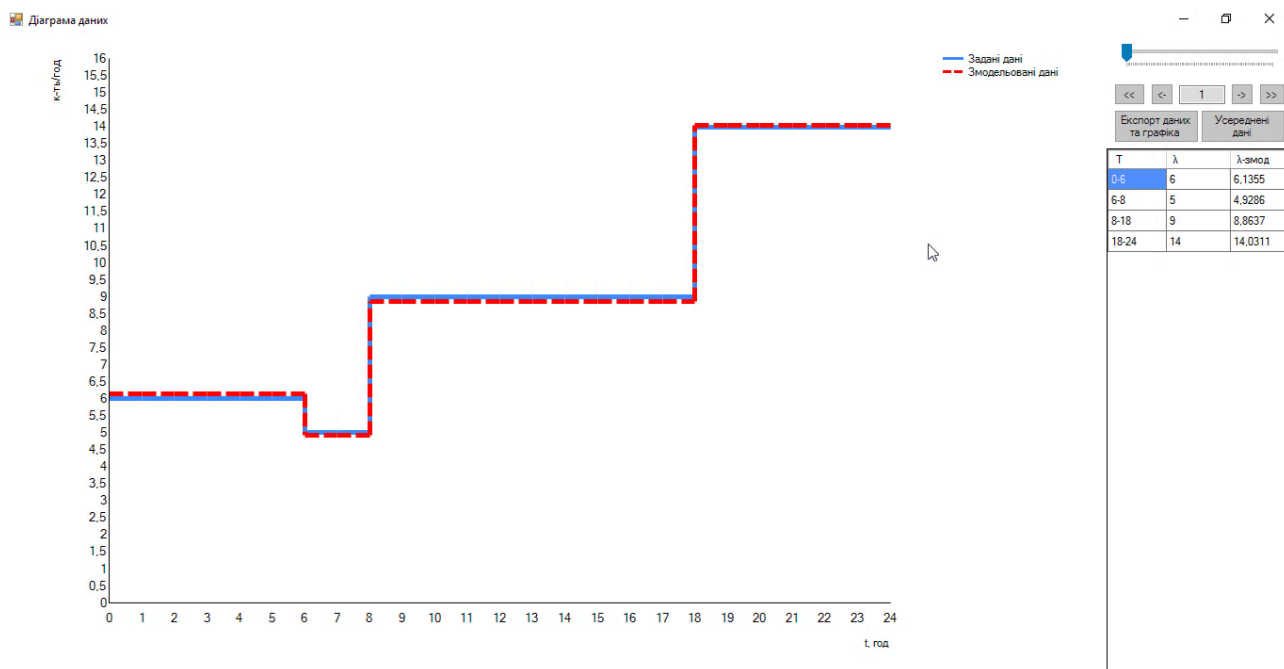


Рисунок 5.11 – Результат проведення імітаційного моделювання

Лістинг програмного продукту «Імітаційне моделювання» наведено в додатку Е.

#### 5.5.4 Імітаційне моделювання періодичного пуассонівського кусково стаціонарних потоку

Наведемо один із результатів роботи розробленого програмного продукту для імітаційного моделювання ППКСП. Для виконання програми було задано:

- Період потоку  $T = 24$  год.;
- Інтервал часу  $T' = 10 \times 24 = 240$  год.;
- Границі інтервалів стаціонарності  $(6, 8, 18, 24)$ ;
- Вектор інтенсивностей  $\bar{\lambda} = (6, 5, 9, 14)$ .

Результати імітаційного моделювання та статистичного аналізу ППКСП з періодом  $T = 24$  год. наведені на рис. 5.11 і 5.12. На періоді  $[0, 24]$  год. позначені інтервали стаціонарності потоку, для цих інтервалів показані значення інтенсивностей потоку (неперервні графіки) та оцінки цих інтенсивностей (штрих-пунктирні графіки). Імітаційне моделювання здійснювалося для інтервалів часу  $T' = 10 \times T = 10 \times 24 = 240$  год. (рис. 5.12), для  $T' = 50 \times T = 50 \times 24 = 1200$  год. (рис. 5.13). Результати оцінювання інтенсивності потоку та середньоквадратичне відхилення оцінки інтенсивності  $\hat{\lambda}$  від самої інтенсивності  $\bar{\lambda} = (6, 5, 9, 14)$  виявилися такими: для першого випадку, коли  $T' = 240$  год., оцінка інтенсивності  $\hat{\lambda} = (6.0505, 4.5518, 9.2705, 14.4907)$ , середньоквадратичне відхилення оцінки інтенсивності  $\hat{\lambda}$  від самої інтенсивності  $\bar{\lambda}$ , обчислене за формулою (5.13),  $\rho(\bar{\lambda}, \hat{\lambda}) = 0.1468$ ; для другого випадку, коли  $T' = 1200$  год., оцінка інтенсивності  $\hat{\lambda} = (6.3632, 4.7505, 9.1284, 14.0357)$ , а середньоквадратичне відхилення  $\rho(\bar{\lambda}, \hat{\lambda}) = 0.0939$ . Ці результати добре простежуються на рис. 5.12 і 5.13 відповідно.

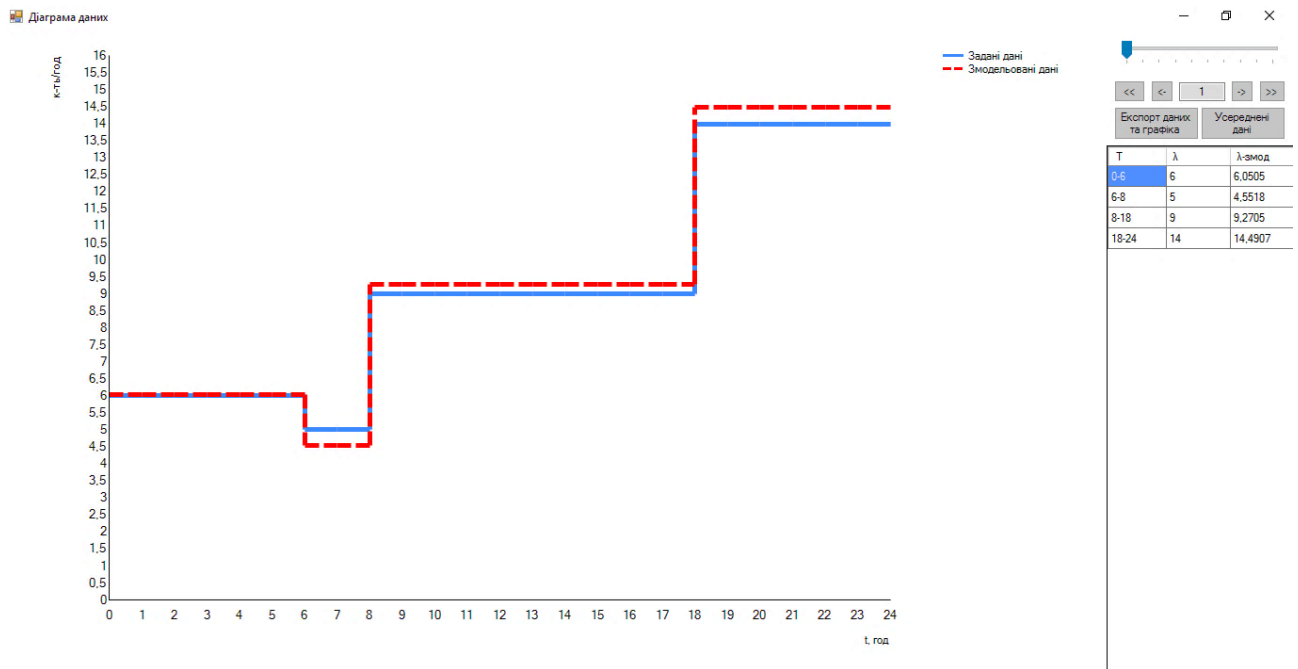


Рисунок 5.12 – Інтервали стаціонарності ППКСП, значення інтенсивностей на цих інтервалах та їх оцінки для випадку, коли інтервал імітаційного моделювання  $T' = 10 \times T = 10 \times 24 = 240$  год.

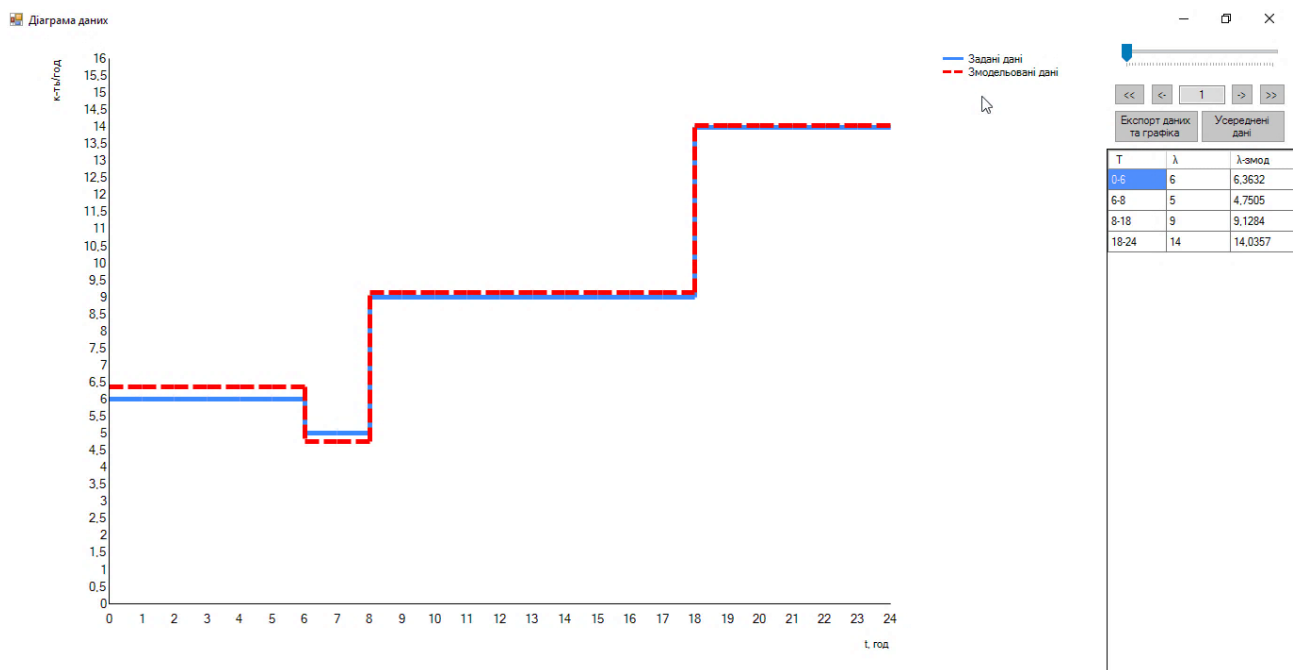


Рисунок 5.13 – Інтервали стаціонарності ППКСП, значення інтенсивностей на цих інтервалах та їх оцінки для випадку, коли інтервал імітаційного моделювання  $T' = 50 \times T = 50 \times 24 = 1200$  год

## **5.6 Блок-схема комп'ютерного експерименту для перевірки правильності засобів аналізу стохастично періодичних потоків**

Отримані в даному розділі результати є вирішенням задач, перерахованих в схемах на рис. 5.1 і 5.2, і які є основними складовими комп'ютерного експерименту для аналізу періодичних пуассонівських і рекурентних кусково стаціонарних потоків, що входить в інформаційну технологію. У відповідності до напрямку і задач цієї роботи, комп'ютерний експеримент ми розглядаємо як засіб перевірки моделей СПП та статистичних методів їх аналізу, з подальшим використанням отриманих результатів для аналізу реальних стохастично періодичних пуассонівських та рекурентних потоків, як окремих об'єктів та, як вхідних потоків СМО.

Загальна схема комп'ютерного експерименту зображена на рис. 5.14. Цифрами позначені окремі блоки, функціональним призначенням яких є:

1. імітаційне моделювання базового білого шуму;
2. імітаційне моделювання ППКСП;
3. імітаційне моделювання ПРКСП;
4. оцінка параметрів та ймовірнісних характеристик змодельованого потоку;
5. порівняння отриманих оцінок із заданими в моделі характеристиками потоку;
6. гістограмний аналіз потоку;
7. висновки, рекомендації для вдосконалення комп'ютерного експерименту;
8. відбір статистичних даних реальних потоків;
9. висновки, рекомендації для оптимізації СМО.

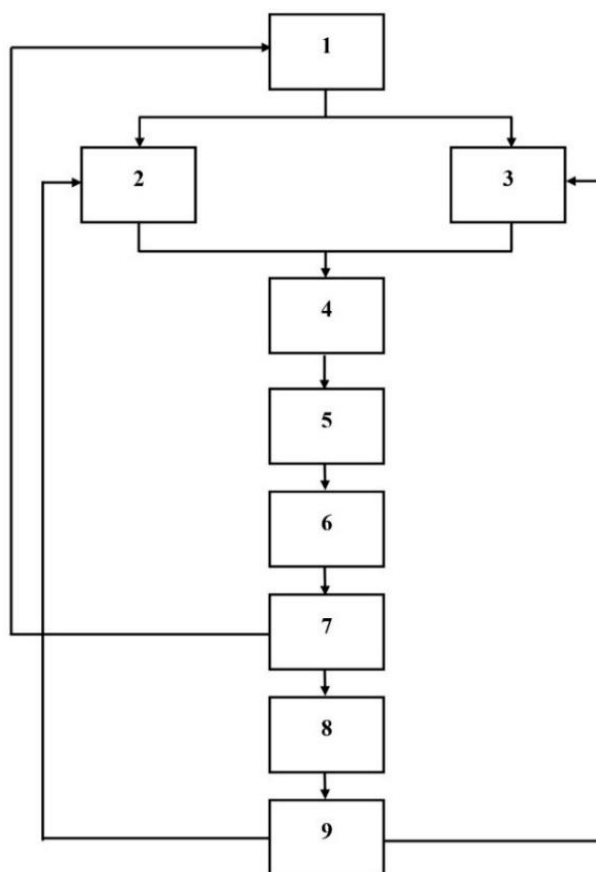


Рисунок 5.14 – Блок-схема комп’ютерного експерименту перевірки правильності засобів аналізу СПП

Результати проведення імітаційного моделювання ППКСП та оцінки їх параметрів не перечать тому, що модель є адекватною реальним СПП пуассонівського типу. Розроблені на основі моделі алгоритми та програмне забезпечення, що включає оцінку параметрів (інтенсивностей) ППКСП, їх гістограмний аналіз може успішно використовуватися для дослідження реальних стохастично періодичних потоків пуассонівського типу методами математичної статистики з подальшим їх використанням для оптимізації функціонування СМО, наприклад, диспетчерських служб швидкої допомоги.

### Висновки до п’ятого розділу

1. Розроблено структурну схему комп’ютерного експерименту для аналізу ППКСП та ПРКСР. В рамках реалізації цієї схеми отримано ряд результатів, зокрема:

– Розроблено метод та створено програмне забезпечення імітаційного моделювання ППКСП, оцінка параметрів та ймовірнісних характеристик змодельованого потоку та порівняння отриманих оцінок із заданими в моделі характеристиками потоку.

– Розроблено метод та створено програмне забезпечення імітаційного моделювання ПРКСП із заданою функцією розподілу інтервалів потоку, оцінки параметрів та ймовірнісних характеристик змодельованого потоку та порівняння отриманих оцінок із заданими в моделі характеристиками потоку.

– На основі розробленого в роботі методу гістограмного аналізу СПП написано відповідне програмне забезпечення, яке дозволяє здійснювати класифікацію потоків в залежності від функції розподілів їх інтервалів та місця розміщення інтервалів на періоді потоку.

2. Результати комп'ютерного експерименту імітаційного моделювання періодичних пуассонівських та рекурентних кусково стаціонарних потоків та оцінки їх параметрів і ймовірнісних характеристик підтверджують адекватність моделей відповідних СПП та правильність методів їх статистичного аналізу.

3. Розроблені та перевірені методи статистичного аналізу періодичних пуассонівських та рекурентних кусково стаціонарних потоків можуть бути успішно використані для дослідження реальних СПП, а також для задач оптимізації СМО, які функціонують в умовах стохастичної періодичності, що проілюстровано на прикладі аналіз потоків викликів у диспетчерську службу швидкої допомоги міста Тернополя.

## ВИСНОВКИ

1. Обґрунтовано, що розробка інформаційної технології аналізу стохастично періодичних потоків доцільно здійснювати за схемою «модель – алгоритм – програма – прикладне застосування – комп’ютерний експеримент».

2. Вперше введено клас періодичних пуассонівських потоків, а на його основі обґрунтовано модель СПП пуассонівського типу у вигляді періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків, для яких розроблено алгоритм та написано програмне забезпечення, як елемент інформаційної технології, для знаходження оцінки їх інтенсивності.

3. Вперше розроблено основи теорії рекурентних потоків з неперервним аргументом, що дало можливість обґрунтувати модель СПП рекурентного типу у вигляді ПРКСП, для яких є можливість знаходити оцінку їх періодичної інтенсивності та здійснювати імітаційне моделювання.

4. Вперше розроблено метод та програмне забезпечення гістограмного аналізу СПП, що входить в інформаційну технологію, результати якого відіграють ключову роль при класифікації потоків залежно від функції розподілу інтервалів потоку, виборі методів їх обробки.

5. Розроблено методи та програмне забезпечення як складові інформаційної технології дослідження СПП та процесів, що використовуються для аналізу викликів на диспетчерський пункт швидкої допомоги Тернополя та аналізу графіків споживання електроенергії Тернополя. В свою чергу, результати аналізу надають можливість відповідним диспетчерським службам здійснювати розрахунок прогнозних значень потоку викликів та графіків електроспоживання в залежності від години доби, пори року, що сприяє підвищенню ефективності функціонування відповідних систем.

6. Розроблено комп’ютерний експеримент як складову інформаційної технології перевірки правильності засобів аналізу стохастично періодичних потоків, який складається із:

- імітаційного моделювання періодичних пуассонівських та рекурентних кусково стаціонарних потоків;
- гістограмного аналізу змодельованих потоків;
- оцінки їх інтенсивності;
- перевірки правильності методів аналізу стохастично періодичних потоків шляхом визначення «відстані» між параметрами, що задавалися для імітаційного моделювання, та їх оцінками;
- висновку експертів щодо адекватності моделей відповідних стохастично періодичних потоків та правильність методів їх статистичного аналізу.

Позитивний результат перевірки забезпечує можливість використання розроблених програмних продуктів для дослідження реальних потоків, негативний – на доопрацювання чи вдосконалення моделі та методів аналізу.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акасофу С.И. Солнечно-земная физика. 2-я часть. / С.И. Акасофу, С.Чепмен. – М.: Мир, 1975. – 512 с.
2. Амиантов А.С. Вариации магнитного поля Земли: База цифровых данных магнитных обсерваторий России за период 1984-2000 гг. / А.С. Амиантов, В.И. Одинцов, А.Н. Зайцев. – М.: СтройАрт, 2001. – 52 с.
3. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М.: Мир, 1967. – 757 с.
4. Баранов Г.Л. Построение модели и анализ стохастически периодических нагрузок энергосистем / Г.Л. Баранов, Б.Г. Марченко, Н.В. Приймак. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – №2. – С. 12–21.
5. Брей Р. Солнечные пятна / Р. Брей, Р. Лоухед. – М.: Мир, 1967. – 384 с.
6. Бусленко Н.П. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах / Н.П. Бусленко, Ю.А. Шрейдер. – М.: Гос. Изд-во, 1961. – 226 с.
7. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
9. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 383 с.
10. Волков И.К. Случайные процессы: Учеб. для вузов / И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
11. Гайтан О.М. Порівняльна характеристика програмних середовищ моделювання систем масового обслуговування [Електронний ресурс] / О.М. Гайтан, О.С. Масич, І.О. Ткаченко // Новітні інформаційні системи та технології - Modern information system and technologies. – Полтава: Полтавський

національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, 2015 – Режим доступу: <http://ojs.fitts.pntu.edu.ua/index.php/mist/article/view/33>.

12. Гасников В.А. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: Учебное пособие [Электронный ресурс] / А.В. Гасников и др. Под ред. А.В. Гасникова. – М.: МЦНМО, 2013. – Режим доступу до ресурсу: [https://books.google.com.ua/books?id=SpayBwAAQBAJ&pg=PA180&lpg=PA180&dq=bl&ots=Z8vJ2BKfEJ&sig=\\_Nfe0UnjI0bSL\\_RExRWO7hvw1p0&hl=uk&sa=X&ved=0ahUKEwin-J-dvf\\_OAhXEJ5oKHZtUB5k4ChDoAQhQMAg#v=onepage&q=модель транспортного потока&f=false](https://books.google.com.ua/books?id=SpayBwAAQBAJ&pg=PA180&lpg=PA180&dq=bl&ots=Z8vJ2BKfEJ&sig=_Nfe0UnjI0bSL_RExRWO7hvw1p0&hl=uk&sa=X&ved=0ahUKEwin-J-dvf_OAhXEJ5oKHZtUB5k4ChDoAQhQMAg#v=onepage&q=модель транспортного потока&f=false)

13. Гнеденко Б.В. Беседы о теории массового обслуживания / Б.В. Гнеденко. – М.: Знание, 1973. – 64 с.

14. Гнеденко Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М.: Наука, 1987. – 336 с.

15. Голышева Н.М. Оптимальное управление периодическими потоками Пуассона в случае произвольного количества потоков / Н.М. Голышева. // Математическое моделирование. Оптимальное управление. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – №1. – С. 188–192.

16. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы / И.С. Гоноровский. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 .

17. Драган Я.П. Свойства отсчетов периодически коррелированных случайных процессов / Я.П. Драган. // Отбор и передача информации. – 1972. – №33. – С. 9–12.

18. Драган Я.П. Структура и представление моделей стохастических сигналов / Я.П. Драган. – К.: Наукова думка, 1980. – 384 с.

19. Жерновий Ю.В. Марковські моделі масового обслуговування: Тексти лекцій. / Ю.В. Жерновий. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 154 с.

20. Ивченко Г.И. Теория массового обслуживания / Г.И. Ивченко, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко. – М.: Высшая школа, 1982. – 256 с.
21. Информационные связи био-гелиогеофизических явлений и элементы их прогноза / К.С. Войчишин, Я.П. Драган, В.И. Куксенко, В.Н. Михайловський. – К.: Наукова думка, 1974. – 208 с.
22. Інтервальні рекурентні потоки та їх класифікація / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак, Г.В. Шимчук // 16-а міжнародна наукова конференція ім. академіка Михайла Кравчука 14-15 травня 2015 р., Київ: Матеріали конф.Т.3 Теорія ймовірностей та математична статистика. Історія та методика математики.-К.:НТУУ "КПІ", 2015. – С.55 – 59."
23. Інформаційні технології оцінки інтенсивності періодичних пуассонівських потоків / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак, Г.В. Шимчук // 17-а міжнародна наукова конференція ім.академіка Михайла Кравчука 19-20 травня 2016 р., Київ: Матеріали конф. Т.3 Теорія ймовірностей та математична статистика. Історія та методика математики. – К.:НТУУ "КПІ", 2016. – С. 124-128.
24. Касьяненко Л.Г. Магнитное поле, океан и мы / Л.Г. Касьяненко, А.Н. Пушков. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 190 с.
25. Кендалл М. Теория распределений / М. Кендалл, А. Стьюарт. – М: Наука, 1966. – 588 с.
26. Коваленко И.Н. Случайные процессы. Справочник / И.Н. Коваленко, Н.Ю. Кузнецов, В.М. Шуренков. – К: Наукова думка, 1983. – 367 с.
27. Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания / И.Н. Коваленко // Теория вероятностей. Мат. Статистика / И.Н. Коваленко, 1971. – Итоги науки и техники. ВИНТИ. – (Теор. кибернетика). – С. 5–109.
28. Коринківська О.Б. Розвиток моделі стохастично періодичних сигналів і завад / О.Б. Коринківська, М.В. Приймак, М.А. Савчук. // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2006. – №1. – С. 119–133.

29. Коронкевич О.І. Лінійні динамічні системи під дією випадкових сил / О.І. Коронкевич. // Наукові записки Львів. ун-ту. – 1957. – №8. – С. 175–183.
30. Красильников О.І. Процеси з незалежними періодичними приростами і періодичні білі шуми / О.І. Красильников, Б.Г. Марченко, М.В. Приймак. // Відбір і обробка інформації. – 1996. – №10(86). – С. 22–27.
31. Лабскер Л.Г. Теория массового обслуживания в экономической сфере. Учеб. пособие для ВузОВ / Л.Г. Лабскер, Л.О. Бабешко. – М: ЮНИТИ, 1998. – 319 с.
32. Литвиненко Я.В. Комп'ютерний експериментальний комплекс для моделювання та обробки кардіосигналів / Я.В. Литвиненко, А.С. Лупенко, О.В. Маєвський. // Тези доп. 6-ої наук.-техн. конф. ТДТУ “Прогресивні матеріали, технології та обладнання в машино- і приладобудуванні”. – 2002. – С. 137.
33. Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга / А.А. Любушин. – М.: Наука, 2007. – 232 с.
34. Любушин А.А. Анализ периодических компонент интенсивности точечных процессов. Учебное пособие для старших курсов геофизического факультета / А.А. Любушин. – М.: Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе, 2006. – 20 с.
35. Маєвський О.В. Аналіз водоспоживання багатоквартирних будинків / О.М. Дуда, О.В. Маєвський, Г.В. Шимчук // Матеріали І науково-технічної конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя “Інформаційні моделі, системи та технології” (20 травня 2011). – 2011. – С.13.
36. Маєвський О.В. Гістограмний аналіз періодичних випадкових процесів і його використання в прикладних дослідженнях / О.В. Маєвський, М.В. Приймак, Л.М. Щербак. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах – Технологічний університет Поділля. – 2003. – №2. – С. 26–31.

37. Маєвський О.В. Дослідження тривалостей обслуговування вимог стохастично періодичних СМО / О.В. Маєвський, М.В. Приймак // Збірник тез доповідей XVI наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (5-6 грудня 2012). -Тернопіль: ТНТУ ім.І.Пулюя. – 2012. – С. 56.

38. Маєвський О.В. Задача створення інформаційної бази моніторингу земних і космічних явищ / О.В. Маєвський. // Збірник наукових праць. НАН України ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова. МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ. – 2014. – №72. – С. 111–118.

39. Маєвський О.В. Інформаційна технологія моніторингу зв'язку динаміки збурень магнітного поля Землі зі статистикою захворювань людей / О.В. Маєвський // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси ПРТК-2013: шоста міжнародна науково-практична конференція, 27-29 травня 2013 р. – К.: НАУ, 2013. – С. 142 – 143.

40. Маєвський О.В. Інформаційна технологія моніторингу зв'язку динаміки збурень магнітного поля Землі зі статистикою захворювань людей / О.В. Маєвський // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів. Актуальні задачі сучасних технологій – Тернопіль: ТНТУ. – 11-12 грудня 2013. – С. 199 – 200.

41. Маєвський О.В. Математична модель стохастично періодичних магнітних бур / О.В. Маєвський, М.В. Приймак, Л.М. Щербак // Тези доп. 7-ої наук.-техн. конф. ТДТУ “Прогресивні матеріали, технології та обладнання в машино- і приладобудуванні”. – 2003. – С. 82.

42. Маєвський О.В. Методи статистичного аналізу магнітних бур на основі лінійного періодичного процесу / О.В. Маєвський. // Тези доп. 7-ої наук.-техн. конф. ТДТУ “Прогресивні матеріали, технології та обладнання в машино- і приладобудуванні”. – 2003. – С. 83.

43. Маєвський О.В. Моделі стохастично періодичних потоків напівмарківських систем / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // 15 міжнародна наукова конференція ім. акад. М. Кравчука. Т.3. Теорія ймовірностей

та математична статистика.-К.:НТУУ "КПІ", 15 – 17 травня, 2014р., – С. 98 – 99."

44. Маєвський О.В. Моделі стохастично періодичних потоків як періодичні білі шуми / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // Контроль і управління в складних системах (КУСС-2014). XII Міжнародна конференція. Тези доповідей. Вінниця, 14 – 16 жовтня 2014 року. – Вінниця: ВНТУ, 2014. – С. 32.

45. Маєвський О.В. Модель сигналів космічних магнітних бур на основі лінійного періодичного випадкового поля / О.В. Маєвський, М.В. Приймак, Л.М. Щербак // Матеріали V Міжнародної науково-технічної конференції «АВІА-2003»: Інформаційно-діагностичні системи. – 2003. – №1. – С. 11.119-11.122

46. Маєвський О.В. Обґрунтування моделі та статичний аналіз збурень магнітного поля землі з врахуванням їх добової стохастичної періодичності / О.В. Маєвський, М.В. Приймак, Л.М. Щербак. // Вісник Тернопільського державного технічного університету ім. І. Пулюя. – 2003. – №4. – С. 106–113.

47. Маєвський О.В. Оцінка густин ймовірностей періодичного процесу методом їх ортогональних подань / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // Тези доповідей XIV наукової конференції ТНТУ ім. І. Пулюя “природничі науки та інформаційні технології”. – 2010. – №1. – С.27.

48. Маєвський О.В. Оцінка математичного сподівання інтенсивності водоспоживання холодної води упродовж доби / О.В. Маєвський, С.Ю. Прошин, Г.В. Шимчук // Матеріали III науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології» Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, 24 квітня 2013. – Тернопіль: ТНТУ ім. І. Пулюя, 2013 – С. 15.

49. Маєвський О.В. Оцінка періодичності інтенсивності вхідного потоку / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // Збірник тез доповідей XVI наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (5-6 грудня 2012). – Тернопіль: ТНТУ ім.І.Пулюя. – 2012. – С. 55.

50. Маєвський О.В. Періодичні білі шуми та моделі стохастично періодичних потоків / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // Матеріали всеукраїнської наукової конференції “Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу”. – 2012. – С. 19 – 22.

51. Маєвський О.В. Ритмічність викликів швидкої допомоги / О.В. Маєвський // Збірник тез доповідей XV наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, 2011, Тернопіль, с. 82.

52. Маєвський О.В. Системи масового обслуговування в умовах стохастичної періодичності та можливості їх дослідження / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак. // Міжнародний науково-технічний журнал. Вимірювальна та обчислювальна техніка. – 2013. – №4. – С. 7–12

53. Маєвський О.В. Статистичний аналіз метеофакторів та викликів швидкої допомоги з врахуванням їх добової стохастичної періодичності / О.В. Маєвський // Матеріали I науково-технічної конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя “Інформаційні моделі, системи та технології”. – 2011. – С.18.

54. Маєвський О.В. Створення бази даних викликів швидкої допомоги м. Тернополя / О.В. Маєвський // XIX Наукова конференція Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя 18-19 травня 2016 року. – Тернопіль: ТНТУ, 2016.– С. 97-98.

55. Маєвський О.В. Стохастично періодичні напівмарківські системи та модель їх вхідного потоку / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції Харківського національного університету ім. В.Н.Каразіна. – Харків: ХНУ. – 28 – 31 травня 2014, – С.329 – 331.

56. Маєвський О.В. Стохастично періодичні потоки та їх модель / Р.І. Драпак, О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак // Збірник тез доповідей XV наукової конференції Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. – 2011.– С.88.

57. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл.-мл. . – М: Мир, 1990. – 584 с.
58. Марченко Б.Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложение в радиотехнике / Б.Г. Марченко. – К.: Наукова думка, 1973. – 191 с.
59. Марченко Б.Г. Побудова моделі та аналіз стохастично періодичних навантажень енергосистем / Б.Г. Марченко, М.В. Приймак // Праці Ін-ту електродинаміки. Зб. наук. пр. – 1999. – №1. – С.129-153.
60. Марченко Б.Г. Статистичний аналіз енергонавантажень з врахуванням їх стохастичної періодичності / Б.Г. Марченко, М.В. Мислович, М.В. Приймак // Технічна електродинаміка. – 2003. – №4. – С. 61-65.
61. Матвеев В.Ф. Системы массовогоо обслуживания / В.Ф. Матвеев, В.Г. Ушаков. – М: Изд-во МГУ, 1984. – 240 с.
62. Математическая энциклопедия. Т. 1 – М.: Сов. энцикл., 1981. – 1152 с.
63. Математическая энциклопедия. Т. 4 – М.: Сов. энцикл., 1981. – 1208 с.
64. Моделі та інформаційні технології дослідження стохастично періодичних потоків / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак, Г.В. Шимчук // Вісник національного університету “Львівська політехніка”. Серія: Інформаційні системи та мережі. Збірник наукових праць. – 2015. – №832. – С. 242 – 253 с.
65. Моделі та методи дослідження систем масового обслуговування марківського типу в умовах стохастичної періодичності та їхнє застосування в енергетиці / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак, С.Ю. Прошин // Технічна електродинаміка. (Scopus, Ulrich's Web GlobalSerials Directory, EBSCOhost databases).– 2014. – № 2. – С. 11 – 16.
66. Мыслович М.В. Периодически коррелированные случайные процессы в задачах обработки акустической информации / М.В. Мыслович, Н.В. Приймак, Л.Н. Щербак. – К: Об-во ”Знание” УССР, 1980. – 28 с.

67. Об одном классе марковских систем обслуживания / Я.А.Сатин, А.И. Зейфман, А.В. Коротышева, А.В. Шоргин. // Информатика и ее применение. – 2011. – №1. – С. 18–24.

68. Поліщук В.П. Теорія транспортного потоку: методи і моделі організації дорожнього руху. Навчальний посібник / Поліщук В.П., Дзюба О.П. — К.: НТУ, 2007. —158 с.

69. Поляк Д.Г. Некоторые задачи теории многолинейных систем массового обслуживания с постоянным временем обслуживания / Д.Г. Поляк. // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. – 1968. – №2. – С. 94–102.

70. Пономарев Д.Ю. Исследование моделей потоков вызовов [Электронный ресурс] / Д.Ю. Пономарев // Красноярский государственный технический университет – Режим доступа: Красноярский государственный технический университет <http://www.sbras.ru/ws/YM2004/8509/>. – Дата доступа: май 2016 года. – Заглавие с экрана.

71. Попов Ю.П. Вычислительный эксперимент. / Ю.П. Попов, А.А. Самарский. – М.: Знание, 1985. – 64 с.

72. Приймак М. Похибка оцінок матриць переходів періодичного ланцюга Маркова / М. Приймак, О. Віцентій, С. Прошин. // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2010. – №3(Т.15). – С. 150–159.

73. Приймак М.В. Дискретні періодичні білі шуми з неперервними розподілами / М.В. Приймак. // Праці Ін-ту електродинаміки. Електроенергетика. – 1999. – С. 15–19.

74. Приймак М.В. Дискретні періодичні шуми з дискретними розподілами / М.В. Приймак. // Вимірювальна техніка та метрологія. –1999. – №55. – С. 167–169.

75. Приймак М.В. Лінійні випадкові поля з періодичним породжуючим полем. / М.В. Приймак. // Технічна електродинаміка. – 1998. – №3. – С. 24–26.

76. Приймак М.В. Лінійні періодичні процеси і їх моделювання на ЕОМ / М.В. Приймак. // Вісник Тернопільського держ. техн. ун-ту. – 1998. – №3. – С. 111–114.
77. Приймак М.В. Марківські періодичні процеси / М.В. Приймак. // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2003. – №3. – С. 17–21.
78. Приймак М.В. Метод пуассонівського періодичного білого шуму в задачах моделювання стохастично періодичних вхідних потоків енергосистем. / М.В. Приймак. // Праці Ін-ту електродинаміки. Енергоефективність. – 2000. – С. 76–81.
79. Приймак М.В. Основи теорії моделювання, аналізу і прогнозу в автоматизованих системах управління ритмічними процесами : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.13.06 / Приймак М.В. – К: НАУ, 2001. – 34 с.
80. Приймак М.В. Оценка периода корреляции и ее использование при исследовании стохастически периодических радиотехнических сигналов. : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук : спец. 05.12.01. / Приймак М.В. – М, 1987. – 18 с.
81. Приймак М.В. Періодичні ланцюги Маркова в задачах статистичного аналізу і прогнозу енергонавантажень / М.В. Приймак. // Технічна електродинаміка.. – 2004. – №2. – С. 3–7.
82. Приймак М.В. Послідовності ковзного середнього при дії періодичного білого шуму // Вісник Тернопільського держ. техн. ун-ту. – 1999. – Том 4, 2. – С. 11-15.
83. Про моделі та інформаційні технології аналізу стохастично періодичних потоків / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак, Г.В. Шимчук // Матеріали міжнародної науково-технічної конференції Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна, – Харків: ХНУ. – 26-31 травня 2016 р. – С.285-288.

84. Прохоров Ю.Р. Теория вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. / Ю.Р. Прохоров, Ю.А. Розанов. – М: Наука, 1987. – 400 с.
85. Пуассонівські періодичні кусково-стаціонарні потоки та оцінка їх інтенсивності / О.В. Маєвський, О.В. Мацюк, М.В. Приймак, О.М. Приймак. // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (Thomson Scientific Master Journal List). – 2016. – №29. – С. 87–99.
86. Райс С.С. Теория флуктуационных шумов. / С.С. Райс. // Теория электрических сигналов / С.С. Райс – М: ИЛ, 1953. – 288 с.
87. Розенберг В.Я. Что такое теория массового обслуживания. / В.Я. Розенберг, А.И. Прохоров. – М: Сов. Радио, 1962. – 254 с.
88. Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее применения. / Т.Л. Саати. – М: Советское радио, 1965. – 510 с.
89. Самарский А.А. Компьютеры, модели, вычислительный эксперимент. Введение в информатику с позиций математического моделирования / А.А. Самарский. – М: Наука, 1988. – 176 с.
90. Самарський А.А. Современная прикладная математика и вычислительный эксперимент / А.А. Самарський. // Коммунист. – 1983. – №18. – С. 31–42.
91. Скороход А.В. Случайные процессы с независимыми приращениями / А.В. Скороход. – М: Наука, 1964. – 280 с.
92. Слуцкий Е.Е. Избранные труды. / Е.Е. Слуцкий. – М: Наука, 1960. – 292 с.
93. Смирнов А.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. / А.В. Смирнов, И.В. Дунин-Барковський. – М: Наука, 1985. – 80 с.
94. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. / И.М. Соболев. – М: Наука, 1985. – 80 с.
95. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, А.В. Скороход, Н.И. Портенко, Н.И. Турбин. – М.: Наука, 1985. – 640 с.

96. Стеценко І.В. Моделювання систем. Навчальний посібник. / І.В. Стеценко. – Черкаси: ЧДТУ, 2010. – 399 с.
97. Телекоммуникационные системы и сети: Учебное пособие. В 3-х томах. под ред. профессора В.П. Шувалова / Величко В.В., Субботин Е.А., Шувалов В.П., Ярославцев А.Ф. – М.:Горячая линия-Телеком, 2005. – 592с.
98. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М. Томашевський. – Київ: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.
99. Физический энциклопедический словарь – Москва: Сов. энциклопедия, 1984. – 944 с.
100. Фокин Ю.А. Экспериментальные исследования вероятностных статистических характеристик нагрузок в электроснабжающей системе / Ю.А. Фокин, И.С. Пономаренко, В.С. Павликов. // Электричество. – 1983. – №2. – С. 9–15.
101. Фосс С.Г. Стохастические системы и сети обслуживания / С.Г. Фосс. // Путеводитель в мире науки для школьников. – Режим доступа: <http://ermine.narod.ru/MATH/STAT/FOSS/foss1.htm>. – Дата доступа: май 2016 года. – Заглавие с экрана.
102. Харин Ю.С. Основы имитационного моделирования. Учебное пособие / Ю.С. Харин, В.И. Малюгин, В.П. Кирлица. – Мн.: Дизайн ПРО, 1997. – 288 с.
103. Хинчин А.Я. Математические методы теории массового обслуживания. Труды математического института имени В.А. Стеклова / А.Я. Хинчин. – Москва: Изд. АН СССР, 1955. – 122 с.
104. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания / А.Я. Хинчин. – Москва: Физматгиз, 1963. – 236 с.
105. Четыркин Е.М. Теория массового обслуживания и ее применение в экономике / Е.М. Четыркин. – Москва: Статистика, 1971.
106. Чижевский А.Л. Земное эхо солнечных бурь / А.Л. Чижевский. – Москва: Мысль, 1976. – 367 с.

107. Adan I.J.B.F. Queues in Health [Электронный ресурс] / I.J.B.F Adan, R. J. Boucherie // Queueing Systems. – 2015. — Vol 79, № 1. – p. 1-3. – Режим доступа до ресурсу: <http://link.springer.com/article/10.1007/s11134-014-9430-x>.

108. Hubble M.W. Teaching emergency medical services management skills using a computer simulation exercise [Электронный ресурс] / M.W. Hubble; M.E. Richards, D. Wilfong // Simulation in Healthcare: The Journal of the Society for Simulation in Healthcare.– 2011 –Vol. 6(1). – p.25-33. – Режим доступа до ресурсу:[http://journals.lww.com/simulationinhealthcare/Fulltext/2011/02000/Teaching\\_Emergency\\_Medical\\_Services\\_Management.7.aspx](http://journals.lww.com/simulationinhealthcare/Fulltext/2011/02000/Teaching_Emergency_Medical_Services_Management.7.aspx).

109. Keisuke Inakawa. Effect of Ambulance Station Locations and Number of Ambulances to the Quality of the Emergency Service [Электронный ресурс] /Keisuke Inakawa, Takehiro Furuta, Atsuo Suzuki // The Ninth International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA'10) Chengdu-Jiuzhaigou, China, August 19–23, 2010 Copyright © 2010 ORSC & APORC, pp. 340–347. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X8180073X>.

110. Kleinrock L. Queueing systems. Volume I: theory [Электронный ресурс] / L. Kleinrock – John Wiley & Sons. – 1975 – 411 p. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.aporc.org/LNOR/12/ISORA2010F42.pdf>.

111. Kozan E.A Simulation Model for Emergency Centres [Электронный ресурс] /Erhan Kozan and Nick Mesken // School of Mathematical Sciences, Queensland University of Technology – Режим доступа до ресурсу: <http://www.mssanz.org.au/modsim05/papers/kozan.pdf>

112. Majevskiy O. Stochastic periodic queueing systems of markov type and their analysis by the example of power supply systems / O.Majevskiy, O. Matsiuk, M. Pryjmak, S.Proshyn, V.Yaskilka // Technological Complexes. Sceintific Journal №2 (10). – Lutsk National Technical University, 2014. .(Index Copernicus, РИНЦ, Ulrich's Periodicals Directory). – 16-21.

113. Narayan Bhat U. An Introduction to Queueing Theory: Modeling and Analysis in Applications [Электронный ресурс] / U.Narayan Bhat – Birkh?user, 2015

– 339 р. Режим доступа до  
ресурсы: [https://books.google.com.ua/books?id=TdUjCgAAQBAJ&pg=PA21&lpq=PA21&dq=poisson+piecewise+stationary+process&source=bl&ots=ryFNhak2eX&sig=VJSO9\\_HOTqN7vyuHc\\_Ct-NeQMdU&hl=uk&sa=X&ved=0ahUKEwjOg4GxzvPNAhWDFywKHdBlB0s4ChDoAQgoMAI#v=onepage&q=poisson%20piecewise%20stationary%20process&f=false](https://books.google.com.ua/books?id=TdUjCgAAQBAJ&pg=PA21&lpq=PA21&dq=poisson+piecewise+stationary+process&source=bl&ots=ryFNhak2eX&sig=VJSO9_HOTqN7vyuHc_Ct-NeQMdU&hl=uk&sa=X&ved=0ahUKEwjOg4GxzvPNAhWDFywKHdBlB0s4ChDoAQgoMAI#v=onepage&q=poisson%20piecewise%20stationary%20process&f=false).

114. Ogorodnikov V.A. Stochastic models of piecewise-constant and piecewise-linear non-Gaussian processes based on Poisson flows [Электронный ресурс] / V. A. Ogorodnikov, O.V. Sereseva, N.A. Kargapolova // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling – 2016. – Vol 31 (3). –р. 179–185. – Режим доступа до ресурсу:

[http://www.degruyter.com/dg/viewarticle.fullcontentlink:pdfeventlink/\\$002fj\\$002frnam.2016.31.issue-3\\$002frnam-2016-0018\\$002frnam-2016-0018.pdf/rnam-2016-0018.pdf?t:ac=j\\$002frnam.2016.31.issue-3\\$002frnam-2016-0018\\$002frnam-2016-0018.xml](http://www.degruyter.com/dg/viewarticle.fullcontentlink:pdfeventlink/$002fj$002frnam.2016.31.issue-3$002frnam-2016-0018$002frnam-2016-0018.pdf/rnam-2016-0018.pdf?t:ac=j$002frnam.2016.31.issue-3$002frnam-2016-0018$002frnam-2016-0018.xml).

115. Pritsker A.A.B. Organ transplantation policy evaluation [Электронный ресурс] / A. A. B.Pritsker, D. L.Martin, Reust, J. S., Wagner, M. A. F. et al // Proceedings of the 1995 Winter Simulation Conference, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Piscataway, New Jersey, – 1995. – р. 1314-1323. Режим доступа до ресурсу: <https://people.rit.edu/mekeie/pritsker95wsc.pdf>.

116. Sheel S. Modelling and prediction of stochastic processes involving periodicity [Электронный ресурс] / S. Sheel, K. K. Biswas, A. K. Sinha // Appl. Math. Modelling – 1981. – Vol 5. – р. 241-245. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X8180073X>.

## ДОДАТКИ

## Додаток А

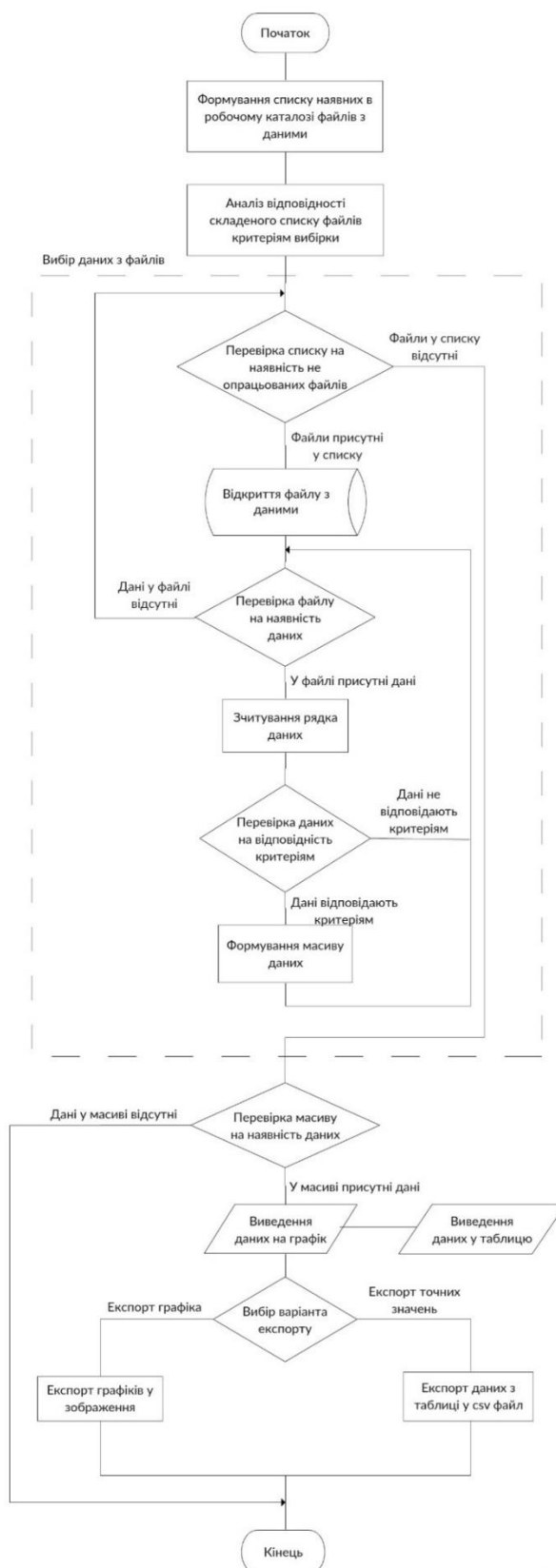


Рисунок А.1 – Діаграма станів

**Додаток Б.****Лістинг програмного продукту «Оцінка інтенсивності потоків»****Лістинг Б.1 – Розбиття csv файлів на частини та вибірка даних**

```

public class Cargo
{
    public int ID { get; set; }
    public DateTime DateTimeCall { get; set; }
    public string Diag { get; set; }

    //Метод для отримання частин рядка
    public void piece(string line)
    {
        string[] parts = line.Split(';');
//Розділювач у csv файлі.
        ID = Convert.ToInt32(parts[0]);
        DateTimeCall = Convert.ToDateTime(parts[1]);
        Diag = parts[4].ToLower();
        Diag.Replace(" ", string.Empty);
        Diag.Replace(".", string.Empty);
        Diag.Replace(":", string.Empty);
    }

    public static List<Cargo> ReadFile(string
filename)
    {
        List<Cargo> res = new List<Cargo>();
        using (StreamReader sr = new
StreamReader(filename, Encoding.Default))
        {
            string line;
            line = sr.ReadLine();
            line = sr.ReadLine();
            while ((line = sr.ReadLine()) != null)
            {
                Cargo p = new Cargo();
                p.piece(line);
                res.Add(p);
            }
        }

        return res;
    }
}

```

## Лістинг Б.2 – Вибірка даних за один місяць

```

public void rb_day()
{
    Common.massIntensivList.Clear();

    dataGridView1.Rows.Clear();

    for (int i = 0; i < 24; i++)
    {
        Common.avgFinalIntensiv[i] = 0;
    }

    try
    {
        var mounthNum =
comboBox_monthselect.SelectedIndex + 1;
        string mounthSNum;
        if (mounthNum < 10)
        {
            mounthSNum = mounthNum.ToString();
            mounthSNum = "0" + mounthSNum;
        }
        else
        {
            mounthSNum = mounthNum.ToString();
        }
        string[] monthFiles =
Directory.GetFiles(Application.StartupPath + @"Data/",
"Export_01." + mounthSNum + ".*");

        ReadDataFiles(monthFiles);

    }
    catch (Exception ex)
    {
        MessageBox.Show(
            ex.Message,
            "Error",
            MessageBoxButtons.OK);
    }

    AVGIntensit();
    creat_data_diagram();
    write_data_table();
}

```

## Лістинг Б.3 – Підрахунок кількості викликів

```

private void callCounterDay(List<Cargo> allCall)
{
    var index = 0;

```

```

var hour = 1;
var callCount = new massIntensivClass();

while (index < allCall.Count)
{
    if (allCall[index].DateTimeCall.Hour < hour)
    {
        if (checkBox_diagnoseSelet.Checked)
        {
            for (int ind=0; ind <
Common.diagnos.Count; ind++)
            {
                if (Common.diagnos[ind] ==
allCall[index].Diag)
                {
                    callCount.massIntensivRow[hour - 1]++;
                }
            }
        }
        else
        {
            callCount.massIntensivRow[hour -
1]++;
        }
        index++;
    }
    else
    {
        hour++;
    }
    if (index < allCall.Count-1) if
(allCall[index].DateTimeCall.Hour
allCall[index+1].DateTimeCall.Hour)
    {
        hour = 1;
        index++;
    }
}
Common.massIntensivList.Add(callCount);
}

```

Заповнення діаграми

```

public void creat_data_diagram()
{
    int tmp = 0;
    chart1.Series["Average value"].Points.Clear();

    for (int j = 0; j < 24; j++)
    {
        chart1.Series["Average
value"].Points.AddXY(tmp, Common.avgFinalIntensiv[j]);
    }
}

```

```

        tmp++;
    }
    chart1.Series["Average value"].Points.AddXY(tmp,
Common.avgFinalIntensiv[23]);
}

```

#### Лістинг Б.4 – Заповнення таблиці точними значеннями

```

public void write_data_table()
{
    int tmp = 0;

    DataTable dt = new DataTable();
    dt.Columns.Add("T");
    dt.Columns.Add("L");

    tmp = 0;

    for (int j = 0; j < 24; j++)
    {
        DataRow row = dt.NewRow();
        row["T"] = Convert.ToString(tmp) + "-" +
Convert.ToString(tmp + 1);
        row["L"] = Common.avgFinalIntensiv[j];
        dt.Rows.Add(row);
        tmp++;
    }

    foreach (DataRow Drow in dt.Rows)
    {
        int num = dataGridView1.Rows.Add();
        dataGridView1.Rows[num].Cells[0].Value =
Drow["T"].ToString();
        dataGridView1.Rows[num].Cells[1].Value =
Drow["L"].ToString();
    }
}

```

#### Лістинг Б.5 – Отримання груп діагнозів

```

private void diagnoseLoad()
{
    Common.diagnos.Clear();
    comboBox_diagnoseSelect.Items.Clear();
    using (StreamReader sr = new
StreamReader(@"Data\DG.txt", Encoding.Default))
    {
        string line;
        while ((line = sr.ReadLine()) != null)
        {

```

```

        string[] parts = line.Split('/');
//Розділювач у файлі.
Common.diagnos.Add(Convert.ToString(parts[0]));
    }
    for (int index = 0; index < Common.diagnos.Count;
index++)
    {
comboBox_diagnoseSelect.Items.Add(Common.diagnos[index]);
    }
}

```

### Лістинг Б.6 – Отримання переліку діагнозів

```

private void
comboBox_diagnoseSelect_SelectedIndexChanged(object sender,
EventArgs e)
{
    Common.diagnos.Clear();
    using (StreamReader sr = new
StreamReader(@"Data\DG.txt", Encoding.Default))
    {
        string line;
        for (int index=0; index <
comboBox_diagnoseSelect.SelectedIndex; index++)
        {
            sr.ReadLine();
        }
        if ((line = sr.ReadLine()) != null)
        {
            line.Replace(" ", string.Empty);
            line.Replace(".", string.Empty);
            line.Replace(":", string.Empty);
            string[] parts = line.Split('/');
//Розділювач у файлі.
            for (int index2=1; index2 < parts.Count();
index2++)
            {
Common.diagnos.Add(Convert.ToString(parts[index2]).ToLower());
            }
        }
    }
}

```

**Додаток В.****Лістинг програмного продукту «DiagFind»****Лістинг В.1 – Отримання переліку файлів з даними**

```

        string[] monthFiles =
Directory.GetFiles(Application.StartupPath + @"Data/",
"Export_01.*");
        ReadDataFiles(monthFiles);

```

**Лістинг В.2 – Отримання нормалізованих даних**

```

private void ReadDataDG()
{
    string DiagTXT;
    using (StreamReader dg = new
StreamReader(@"Data\DG.txt", Encoding.Default))
    {
        while ((DiagTXT = dg.ReadLine()) != null)
        {
            DiagTXT = DiagTXT.Replace(" ",
string.Empty);
            DiagTXT = DiagTXT.Replace(".",
string.Empty);
            DiagTXT = DiagTXT.ToLower();
            string[] parts = DiagTXT.Split('/');
            for (int i = 0; i < parts.Count(); i++)
            {
                Common.diagnos.Add(parts[i]);
            }
        }
    }
}

```

**Лістинг В.3 – Перевірка даних на наявність аналога у списку нормалізованих**

```

bool ifFind = true;
progressBar1.Maximum = fileDirectory.Length - 1;
for (int z = 0; z < fileDirectory.Length; z++)
{
    progressBar1.Value = z;
    using (StreamReader sr = new
StreamReader(fileDirectory[z], Encoding.Default))
    {
        string line;
        line = sr.ReadLine();
        line = sr.ReadLine();
        while ((line = sr.ReadLine()) != null)
        {

```

```

        ifFind = true;
        string[] parts = line.Split(';');
        line = parts[4].ToLower();
        line      =      line.Replace("      ",
string.Empty);

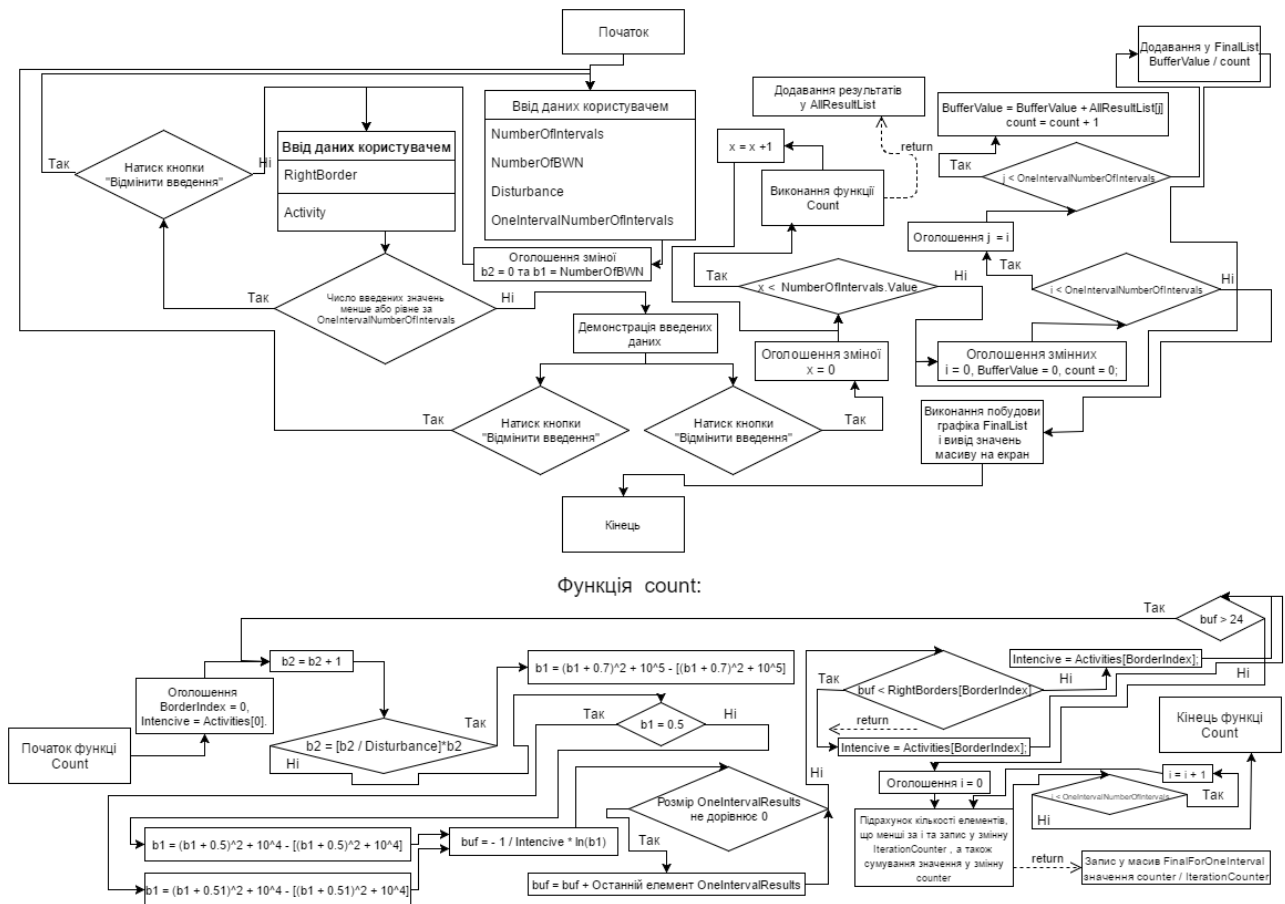
        line      =      line.Replace(".",
string.Empty);

        Common.All++;
        for (int index = 0; index <
Common.diagnos.Count; index++)
        {
            if
(string.Contains(Common.diagnos[index]) && (Common.diagnos[index] !=
string.Empty))
            {
                ifFind = false;
                Common.AllD++;
                break;
            }
        }
        if (ifFind)
        {
            Common.ndiagnos.Add(parts[4]);
        }
    }
}

```

## Додаток Д.

# Блок-схема алгоритму імітаційного моделювання періодичних пуассонівських і рекурентних кусково стаціонарних потоків



**Додаток Е.****Лістинг програмного продукту «Імітаційне моделювання»****Лістинг Е.1 – Генерація форми введення інтервалів**

```

public static void add_components()
{
    int X_pos = 20;
    int Y_pos = 30;
    int interval = 30;

    set_interval_line(ref X_pos, ref Y_pos, interval);

    X_pos = 20;
    Y_pos += 50;

    set_intens_line(ref X_pos, ref Y_pos, interval);

    //limit_line.set_function(ref X_pos, ref Y_pos,
interval);
}

public static void set_interval_line(ref int X_pos,
ref int Y_pos, int interval)
{
    for (int i = 0; i <= Common.countInterval + 1;
i++)
    {
        MyTextBox.set_textBox(X_pos, Y_pos, 30, 20,
5);

        label_text = "|";
        X_pos += interval;
        MyLabel.set_Label(X_pos, Y_pos + 3,
label_text, 5);
        X_pos += 10;
    }

    Common.form.TextBoxes[0].Text = "0";
    Common.form.TextBoxes[Common.countInterval +
1].Text = "24";

    //if (X_pos + 30 > max_X_pos)
    //    max_X_pos = X_pos + 70;
}

public static void set_intens_line(ref int X_pos, ref
int Y_pos, int interval)
{
    string label_text = String.Empty;

    for (int i = 0; i <= Common.countInterval; i++)

```

```

        {
            MyTextBox.set_textBox(X_pos, Y_pos, 30, 20,
5);

            label_text = "|";
            X_pos += interval;
            MyLabel.set_Label(X_pos, Y_pos + 3,
label_text, 5);
            X_pos += 10;
        }
    }

```

## Лістинг Е.2 – Імітаційне моделювання на основі заданих параметрів

```

public static void model_all_line_intensiv()
{
    for (int i = 0; i <= Common.timeInterval; i++)
    {
        model_one_line_intensiv(i);
    }
    creat_data_diagram();
}

public static void model_one_line_intensiv(int index)
{
    var objModIntensivRow = new massIntensivClass();
    double timeMomentNext;
    double timeMomentI;
    for (int i = 0; i <= Common.countInterval; i++)
    {
        int count = 0;
        timeMomentNext = Common.massPeriod[i+1];
        timeMomentI = Common.massPeriod[i];
        double intens = Common.massIntensivList[i];
        double timeInterval = 0;
        //timeMomentI = (-1 /
Common.massIntensivList[i]) * Math.Log(timeInterval);
        while (true)
        {
            if (timeMomentI > timeMomentNext)
            {
                objModIntensivRow.massIntensivRow[i]
= count - 1;
                break;
            }
            else
            {
                timeInterval = (rand.Next(1, 99));
                timeInterval /= 100;
                timeMomentI += -1 / intens *
Math.Log(timeInterval);
            }
        }
    }
}

```

```

        count++;
    }
}

Common.massIntensivModList.Add(objModIntensivRow);
}

public static void creat_data_diagram()
{
    for (int i = 0; i <= Common.timeInterval; i++)
    {
        var tmpModIntensivRow =
Common.massIntensivModList[i];
        for (int j = 0; j <= Common.countInterval;
j++)
        {
            Common.avgFinalIntensiv[j] +=
tmpModIntensivRow.massIntensivRow[j];
        }

        for (int j = 0; j <= Common.countInterval; j++)
        {
            Common.avgFinalIntensiv[j] =
Common.avgFinalIntensiv[j] / (Common.timeInterval + 1) /
(Common.massPeriod[j + 1] - Common.massPeriod[j]);
        }
    }
}

```

### Лістинг Е.3 – Створення діаграми та заповнення таблиці

```

private void btn_avg_data_Click(object sender, EventArgs e)
{
    int tmp = 0;
    chart1.Series["Задані дані"].Points.Clear();
    chart1.Series["Змодельовані
дані"].Points.Clear();

    for (int j = 0; j < Common.countInterval + 1; j++)
    {
        for (int i = 0; i < Common.massPeriod[j + 1]
- Common.massPeriod[j]; i++)
        {
            chart1.Series["Задані
дані"].Points.AddXY(tmp, Common.massIntensivList[j]);
            tmp++;
        }
        chart1.Series["Задані дані"].Points.AddXY(tmp,
Common.massIntensivList[Common.countInterval]);
    }
}

```

```

        tmp = 0;
        for (int j = 0; j < Common.countInterval + 1; j++)
        {
            for (int i = 0; i < Common.massPeriod[j + 1]
- Common.massPeriod[j]; i++)
            {
                chart1.Series["Змодельовані
дані"].Points.AddXY(tmp, Common.avgFinalIntensiv[j]);
//Common.massIntensivModAvgList[j])
                tmp++;
            }
        }
        chart1.Series["Змодельовані
дані"].Points.AddXY(tmp,
Common.avgFinalIntensiv[Common.countInterval]);

        dataGridView1.Rows.Clear();

        DataTable dt = new DataTable();
        dt.Columns.Add("T");
        dt.Columns.Add("L");
        dt.Columns.Add("Lmod");

        tmp = 0;

        for (int j = 0; j < Common.countInterval + 1; j++)
        {
            DataRow row = dt.NewRow();
            row["T"] =
Convert.ToString(Common.massPeriod[j]) + "-" +
Convert.ToString(Common.massPeriod[j + 1]);
            row["L"] = Common.massIntensivList[j];
            row["Lmod"] =
Math.Round(Common.avgFinalIntensiv[j], 4);
            dt.Rows.Add(row);
            tmp++;
        }

        foreach (DataRow Drow in dt.Rows)
        {
            int num = dataGridView1.Rows.Add();
            dataGridView1.Rows[num].Cells[0].Value =
Drow["T"].ToString();
            dataGridView1.Rows[num].Cells[1].Value =
Drow["L"].ToString();
            dataGridView1.Rows[num].Cells[2].Value =
Drow["Lmod"].ToString();
        }
    }

```

## Акти впровадження результатів дисертаційного дослідження

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директор – головний лікар



КЗ ТОР "ЦЕМД та МК"  
М.Я. Джус

2016 р.

АКТ

про використання результатів дисертаційної роботи

Маєвського Олексія Вікторовича

на тему "Інформаційні технології аналізу стохастично-періодичних потоків"

Комісія в складі:

заступника директора-головного лікаря Комунального закладу Тернопільської обласної ради "Центру екстреної медичної допомоги та медицини катастроф" (КЗ ТОР "ЦЕМД та МК") Мончак Г.В.

лікаря-статистика КЗ ТОР "ЦЕМД та МК" Смоляк Л.М.

начальника відділу АСУ та зв'язку КЗ ТОР "ЦЕМД та МК" Снітинського І.В.

склала цей акт в тому, що у КЗ ТОР "ЦЕМД та МК" використано програмне забезпечення для аналізу інтенсивності викликів, що надходять на диспетчерські пункти КЗ ТОР "ЦЕМД та МК".

Розроблений Маєвський О.В. математичний апарат, методи та програмне забезпечення аналізу інтенсивності викликів на диспетчерські пункти дали можливість відстежувати оцінку інтенсивності викликів в залежності від часу доби та від сезону року і використати ці дані для розрахунку прогнозу потоку викликів і на цій основі оптимізувати систему управління щодо кількості виїздів бригад екстреної медичної допомоги, змінюючи її в залежності від прогнозу кількості викликів.

Заступник директора-головного лікаря

КЗ ТОР "ЦЕМД та МК"



Мончак Г.В.

Затверджую  
 Начальник Тернопільського  
 міського РЕМ  
 Сененький М.Ю.



### Акт

про використання результатів дисертаційної роботи Маєвського  
 Олексія Вікторовича «Інформаційні технології дослідження  
 стохастично періодичних потоків».

Комісія в складі заступник начальника Тернопільського міського РЕМ Наклюцького Ю.О., головного інженера Тернопільського міського РЕМ Николіва О.О., інженера-диспетчера Тернопільського міського РЕМ Якиміва В.І. склала цей акт про те, що в Тернопільській міській РЕМ використані наступні результати дисертаційної роботи Маєвського О.В.

1. Опубліковані у відповідних журналах і збірниках наукові роботи дисертанта по обґрунтуванню моделі вхідного потоку енергоспоживачів у вигляді періодичного пуассонівського потоку і розроблені на основі цієї моделі методи статистичного аналізу графіків енергоспоживання.

2. Програмне забезпечення для оцінки періодичного математичного сподівання, середньоквадратичного відхилення та матриць переходів для графіків електроспоживання, що є підставою розрахунку прогнозних графіків електроспоживання.

Програмне забезпечення, розроблене Маєвським О.В., дозволяє підвищити ефективність диспетчерської служби Тернопільського міського РЕМ по управлінню і оптимізації енергоспоживання, вирішенню задач енергозбереження.

Даний акт не є підставою для виплати винагород.

Заступник начальника  
 Тернопільського  
 міського РЕМ



Наклюцький Ю.О.

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Головний лікар КЗ ТОР  
«Тернопільська  
лікарня»


 В.Є. Бліхар

1.07 2016 р.

### АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

1. Відділення обласний центр клінічної клінічної імунології та алергології
2. Використання методу «Інформаційні технології аналізу стохастично-періодичних потоків»

(назва пропозиції для впровадження)

Цей акт в тому, що у КЗ ТОР «ТУЛ» використано програмне забезпечення для аналізу інтенсивності розвитку позапечінкових проявів у хворих на вірусний гепатит С із супутньою змішаною кріоглобулінемією серед пацієнтів КЗ ТОР «ТУЛ».

Розроблений Маєвський О.В., Волинець К.В. математичний апарат, методи та програмне забезпечення аналізу інтенсивності розвитку позапечінкових проявів у хворих на вірусний гепатит С із супутньою змішаною кріоглобулінемією в залежності від часу доби та від сезону року і використати ці дані для розрахунку прогнозу розвитку ускладнень і на цій основі оптимізувати систему управління щодо кількості госпіталізацій пацієнтів із даною патологією, змінюючи її в залежності від прогнозу ускладнень.

Відповідальний за впровадження:

зав. відділенням гастроентерології

Куліш В.В.

“ 30 ” 06 2016 р.

"ЗАТВЕРДЖУЮ"

Перший проректор

ТНТУ ім. І Пулюя

Митник М.М.

" 1 " 09 2016 р.

**АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ****результатів дисертаційної роботи у навчальний процес****Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя**

Ми, що нижче підписалися, представники Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, склали дійсний акт про те, що результати, отримані в дисертаційній роботі старшого викладача кафедри комп'ютерних наук Маєвського Олексія Вікторовича на тему "Інформаційні технології аналізу стохастично періодичних потоків", впроваджено у навчальний процес кафедри комп'ютерних наук факультету комп'ютерно-інформаційних систем і програмної інженерії (ФІС) Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

| Об'єкт впровадження                                                                                                                                                                                                                                        | Форма впровадження                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Ефект від впровадження                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Модель періодичних пуассонівських кусково стаціонарних потоків.<br>2. Модель періодичних рекурентних кусково стаціонарних потоків.<br>3. Методи імітаційного моделювання періодичних кусково стаціонарних потоків пуассонівського та рекурентного типів | Використовується в навчальному процесі в якості теоретичного матеріалу лекцій з дисципліни "Методи та системи підтримки прийняття рішень" спеціальності 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології", лекцій з дисциплін "Інтелектуальні системи аналізу консолідованої інформації", "Технології підтримки прийняття рішень" спеціальності 124 "Системний аналіз", лекцій з дисциплін "Інтелектуальний аналіз даних", "Моделювання систем", "Основи теорії інформації", "Системи масового обслуговування", "Теорія прийняття рішень", "Чисельні методи" спеціальності 122 "Комп'ютерні науки та інформаційні технології" | 1. Розширення матеріалу курсу "Методи та системи підтримки прийняття рішень".<br>2. Розширення матеріалу курсу "Інтелектуальні системи аналізу консолідованої інформації".<br>3. Розширення матеріалу курсу "Технології підтримки прийняття рішень".<br>4. Розширення матеріалу курсу "Інтелектуальний аналіз даних".<br>5. Розширення матеріалу курсу "Моделювання систем".<br>6. Розширення матеріалу курсу "Основи теорії інформації".<br>7. Розширення матеріалу курсу "Системи масового обслуговування".<br>8. Розширення матеріалу курсу "Теорія прийняття рішень".<br>9. Розширення матеріалу курсу "Чисельні методи". |
| 4. Інструментальний засіб оцінки кусково постійної інтенсивності періодичних пуассонівських кусково                                                                                                                                                        | Використання в навчальному процесі при проведенні лабораторних робіт з дисциплін "Моделювання                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Інтенсифікація навчального процесу шляхом використання автоматизованих засобів                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |

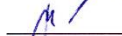
| Об'єкт впровадження                                                                                                                                                                          | Форма впровадження                                                                                                                      | Ефект від впровадження |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| стаціонарних потоків та їх аналізу.<br>5. Інструментальний засіб комп'ютерного експерименту імітаційного моделювання періодичних кусково стаціонарних пуассонівських та рекурентних потоків. | систем", "Системи масового обслуговування", "Інтелектуальний аналіз даних", "Інтелектуальні системи аналізу консолідованої інформації". |                        |

Начальник навчального відділу

Декан ФІС

Завідувач кафедри  
комп'ютерних наук

 Ткаченко І.Г.

 Мацюк О.В.

 Приймак М.В.