

ОМІСПІ – 2016

**Національна академія наук України
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С. Підстригача НАН України
Центр математичного моделювання ІППММ
ім. Я.С. Підстригача НАН України
Секція інформатики Західного наукового центру
НАН України і МОН України**

за підтримки:

Західноукраїнського об'єднаного осередку IEEE
(IEEE MTT/ED/AP/CPMT/SSC West Ukrainian Chapter)

ПРОГРАМА

IV науково-технічної конференції ”ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ І СИСТЕМИ ПЕРЕТВОРЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ”

присвяченої пам'яті професора Б.О. Попова

Львів - ФМІ
28 - 30 вересня 2016 р.

ОМІСПІ – 2016

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

Назарчук З. Т. (*голова*) – академік НАН України, д. ф.-м. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;
Воробель Р. А. (*заступник голови*) – д. т. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;
Бомба А. Я. – д. т. н., проф., Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне;
Боюн В. П. – чл.-кор. НАН України, д.т.н., проф., ІК НАН України, м. Київ;
Бунь Р. А. – д.т.н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів;
Вірченко Н. О. – д. ф.-м. н., проф., НТУУ “КПІ”, м. Київ;
Войтович М. М. – д. ф.-м. н., проф., ІППММ НАН України, м. Львів;
Дудикевич В. Б. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів;
Клименко В. П. – д. ф.-м. н., проф., ІПММС НАН України, м. Київ;
Куриляк Д. Б. – д. ф.-м. н., ст. н. с., ФМІ НАНУ, м. Львів;
Кушнір Р. М. – чл.-кор. НАН України, д. ф.-м. н., проф., ІППММ НАН України, м. Львів;
Литвин О. М. – д. ф.-м. н., проф., Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків;
Малачівський П. С. – д. т. н., проф., ЦММ ІППММ НАН України, м. Львів;
Мандзій Б. А. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів;
Матвійчук Я. М. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів;
Монцібович Б. Р. – к. ф.-м. н., доцент, ЦММ ІППММ НАН України, м. Львів;
Панасюк В. В. – академік НАН України, д. т. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;
П’янило Я. Д. – д. т. н., ст. н. с., ЦММ ІППММ НАН України, м. Львів;
Савула Я. Г. – д. ф.-м. н., проф., Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів;
Сергієнко І. В. – академік НАН України, д. ф.-м. н., проф., ІК НАН України, м. Київ;
Скальський В. Р. – чл.-кор. НАН України, д. т. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів;
Стадник Б. І. – д. т. н., проф., Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів;
Цегелик Г. Г. – д. ф.-м. н., проф., Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів;
Яворський І. М. – д. ф.-м. н., проф., ФМІ НАНУ, м. Львів.

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ

Воробель Р. А. (<i>голова</i>) – д. т. н., проф.;	Мандзій Т. С. – к. т. н.;
Івасенко І. Б. (<i>секретар</i>) – к. т. н., ст. н. с.;	Муравський Л. І. – д. т. н., проф.;
Берегуляк О. Р. – к. т. н.;	Рудавський Д. В. – д. т. н.;
Джала Р. М. – д. т. н., ст. н. с.;	Русин Б. П. – д. т. н., проф.;
Досин Д. Г. – к. т. н., ст. н. с.;	Франкевич Л. Ф. – к.т.н.;
Корній В. В. – к. т. н., ст. н. с.;	Юзефович Р. М. – к. т. н., ст. н. с.;

АДРЕСА

Організаційний комітет ОМІСПІ-2016
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України
79060, Львів, вул. Наукова, 5.
E-mail: cmits@ipm.lviv.ua
Сайт: <http://www.ipm.lviv.ua/cmits>

КЛАСИ ВАРІАНТНОСТІ СИГНАЛІВ І ЇХ ЛІНІЙНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ТА ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ – ВИСЛІДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ РЯДУ ТЕЙЛОРА

Я.П. Драган^{1,2}, Ю.І. Грицюк¹, Л.С. Сікора¹,
Б.І. Яворський², Ю.Б. Паляниця²

^{1,2} Кафедра програмного забезпечення, НУ "Львівська політехніка",

² Кафедра біотехнічних систем, Тернопільський НТУ ім. Івана Пулюя

An overview of the ideas and achievements research originated from the system analysis of the Taylor series application if considered. It was shown the importance of system analysis in research of the image signals and systems. Mentioned line of research, based on the Taylor series of properties improve numerical methods of differentiation and integration of spreadsheet functions.

Keywords: systems analysis; Taylor; linear image of signals and systems; Numerical Methods; numerical integration; Fourier integral; invariance characteristics; stationary process; Bessel operator; Sturm-Liouville operator.

Наведено огляд ідей і здобутків деяких напрямків проведення досліджень, що зародились із системного аналізу різних аспектів ряду Тейлора. Як підсумок наведеного стисло розгляду зародження і здобутку двох оригінальних напрямків досліджень: лінійних зображень сигналів і систем та чисельних методів підкреслено суттєву роль системного аналізу в формуванні нових наукових напрямків.

Ключові слова: системний аналіз; ряд Тейлора; лінійні зображення сигналів і систем; чисельні методи; чисельні інтегрування; інтеграли Фур'є; інваріантність характеристик; стаціонарність процесу; оператор Беселя.

Загальною припущення парадигма класичної науки базується на концепції коливання як суперпозиції гармонік, математичним апаратом її є різні варіанти перетворення Фур'є, в т.ч. так званий спектральний розклад випадкових процесів, тобто подання їх у вигляді сум чи інтегралів гармонік з випадковими мірами. Ця обставина має свої корені в факті сталості в часі характеристик досліджуваних об'єктів. Математики в цьому разі говорять про інваріантність (від лат. *invariants* – незмінний) характеристик або стаціонарність (від лат. *stationarius* – непорушний) об'єктів чи процесів. Формально записують цей факт як інваріантність цих характеристик щодо оператора U^s часового зсуву, такого, що $U^s x(t) = x(t + s)$. Пов'язання його з гармоніками стає зрозуміле з очевидного співвідношення $U^s e^{i\lambda t} = e^{i\lambda(t+s)} = e^{i\lambda s} \cdot e^{i\lambda t}$, коли трактувати $e^{i\lambda t}$ як власну функцію його, яка відповідає власному значенню $e^{i\lambda s}$ при всякому фіксованому s , і пригадати формули Ойлера, що виражають синуси й косинуси через експоненту, та вирази інтегралів Фур'є.

Точніше для цієї мети цей факт доцільно трактувати так: $e^{i\lambda s}$ при фіксованому значенні параметра s оператора U^s є значенням гармоніки

$e^{i\lambda \bullet}$ частоти λ , а крапка " $\bullet$ " тут є позначенням місця на значення її аргументу, тобто як $U^s e^{i\lambda \bullet} = e^{i\lambda s} \cdot e^{i\lambda \bullet}$ (у певних дослідженнях математики вживають такі позначення: функція $f(\bullet)$ приймає значення $f(t)$ при значенні аргументу t). А в силу співвідношення $d/dt e^{it\lambda} = i\lambda e^{it\lambda}$ ця експонента, що є ядром інтегрального перетворення Фур'є, водночас є власною функцією оператора d/dt . Звідси проглядається ідея узагальнення – перенести цей факт на випадки, коли замість гармоніки поставити іншу функцію $\varphi(t, \lambda)$ з параметром λ , що є власною функцією іншого, ніж диференціювання d/dt , порідного оператора L .

Ж. Дельзарт [15] за такий порідний оператор брав дещо змодифікований оператор Беселя з вимоги, щоб в нулі власні функції його мали значення, рівні 1. Таким чином він запровадив так звані оператори узагальненого зсуву (ОУЗ) T . У пізніших застосуваннях цієї ідеї [3, 6] за порідний взято оператор Штурма-Ліувіля і за прикладом, що впливає з ідеї Дельзарта, відповідний ОУЗ означено формально виразом $T^s = \varphi(s, L)$ через власну функцію порідного оператора: $L\varphi(s, L) = \lambda\varphi(t, \lambda)$.

Ідея Дельзарта опирається на факт, що загальновідомо (від публікації 1715 р.) формулу ряду Тейлора

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

в термінах операторів зсуву U та диференціювання $D = d/dt$ подається як

$$f(t+s) \equiv U^s f(t) = \sum_{k \in N_0} \frac{S^k}{k!} (D^k f)(t),$$

де N_0 – множина натуральних чисел або з використанням отриманого з

цієї ж функції розкладу в ряд експоненти $e^x = \sum_{k \in N_0} \frac{x^k}{k!}$ маємо стисло як

$U^s f(t) = e^{sD} f(t)$, а тоді сам оператор зсуву $U^s = e^{sD}$, що є виразом його через власну функцію порідного оператора D , позаяк $De^{\alpha t} = \alpha e^{\alpha t}$.

Пошуки можливостей вироблення засобів аналізу сигналів і систем зі змінними в часі характеристиками почалися з об'єднання стаціонарних сигналів та інваріантних операторів в один клас – інваріантний, характеризований оператором зсуву U . Апарат аналізу цього класу творять гармоніки, перетворення Фур'є і визначається оператором U згортки. Виходячи з цього факту і беручи за зразок інваріантний клас, виникла ідея виокремити інші аналогічні, але вже класи варіантності, інакше T -класи, характеризовані іншою трійкою: порідний оператор, його власні функції і оператор узагальненого зсуву (для кожного з класів – своєю). Оскільки однією із найважливіших властивостей перетворення Фур'є є так звана теорема згортки: добуток образів Фур'є $X(\lambda)$, $Y(\lambda)$ часових функцій $x(t)$, $y(t)$ дорівнює образу згортки їх, яку дає вираз

$(x*y)(t) = \int x(t-s)y(s)ds$. Або з використанням оператора зсуву $(x*y)(t) = \int \tilde{U}^s x(t)y(s)ds$, де $\sim$ – символ ермітового спряження.

І тут свого часу постала проблема: а як бути у тому разі, коли сигнали та перетворювачі їх мають змінні в часі, тобто не інваріантні, характеристики. Цю проблему подолано саме в Фізико-механічному інституті (ФМІ, тоді ще Інституті машинознавства та автоматики АН УРСР), пріоритет того засвідчує стаття [4], а історія тут така: другий з авторів її мав завдання – вивчити можливості використання функцій Беселя (чи, як тоді казали, беселоїд) замість синусоїд у задачах перетворення й опрацювання даних, що його поставив йому третій автор тоді – керівник відділу, в якому вони працювали. У пошуках потрібного матеріалу в математичній літературі перший автор наткнувся на публікацію Ж. Дельзарта [15]. Його ідея – узагальнення зсуву, виходячи з ряду Тейлора, стали підставою розроблення математичних засобів аналізу систем зі змінними параметрами і нестационарних випадкових процесів – моделей сигналів та запровадження означуваних відповідними операторами узагальненого зсуву T -класів (від франц. transmutation – зсув зі зміною) кожен такий оператор для свого класу.

Отримані результати зібрані у статтях [3, 6] та в монографії [5] і знайшли визнання в Мінську, Москві та Красноярську. А з початком комп'ютерної ери розроблено відповідно аналогічні засоби для дискретного часу систематизовано викладені в монографії [13], відповідальним редактором якої був Б.О. Попов – один із піонерів цієї ери в ФМІ і не тільки.

Відгалуженням від теорії T -класів, яке започатковане теж у ФМІ, є клас періодично корельованих (і споріднених із ними) випадкових процесів і відповідних перетворювачів, що відповідає потребі аналізу ритміки головно природних процесів [1, 7, 8, 9].

Як підкреслено у статті [12], досвід розгляду водночас закономірностей часової зміни характеристик сигналів і систем – лінійних перетворювачів і виокремлення класів їх за допомогою розвитку ідей Ж. Дельзарта – використати концепцію оператора узагальненого зсуву (ОУЗ) пригодилося і при розробленні формального апарату аналізу стохастичних коливань періодично корельованими випадковими процесами (ПКВП) – математичними моделями ритміки і пов'язання її з періодичними системами. Подання такого оператора $A(t)$ через інваріантні A_k , $k \in \mathbb{Z}$, де $\mathbb{Z}$ – множина цілих чисел, за допомогою операторного ряду Фур'є

$$A(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} e^{ik\Lambda} A_k, \quad A(t+T) = A(t)$$

через гармоніки з частотами, кратними до базової $\Lambda = 2\pi/T$ – тут період змінного оператора, безпосередньо приводить до подання лінійного ПКВП

$$\xi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} e^{ik\Lambda} \xi_k(t)$$

через стаціонарні компоненти $\xi_k(t) = A_k v(t)$, $k \in \mathbb{Z}$, де $v(t)$ – білий шум. Тоді кожна компонента його як лінійний перетвір цього шуму інваріантним оператором, є стаціонарним випадковим процесом, а різні компоненти є стаціонарно пов'язаними. За відомою аналогією з теорії стаціонарних випадкових процесів таке подання ПКВП має бути справедливим не тільки для лінійного ПКВП, але й у загальному випадку [8]. Звідси вже постає можливість розробити не тільки всю теорію ритміки в термінах моделі її у вигляді ПКВП, але й статистичні методи опрацювання даних, опираючись на відповідні факти теорії стаціонарних процесів та загалом – інваріантного класу.

Певні підсумки (головним чином методологічні з погляду системного аналізу) всіх цих досліджень зібрані у посібнику [10] та монографії [11], що є новішою переробленою і доповненою версією його.

Інший напрямок досліджень, що коріниться у властивостях ряду Тейлора, є чисельні методи диференціювання та інтегрування табличних функцій [2]. Він заснований проф. Р.В. Фільцом з колегами [14] і ґрунтується на факті, що послідовність $1, x, x^2, \dots$ степенів є повною і вони творять базис у функційному просторі L^2_σ з мірою σ , а також дає можливість використати апарат теорії матриць – тієї, за словами Р. Белмана, арифметики вищої математики.

Підсумок. Наведений у доповіді матеріал засвідчує джерело двох напрямків дослідження і креативність людської думки, закладеної і прихованої до пори в давніх наукових здобутках, а вданому разі у відомому вже майже 300 років ряді Тейлора, вартісність її для розвою науки і заодно конечність і неминучість всебічного і кожен раз поновного з залученням нових знань і засобів системного аналізу ситуації в даній предметній області (і не тільки в ній) для обґрунтування формальних засобів і методів (у наш час – головню математичних моделей і алгоритмів) розв'язання наукових задач.

А наукову думку один із фундаторів системного аналізу, перший президент Української академії наук В. Вернадський окреслив як планетне явище. А як автор концепції ноосфери потребу всебічного невинного аналізу мотивує тим, що "система науки, взята в цілому, завжди є з логічно-критичного погляду не досконалою... Вона повна постійних змін, виправлень і суперечностей".

Отже, двома різними прикладами проілюстровано креативну систему ряду Тейлора, що його називають часто однією з основ класичної математички. Також наведено огляд ідей і здобутків деяких напрямків проведення досліджень, що зародились із системного аналізу різних аспектів ряду Тейлора.

1. Войчишин К.С. О простой стохастической модели естественных ритмических процессов / К.С. Войчишин, Я.П. Драган // Отбор и передача информации. – 1971. – Вып. 29. – С. 7-15.
2. Грицюк Ю.І. Чисельне інтегрування табличних функцій для однієї змінної з використанням многочлена Тейлора / Ю.І. Грицюк, Я.П. Драган // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2016. – Вып. 26.3. – С. 350-360.
3. Драган Я.П. Анализ линейных систем и нестационарных процессов / Я.П. Драган, Я.О. Дубров, В.М. Михайловский // Вопросы передачи информации, 1963. – Вып. 2. – С. 29-43.
4. Драган Я.П. До теорії нестационарних випадкових процесів / Я.П. Драган, Я.О. Дубров, В.М. Михайловський // Доповіді АН УРСР, 1962. – № 9. – С. 1162-1165.
5. Драган Я.П. Модели сигналов в линейных системах / Я.П. Драган. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1972. – 303 с.
6. Драган Я.П. Некоторые общие свойства линейных преобразований / Я.П. Драган, Я.А. Дубров, В.М. Михайловский // Вопросы передачи информации, 1963. – Вып. 2. – С. 5-28.
7. Драган Я.П. О влиянии поверхностных волн на передачу модулированных сигналов / Я.П. Драган, В.М. Михайловский, И.Н. Яворский // Отбор и передача информации. – 1971. – Вып. 28. – С. 27-36.
8. Драган Я.П. О периодически коррелированных случайных процессах и системах с периодически изменяющимися параметрами / Я.П. Драган // Отбор и передача информации. – 1969. – Вып. 22. – С. 27-33.
9. Драган Я.П. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы / Я.П. Драган, И.Н. Яворский. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1982. – 248 с.
10. Драган Я.П. Основи сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний апарат, фізичне тлумачення / Я. П. Драган, Л. С. Сікора, Б. І. Яворський. – Львів : Центр стратегічних досліджень екобіотехнічних систем, 1999. – 133 с.
11. Драган Я.П. Системний аналіз стану та обґрунтування основ сучасної теорії стохастичних сигналів: енергетична концепція, математичний субстрат, фізичне тлумачення : монографія / Я.П. Драган, Л.С. Сікора, Б.І. Яворський. – Львів : НВФ "Українські технології" 2014. – 240 с.
12. Драган Я.П. Системний аналіз статистичного оцінювання станів стохастичної вібраційної системи і принципу шунтування / Я.П. Драган, Ю.І. Грицюк, Ю.Б. Паляниця // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2016. – Вып. 26.1. – С. 395-402.
13. Драган Я.П. Структура и представление моделей стохастических сигналов / Я.П. Драган. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1980. – 384 с.
14. Фильц Р.В. Алгоритм вычисления на ЭВМ многочлена Тейлора и его производных / Р.В. Фильц, М.В. Коцюба, Ю.И. Грицюк // Электромеханика : Изв. вузов. – 1991. – № 5. – С. 5-10.
15. Delsarte J. Sur une extension de la fomule de Taylor // J. math. pures et appl. Ser. 9, 1938. – T. 17. – Pp. 213-231.