

**ЛІТЕРАТУРА**



**НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ  
ІВАНА ПУЛЮЯ

Кафедра: “Комп’ютерні науки”

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ЩОДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ**

**з дисципліни**

**Обробка сигналів та зображень**

**для студентів денної форми навчання напряму підготовки  
6.170101 – Безпека інформаційних і комунікаційних  
систем**

**ТЕРНОПІЛЬ 2015**

УДК 519.7

Методичні вказівки щодо лабораторних робіт з дисципліни “Обробка сигналів та зображень” (для студентів денної форми навчання напряму 6.170101 «Безпека інформаційних і комунікаційних систем») / Укладачі: д.т.н., професор Фриз М. Є., Стадник М. А. – Тернопіль: ТНТУ, 2015 – 23 с.

Методичні вказівки призначені для виконання лабораторних робіт із дисципліни “ Обробка сигналів та зображень” . Складається з урахуванням модульної системи навчання, рекомендацій до самостійної роботи і індивідуальних завдань, тем лабораторних занять, екзаменаційних питань, типової форми та вимог для комплексної перевірки знань з дисципліни. У роботі наведено у стислій формі теоретичні відомості та порядок виконання лабораторної роботи, а також перелік контрольних питань для кращої підготовки студента до захисту.

Укладачі:

М. Є. Фриз, к.т.н., доцент  
асистент М. А. Стадник

Відпов. за випуск

М. В. Приймак, д.т.н., професор

Рецензент

Р. О. Козак, доцент

Затверджено

на засіданні кафедри комп'ютерних наук

Протокол № 2 від “ 09 ” 09 2015 р.

Схвалено та рекомендовано до друку методичною комісією факультету комп'ютерно-інформаційних систем і програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Протокол № 2 від “ 25 ” 09 2015 р.

Вказівки складені з урахуванням матеріалів літературних джерел, названих у списку.

## ЗМІСТ

Вступ	4
<i>Лабораторна робота 1: Цифрові сигнали та зображення в системі MATLAB.</i>	5
<i>Лабораторна робота 2: Оцінювання щільності розподілу випадкової послідовності.</i>	7
<i>Лабораторна робота 3: Дискретне перетворення Фур'є.</i>	10
<i>Лабораторна робота 4: Цифрова фільтрація сигналів.</i>	12
<i>Лабораторна робота 5: Просторова фільтрація зображень.</i>	14
<i>Лабораторна робота 6: Гістограмна обробка зображень.</i>	17
<i>Лабораторна робота 7: Частотна фільтрація зображень.</i>	19
<i>Список використаної літератури</i>	22

## ВСТУП

Мета навчальної дисципліни «Обробка сигналів та зображень» полягає у вивченні основних методів, алгоритмів та засобів цифрової обробки сигналів та зображень в різноманітних системах.

Завдання дисципліни – надати студентам знання та основні поняття з основ теорії цифрової обробки сигналів та зображень, що охоплює відомості про математичні моделі та методи цифрової обробки інформації; ефективні алгоритми перетворення та аналізу сигналів і зображень в лінійних/нелінійних стаціонарних/нестаціонарних системах.

Після вивчення курсу студент повинен знати:

- поняття дискретизації та квантування сигналу;
- технічні особливості та характеристики каналу зв'язку та його складових для організації передачі інформації;
- сучасні алгоритми кодування сигналу;
- основні види цифрових фільтрів, методи їх аналізу і синтезу;
- основні методи статистичної обробки даних;
- спектральний аналіз сигналів;
- принципи формування цифрових зображень;
- просторові та частотні методи покращення зображень.

Після вивчення курсу студент повинен вміти:

- обчислювати параметри статистичних розподілів, будувати гістограми;
- володіти прикладними програмними пакетами математичного аналізу;
- виконувати пряме і зворотне перетворення Фур'є;
- обчислювати і будувати амплітудно-частотні характеристики;
- застосовувати просторові та частотні методи для покращення зображення; розробляти алгоритми та створювати на їх основі програмні модулі.

# ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

**Тема:** Цифрові сигнали та зображення в системі MATLAB.

**Мета:** Розглянути класифікацію сигналів та зображень. Ознайомлення із основними операціями у середовищі MATLAB на прикладі використання стандартних функцій.

## Теоретичні відомості

**Сигнал** - це інформаційна функція, що несе повідомлення про фізичні властивості, стан або поведінку якої-небудь фізичної системи, об'єкта або середовища, а метою обробки сигналів можна вважати отримання певних інформаційних відомостей, що відображені в цих сигналах (коротко - корисна або цільова інформація) й перетворення цих відомостей у форму, зручну для сприйняття й подальшого використання.

Коли говорять про "аналіз" сигналів, то йдеться не лише про суто математичні перетворення, але й про одержання на основі цих перетворень висновків стосовно специфічних особливостей відповідних процесів та об'єктів. Метою аналізу сигналів зазвичай є:

- визначення або оцінка числових параметрів сигналів (енергія, середня потужність, середньо квадратичне значення та ін.);
- розкладання сигналів на елементарні складові для порівняння властивостей різних сигналів;
- порівняння ступеня близькості, "подібності", "спорідненості" різних сигналів, у тому числі з певними кількісними оцінками.

З поняттям сигналу нерозривно зв'язаний термін *реєстрації* сигналів, використання якого є також широким й неоднозначним, як і самого терміна "сигнал". У найбільш загальному розумінні цей термін означає операцію виділення сигналу і його перетворення у форму, зручну для подальшого використання.

Стосовно даної роботи під терміном реєстрації будемо розуміти *реєстрацію даних* які проходять через конкретну систему або точку системи й певним чином фіксуються на якому-небудь матеріальному носії або в пам'яті системи. Що стосується процесу одержання інформації за допомогою технічних засобів, які забезпечують дослідним шляхом знаходження співвідношення вимірюваної величини із прийнятою за визначенням зразковою одиницею цієї величини, і подання обмірюваного співвідношення в якій-небудь фізичній або числовій формі інформаційного сигналу, то для цього процесу будемо застосовувати, в основному, термін *детектування*.

Типи завад розділяють за джерелами їхнього виникнення, за енергетичними спектрами, за характерами впливів на сигнал, за імовірнісними характеристиками і іншими ознаками.

Джерела завад бувають внутрішні й зовнішні.

Внутрішні шуми можуть бути властиві фізичній природі джерел сигналів, як, наприклад, теплові шуми електронних потоків в електричних ланцюгах або дробові ефекти в електронних приладах, або ті, що виникають у вимірювальних пристроях і системах передачі й обробки сигналів під впливом різних дестабілізуючих факторів - температури, підвищеної вологості, нестабільності джерел живлення, впливу механічних вібрацій на гальванічні з'єднання тощо.

Зовнішні джерела шумів бувають штучного й природного походження. До штучних джерел завад належать індустріальні завади - двигуни, перемикачі, генератори сигналів різної форми.

Природними джерелами завад є блискавки, флуктуації, магнітних полів, сплески сонячної енергії тощо.

Електричні й магнітні поля різних джерел завад внаслідок наявності індуктивних,

емнісних і резистивних зв'язків створюють на різних ділянках і ланцюгах сигнальних систем паразитні різниці потенціалів і струми, що накладаються на корисні сигнали.

Завади підрозділяються на флуктуаційні, імпульсні й періодичні. Флуктуаційні або шумові завади представляють хаотичний і безладний у часі процес у вигляді нерегулярних випадкових сплесків різної амплітуди. Як правило, флуктуаційні завади розподілені за нормальним законом з нульовим середнім і впливають тільки на сигнали низького рівня.

Класифікація сигналів здійснюється на підставі істотних ознак відповідних математичних моделей сигналів. Усі сигнали розділяють на дві великі групи: детерміновані й випадкові.



Рисунок 1.1 – Класифікація сигналів

**З енергетичних позицій** сигнали розділяють на два класи: з обмеженою (кінцевою) енергією та з нескінченною енергією.

### Порядок виконання роботи

1. Завантажити чорно-біле зображення у робочу область MATLAB та отримати матрицю значень яскравості відповідного зображення. Записати 10 секундну реалізацію власного голосу (Прізвище, ім'я, по батькові) та зберегти файл у форматі wav. Завантажити файл в систему Matlab та побудувати його графік за допомогою функції plot і stem на одній фігурі графіку.

2. Обчислити наступні метричні характеристики для записаного сигналу: норма, енергія та побудувати графік потужності.

3. Записати ще одну 10 секунду реалізацію голосу іншої людини. Обчислити метрику між двома сигналами.

4. Побудувати графіки функції Гауса, Лапласа та Хевісайда тривалістю T, що дорівнює номер у списку в журналі\*17.

5. Побудувати графіки гармонічних, полігармонічних та аперіодичних сигналів. Усі три графіки вивести на одній фігурі.

6. Ознайомитися з роботою та параметрами функцій відкривання зображень imread. Завантажити в робочу область зображення, що зберігаються у файлах різних форматів. Визначити розмір матриці зображення, отримати інформацію про тип зображення та наявність палітр за допомогою функції imfinfo.

7. Сформувати матрицю розмірністю 256x256 випадкових чисел за допомогою функції rand в діапазонах від 0 до 50, від 0 до 256, від 0 до 512, від 0 до 1, від -128 до 128. Вивести матрицю на екран як зображення, скориставшись функцією imshow для випадків:

- Використання параметрів яскравості за замовчуванням;
- Використання трьох рівнів яскравості;
- Використання рівнів яскравості від 20 до 30;
- Використання рівнів яскравості від 0.4 до 0.6. Вивести в кожному вікні шкалу кольорів за допомогою функції colorbar.

8. Для повнокольорового зображення вивести окремо матриці яскравості кожного кольору. Поміняти місцями червоний та синій кольори, вивести результат. Замінити один з кольорів випадковими числами, вивести результат.

9. Оформити звіт з виконаної роботи, що повинен містити: тему, мету роботи; індивідуальне виконане завдання, висновки.

### Контрольні запитання

1. Дайте означення поняттю “сигнал”.
2. Дайте означення поняттю “зображення”.
3. Які типи сигналів знаєте?
4. Класифікація сигналів.
5. Дискретизація та квантування сигналів.
6. Теорема дискретизація сигналів.
7. Основні метричні характеристики сигналів.
8. Класифікація шумів.
9. Представлення зображень.
10. Опишіть завдання, якими займається “Обробка сигналів та зображень”.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

**Тема:** Оцінювання щільності розподілу випадкової послідовності.

**Мета:** Оволодіння практичними навичками оцінювання щільності розподілу випадкової послідовності та побудови гістограм.

### Теоретичні відомості

Гістограму будують на основі реалізації вибірки  $x_j, j = \overline{1, n}$  аналогічно до емпіричної щільності розподілу, але вже не за випадковими, а за детермінованими, отриманими в експерименті даними.

Інтервал  $[x^{(1)}, x^{(n)}]$  розбивають на  $m$  інтервалів  $\Delta_i = [x_{i-1}, x_i), i = \overline{1, m-1}, \Delta_m = [x_{m-1}, x_m]$  (тут  $x_{i-1}, x_i$  – межі  $i$ -го інтервалу), довжиною  $h = \frac{x^{(n)} - x^{(1)}}{m}$ . Потім підраховують кількість  $n_i$  елементів реалізації

вибірки, значення яких належать  $i$ -ому інтервалу  $\Delta_i, i = \overline{1, m}$ .

Результати підрахунку можна оформити у вигляді таблиці (див. табл. 1.1), а також представити графічно. А саме, на осі абсцис відкладають відповідні інтервали  $\Delta_i$  і на

кожному з них, як на основі будують прямокутник висотою  $p_i^* = \frac{n_i}{nh}, i = \overline{1, m}$ .

Таблиця 2.1

$\Delta_i$	$[x_0, x_1)$	$[x_0, x_1)$	..	$[x_{m-1}, x_m]$
$n_i$	$n_1$	$n_2$	..	$n_m$

Побудована фігура й буде гістограмою.

Гістограма дає наочне уявлення про теоретичну щільність розподілу  $p(x)$ . Однак вона все-таки є тільки реалізацією статистичної оцінки цієї щільності. Тому для того, щоб достовірніше судити про розподіл досліджуваної послідовності використовують, так звані, *критерії згоди*. Відомо кілька таких критеріїв. Найчастіше застосовують критерій згоди  $\chi^2$  (*хі-квадрат*) Пірсона.

Нехай маємо емпіричну щільність розподілу. На основі певних міркувань, наприклад, з візуального аналізу гістограми, апріорних відомостей про фізичні властивості явища, що породжує досліджувану випадкову послідовність  $\xi_i$  та ін., можемо висунути статистичну гіпотезу

$H_0$ : послідовність  $\xi_i$  має щільність розподілу  $p(x)$ .

Альтернативна гіпотеза

$H_1$ : послідовність  $\xi_i$  не є розподіленою з щільністю  $p(x)$ .

Далі оцінюємо параметри гіпотетичного розподілу. Підставивши оцінки параметрів замість їх невідомих значень у вираз для  $p(x)$ , отримаємо функцію  $\hat{p}(x)$ , яка буде статистичною оцінкою щільності розподілу, що відповідає гіпотезі  $H_0$ . За умови істинності гіпотези  $H_0$  реалізація оцінки  $\hat{p}(x)$  буде функцією, “згладжуючою” гістограму (див. рис. 1.2).

Позначимо  $\hat{P}_i$  – ймовірність попадання елемента вибірки в інтервал  $\Delta_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , обчислену за припущення істинності нульової гіпотези. Очевидно, що оцінкою цієї ймовірності буде

$$\hat{P}_i = \int_{\Delta_i} \hat{p}(x) dx = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \hat{p}(x) dx, \quad i = \overline{1, m}.$$

Якщо гіпотеза  $H_0$  істинна, то при зростанні обсягу вибірки  $n$ , при будь-якому розподілі вибірки  $\xi_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , випадкова величина

$$\chi^2 = n \sum_{i=1}^m \frac{\left( \frac{v_i}{n} - \hat{P}_i \right)^2}{\hat{P}_i} = \sum_{i=1}^m \frac{(v_i - n\hat{P}_i)^2}{n\hat{P}_i}$$

має  $\chi^2$ -розподіл Пірсона з  $r = m - s - 1$  ступенями вільності, де  $s$  – число оцінюваних параметрів гіпотетичного розподілу (зокрема, для нормального розподілу  $s = 2$ ).



Критерій згоди  $\chi^2$  Пірсона полягає в наступному. Якщо виконується нерівність

$$\chi^2 \leq \chi_{1-\alpha, r}^2$$

де  $\chi_{1-\alpha, r}^2$  – квантиль  $\chi^2$ -розподілу рівня  $(1 - \alpha)$  з  $r$  ступенями вільності (тобто,

$\chi_{1-\alpha, r}^2$  визначається з рівняння  $\int_0^{\chi_{1-\alpha, r}^2} p_{\chi^2}(x) dx = 1 - \alpha$ ), то приймається гіпотеза  $H_0$ ,

якщо (1.1) не виконується, то гіпотеза  $H_0$  відхиляється, а приймається гіпотеза  $H_1$ .

Величину  $\alpha$  називають *рівнем значущості* і залежно від характеру задачі задають  $\alpha = 0.05, 0.1, 0.025$ .

### Порядок виконання роботи

1. Вихідними даними для виконання роботи є два файли, у кожному з яких записано реалізацію  $x_j$ ,  $j = \overline{1, n}$  вибірки  $\xi_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Формат файлів слід уточнити у викладача. Априорно відомо, що в одному з файлів записано реалізацію вибірки, розподіленої за рівномірним розподілом

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b], \\ 0, & x \notin [a, b], \end{cases}$$

де  $a, b \in (-\infty, \infty)$ ,  $a < b$  – параметри рівномірного розподілу, а в іншому – за експоненційним розподілом

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0, \end{cases}$$

де  $\lambda > 0$  – параметр експоненційного розподілу.

2. Основне завдання – визначити, у якому файлі міститься реалізація рівномірно розподіленої вибірки, а у якому – експоненційно розподіленої, а також оцінити параметри відповідних розподілів. Завдання слід виконувати у такій послідовності:

2.1 Побудувати гістограми для кожної із заданих реалізацій.

2.2 На основі аналізу гістограм висунути гіпотези відносно розподілів досліджуваних вибірок.

2.3 Оцінити параметри гіпотетичних розподілів (звичайно, ми за даними, записаними у файлах, обчислимо лише реалізації оцінок  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{\lambda}$ ).

✓ для рівномірного:  $\hat{a} = \min_{j=1, n} \xi_j$ ,  $\hat{b} = \max_{j=1, n} \xi_j$ ,

✓ для експоненційного:  $\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{j=1}^n \xi_j}$

2.4 Використовуючи критерій згоди  $\chi^2$  Персона, перевірити, чи висунуті гіпотези не суперечать наявним даним. Очевидно, що при обчисленні реалізації статистики замість  $V_i$  слід підставляти  $n_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ . Значення  $\hat{P}_i$  визначають з таких співвідношень:

✓ для рівномірного розподілу

$$\hat{P}_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{1}{b - a} dx = \frac{h}{b - a}, \quad i = \overline{1, m},$$

✓ для експоненційного розподілу

$$\hat{P}_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \hat{\lambda} e^{-\hat{\lambda}x} dx = e^{-\hat{\lambda}x_{i-1}} - e^{-\hat{\lambda}x_i}, \quad i = \overline{1, m}.$$

Рекомендується використовувати  $\alpha = 0.05$ . Зрозуміло, що для рівномірного розподілу  $s = 2$ , а для експоненційного  $s = 1$ .

3. Оформити звіт з виконаної роботи, що повинен містити: тему, мету роботи; індивідуальне виконане завдання, висновки.

### Контрольні запитання

1. Що таке емпірична функція розподілу?
2. Що таке варіаційний ряд, розмах варіювання?
3. Як будується емпірична щільність розподілу? Що таке гістограма?
4. У чому суть критерію  $\chi^2$  Пірсона?
5. Опишіть алгоритм побудови гістограми.
6. Опишіть алгоритм створення та відкидання гіпотез.
7. Що таке ступені вільності?
8. Що таке рівень значущості?
9. Як отримати оцінки параметрів експоненційного розподілу?
10. Як отримати оцінки параметрів рівномірного розподілу?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

**Тема:** Дискретне перетворення Фур'є.

**Мета:** Оволодіння практичними навичками виконання перетворення Фур'є.

### Теоретичні відомості

Припустимо тепер, що у нас замість функції неперервного аргументу  $f(t)$  задано функцію дискретного аргументу  $f_k$ ,  $k = \overline{0, N-1}$ , тобто задані значення функції  $f(t)$  для скінченної послідовності значень її аргументу  $t_k = kh$ ,  $k = \overline{0, N-1}$   $h = \frac{T}{N}$  - крок дискретизації. Очевидно, що якщо вихідна функція  $f(t)$  - періодична, то,  $T$  - період функції, в протилежному випадку  $T$  - інтервал, на якому задана функція. Проте при роботі з функціями дискретного аргументу зазвичай оперують номерами відліків і спектральних гармонік без прив'язки до реального масштабу часу і частоти. В такому випадку частоту дискретизації вважають рівною одиниці.

Можна показати, що для дискретної послідовності  $f_k, k = \overline{0, N-1}$  справедливе наступне перетворення:

$$f_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} y_n \exp\left(-i \frac{2\pi nk}{N}\right), k = \overline{0, N-1} \quad (3.1)$$

де  $y_n, n = \overline{0, N-1}$  – коефіцієнти перетворення обчислюються за формулою:

$$y_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} f_k \exp\left(i \frac{2\pi nk}{N}\right), k = \overline{0, N-1} \quad (3.2)$$

Формули (3.1) та (3.2) задають пару дискретних перетворень Фур'є: обернене та пряме.

В більш загальному випадку функцію дискретного аргументу  $f_k, k = \overline{0, N-1}$  можна розглядати як елемент евклідового простору  $R^N$  а формулу (3.2) трактувати як розклад в цьому ж просторі за ортогональним базисом дискретних експоненціальних функцій (ДЕФ).

Амплітудний та фазовий спектри зручно зображати у вигляді дискретного графіку. Приклад зображення амплітудного спектру наведеного рисунку 3.1.

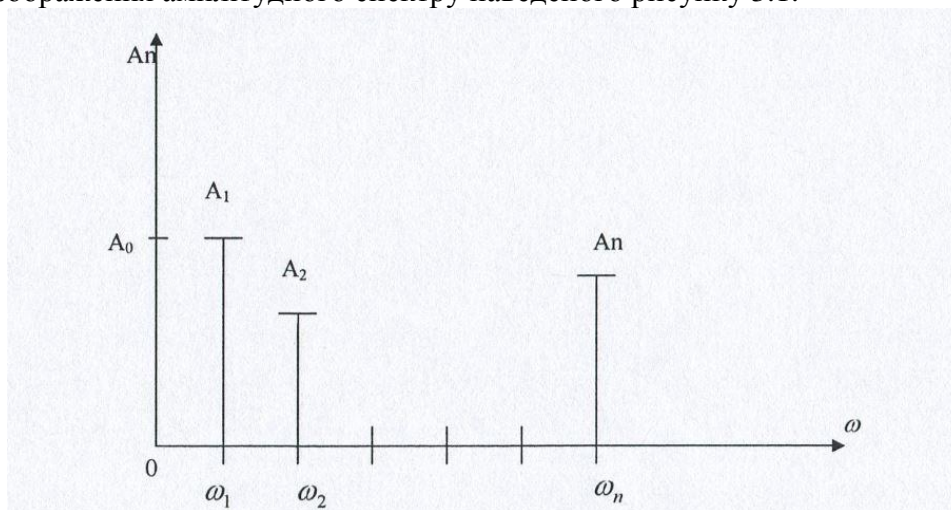


Рисунок 3.1 – Амплітудний спектр

В ідеалі спектр повинен би був зображатися рядом точок на площині. Проте, так як таке зображення є незручним, то з відповідних точок опускають перпендикуляри на горизонтальну вісь, отримуючи на графіку таким чином множину вертикальних ліній. З огляду на таке зображення спектру, його часто називають лінійчастим. Для періодичних функцій лінійчастий спектр обов'язково є гармонічним.

Амплітудний і фазовий спектри використовуються при розв'язуванні багатьох задач систем управління, зокрема, при визначенні амплітудного і фазового спектрів вхідного та вихідного сигналів системи; при визначенні комплексної передаточної функції системи та її ланок.

### Порядок виконання роботи

1. Отримати функцію для генерування вхідної послідовності та із кроком 0.01 зробити дискретизацію. Парні номери у списку виконують ЛРЗ із такою вхідною функцією,  $k$ - номер у списку,  $b = \text{mod}(k/3)$ :

$$y(x) = (kx^4 - bx^3)/(x^5),$$

Непарні номери у списку виконують ЛРЗ із такою вхідною функцією,  $k$ - номер у списку,  $b = \text{mod}(k/2)$ :

$$y(x) = (kx^2 - bx^b)/(3x).$$

2. Обчислити коефіцієнти прямого перетворення Фур'є та побудувати амплітудний та фазові спектри.

3. Виконати обернення перетворення Фур'є.
4. Знайти кількість коефіцієнтів перетворення Фур'є, що відновлюють 80% енергії, використовуючи рівність Парсвеля.
5. Оформити звіт з виконаної роботи, що повинен містити: тему, мету роботи; індивідуальне виконане завдання, висновки.

### Контрольні запитання

1. Напишіть формули прямого та зворотного перетворення Фур'є.
2. Опишіть алгоритм побудови амплітудного спектру.
3. Опишіть алгоритм побудови фазового спектру.
4. Поясніть застосування перетворення Фур'є.
5. Поясніть нерівність Бесселя або рівність Парсвеля.
6. Формула для обчислення енергії вхідного сигналу.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

**Тема:** Цифрова фільтрація сигналів.

**Мета:** Розглянути класифікацію сигналів та зображень. Ознайомлення із основними операціями у середовищі MATLAB на прикладі використання стандартних функцій для фільтрації сигналів.

### Теоретичні відомості

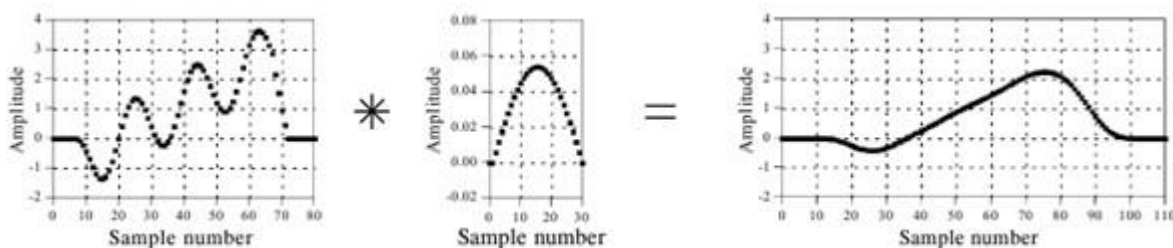
Згорткою в обробці сигналів називають математичну операцію, результат якої показує подібність однієї функції із відображеною та зсунутою копією другої.

Взаємодія лінійної системи із вхідним сигналом описується за допомогою згортки:

$$y(n) = x(n)*h(n), \quad (1.1)$$

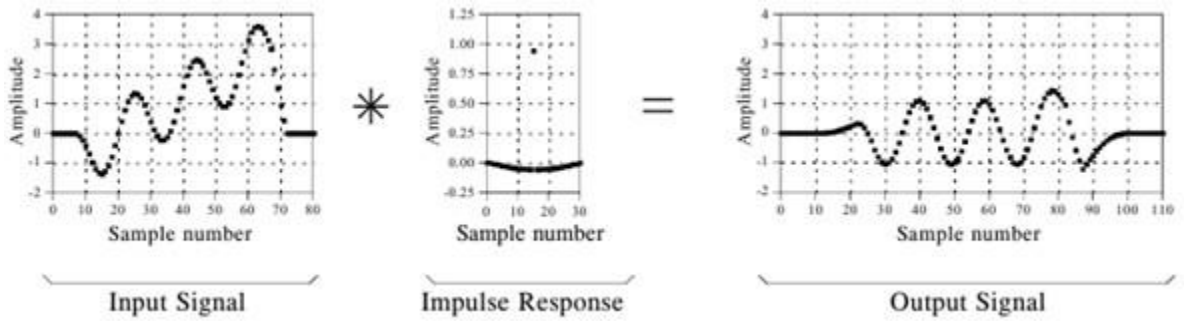
де  $x(n)$  - вхідний сигнал,  $h(n)$  - імпульсна характеристика лінійної системи,  $y(n)$  - вихідний сигнал. При цьому властивості лінійної системи повністю задаються її імпульсною характеристикою. Для того, щоб перевірити лінійну систему необхідно подати тестовий сигнал і виконати операцію згортки із імпульсною характеристикою.

В залежності від типу імпульсної характеристики лінійна система може виконувати функцію фільтра низьких частот (ФНЧ) - а, фільтра високих частот (ФВЧ) - б, інвертора -в, диференціатора -г, що зображено на відповідних рисунках.

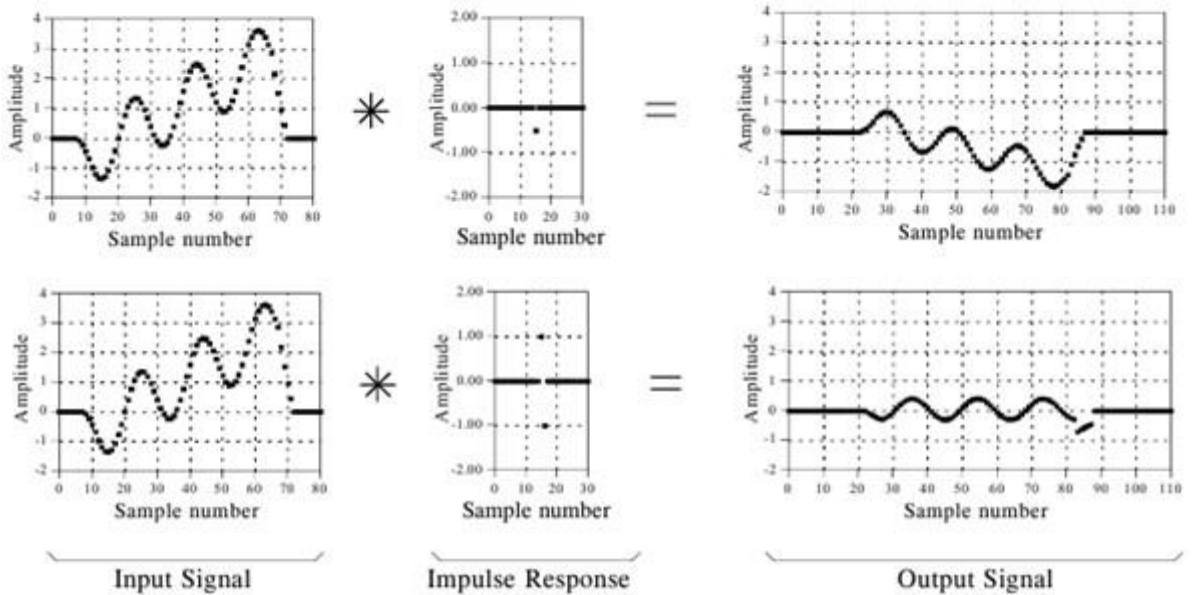


a

б



в г



### Порядок виконання роботи

1. В будь-якому програмному середовищі згенеруйте сигнал, що буде містити низькочастотну та високочастотну складову.
2. Напишіть програмно алгоритм виконання згортки.
3. Згенеруйте дві послідовності  $h_{fn}$  для виконання функції ФНЧ. Виконайте операції згортки кожної із послідовностей із тестових сигналом.
4. Згенеруйте дві послідовності  $h_{fn}$  для виконання функції ФВЧ. Виконайте операції згортки кожної із послідовностей із тестових сигналом.
5. Згенеруйте послідовність  $h_{fn}$  для виконання функції диференціатора та інвертора.
6. Оформити звіт з виконаної роботи, що повинен містити: тему, мету роботи; індивідуальне виконане завдання, висновки.

### Контрольні запитання

1. Опишіть алгоритм виконання згортки.
2. Назвіть основні властивості згортки.
3. Назвіть застосування згортки.
4. Що таке імпульсна характеристика системи?
5. Намалюйте схематично імпульсна характеристики системи, що виконує функції ФНЧ.
6. Намалюйте схематично імпульсна характеристики системи, що виконує функції ФВЧ.
7. Намалюйте схематично імпульсна характеристики системи, що виконує функції інвертора.
8. Намалюйте схематично імпульсна характеристики системи, що виконує функції диференціатора.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

**Тема:** Просторові методи покращення зображення.

**Мета:** Ознайомлення із основними методами просторового покращення зображення та їх особливості у застосуванні. Навчитися виконувати програмно просторові перетворення зображення.

### Теоретичні відомості

Термін “просторова область” відноситься до площини, в якій задане зображення. При просторовій обробці всі методи працюють безпосередньо із величинами яскравості пікселів зображення. Їх можна описати загальним виразом

$$s = T(r),$$

де  $T$  – перетворення, тобто деяке правило, яке ставить у відповідність значенню яскравості кожного пікселя початкового зображення  $r$  відповідне значення пікселя результуючого зображення  $s$ , яке отримане в результаті обробки – градаційного перетворення.

Для отримання значення яскравості пікселя  $i$  може використовуватися не тільки значення пікселя  $r$ , але також і інші пікселі в деякому околі досліджуваного пікселя, тобто сусіди  $N_8$ . Як правило, це прямокутний або квадратний окіл. При такій обробці зображення центр цього околу зміщують від пікселя до пікселя і проводять розрахунки для кожного центрального пікселя.

Якщо для того, щоб отримати яскравість пікселя обробленого зображення, використовується яскравість лише одного пікселя початкового зображення, то говорять про градаційні перетворення. Іншими словами, обробка проводиться в околі розміром  $1 \times 1$  піксель.

Нехай ми маємо чорно-біле зображення, яскравості пікселів якого лежать в межах від 0 до 1. На рисунку 5.1 наведені приклади деяких перетворень  $T$ . Перетворення яскравості згідно з кривою на рис. 5.1а не приведе до зміни яскравості пікселя, оскільки крива  $T$  переводить значення яскравості  $r$  в таке саме значення  $s$ , тобто виконується пряме перетворення (вхідне зображення ніяк не змінить і вихідне зображення буде копією вхідного).

Якщо змінювати яскравість за кривою на рис. 5.1б, то зміни будуть помітні. Видно, що яскравості  $r$  в околі нуля (дуже темні пікселі) будуть перетворені в пікселі  $s$  нульової яскравості. Так само, дуже світлі пікселі (в з яскравостями близькими до 1) стануть білими (будуть мати яскравість 1). Достатньо вузький діапазон яскравостей початкового зображення  $r$  від 0.4 до 0.6 (сірі пікселі) перетвориться на дуже широкий діапазон яскравості в результуючому зображенні від 0.1 до 0.9, тобто розтягнеться. Це буде приводити до того, що деталі, які були на початковому зображенні розмитими та слабо розрізнялися по кольору, будуть більш чітко видимі на зображенні після обробки.

При перетворенні за залежністю з рисунку 5.1в всі пікселі з яскравістю від 0 до 0.5 будуть мати яскравість 0, а пікселі з яскравістю більше 0.5 матимуть яскравість 1. Отже, зображення з сірими тонами стане чорно-білим: пікселі темніші за сірий колір стануть чорними, а світліше за сірий – білими.

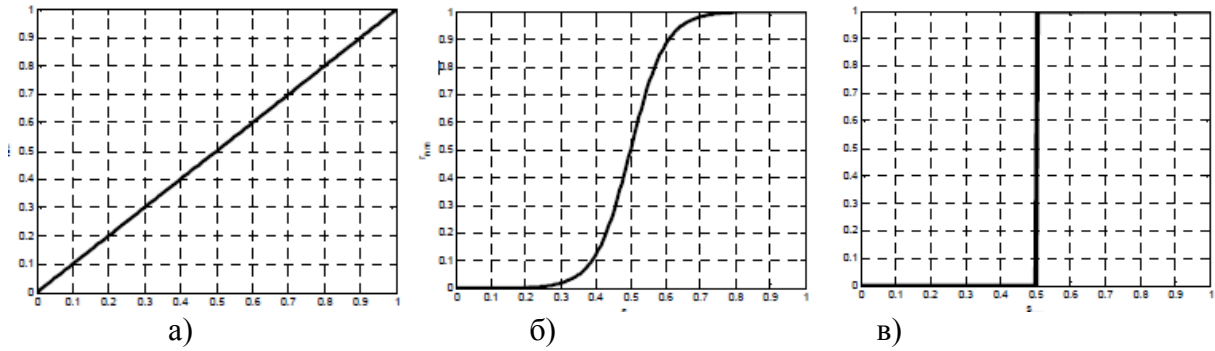


Рисунок 5.1 – Приклади градаційних перетворень  $T$  яскравості пікселів вхідного зображення

Достатньо використовуваним видом градаційних перетворень є **степеневі перетворення**. При цьому яскравості пікселів результуючого та початкового зображення пов'язані за таким законом:

$$s = c (r)^\gamma, \quad (5.1)$$

де  $c, \gamma$  – деякі додатні константи.

Графіки для залежностей при різних показниках  $\gamma$  подані на рисунку 5.2.

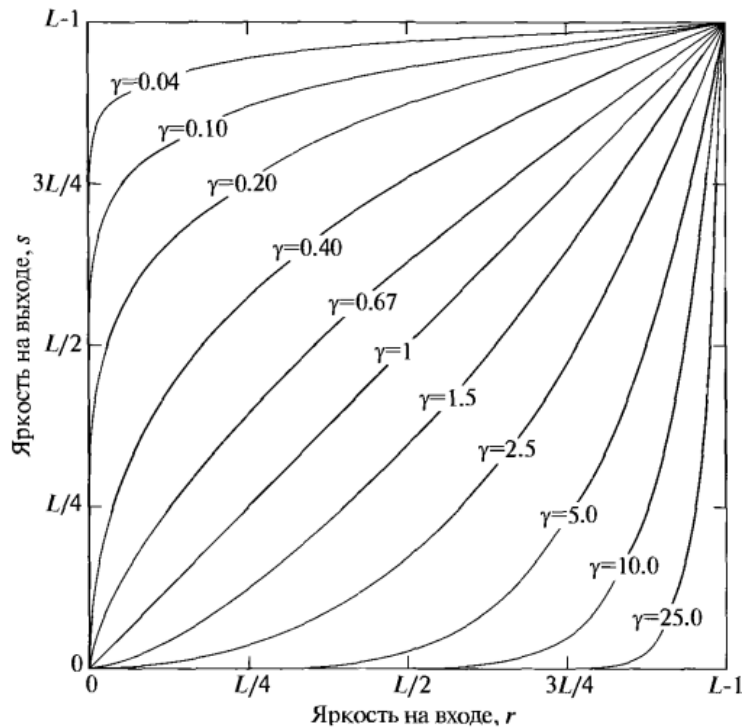


Рисунок 5.2 – Залежності між яскравістю пікселів вхідного та вихідного зображення при гамма-корекції для різних значень  $\gamma$

Видно, що значеннях  $\gamma$  менше за одиницю, криві таких степеневих функцій відображають вузький діапазон малих значень яскравості пікселів вхідного зображення у широкий діапазон яскравості пікселів результуючого зображення. Якщо значення показника степеню  $\gamma$  більше за одиницю, то відбувається протилежний ефект: вузький діапазон великих яскравості відображається у широкий діапазон яскравості пікселів результуючого зображення. Ця процедура називається *гамма-корекцією*.

Загальний вигляд **логарифмічного перетворення** зображується наступною формулою:

$$s = c (\log r + 1), \quad (5.2)$$

де  $c$  – деяка константа. Дане перетворення відображає вузький діапазон малих значень яскравості на вхідному зображенні в більш широкий діапазон вихідних значень. Для великих значень вхідного сигналу є вірним протилежне твердження. Даний тип перетворення використовують для збільшення діапазону (розтягування) значень темних пікселів на зображенні із одночасним стисненням діапазону яскравих пікселів. Проте, при застосуванні оберненого логарифмічного перетворення виконується розтягування діапазону яскравих пікселів і стиснення діапазону темних пікселів.

### Порядок виконання роботи

1. Завантажити чорно-біле зображення у робочу область MATLAB та отримати матрицю значень яскравості відповідного зображення.

2. Виконати перетворення в негатив, використовуючи вираз:  $s = \text{max} - r$ , де  $\text{max}$  – максимальне значення яскравості (залежить від кількості рівнів квантування. У випадку, якщо така кількість рівнів дорівнює 8, то яскравість буде знаходитися в діапазоні 0..255).

3. Виконати градаційне степеневе перетворення із завантаженим зображенням при різних значеннях степеню  $\gamma$  відповідно до таблиці 5.1. Порівняти отримані результати та зробити на основі них висновки.

Таблиця 5.1 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіант	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$
1	0.3	0.03	3	11
2	0.5	0.05	2	24
3	0.3	0.03	9	15
4	0.2	0.02	3	17
5	0.1	0.01	4	13
6	0.4	0.04	1	15
7	0.7	0.07	6	18
8	0.5	0.05	7	15
9	0.4	0.04	1	19
10	0.35	0.035	2	17
11	0.2	0.02	3	19
12	0.4	0.04	7	15
13	0.3	0.03	7	15
14	0.5	0.05	4	14
15	0.3	0.03	5	15
16	0.2	0.02	3	14
17	0.1	0.01	7	17
18	0.4	0.04	8	23
19	0.7	0.07	3	21
20	1	0.1	2	17
21	0.9	0.09	7	15
22	0.6	0.06	4	16
23	0.3	0.03	9	14
24	0.5	0.05	2	19
25	0.3	0.03	3	15
26	0.2	0.02	6	21
27	0.1	0.01	8	24



28	0.4	0.04	4	15
29	0.7	0.07	8	11
30	0.7	0.07	7	17

4. Виконати градаційне логарифмічне перетворення, порівняти із вхідним зображенням та на основі результатів зробити висновки.

5. Оформити звіт з виконаної роботи, що повинен містити: тему, мету роботи; короткий виклад основних теоретичних положень; індивідуальне виконане завдання, висновки щодо застосування різноманітних градаційних перетворень зображень.

### Контрольні запитання

1. Які типи градаційних методів покращення зображення знаєте?
2. Поясніть суть просторових методів покращення зображення.
3. Для чого використовують степеневе градаційне перетворення?
4. Для чого використовують логарифмічне градаційне перетворення?
5. Напишіть математичну формулу для степеневого градаційного перетворення.
6. Напишіть математичну формулу для логарифмічного градаційного перетворення.
7. Розкажіть про метод просторового покращення зображення: вирізання бітових площин або діапазону яскравості.
8. Поясніть залежність степеню градаційного перетворення від результату, який отримуємо у вихідному зображенні.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

**Тема:** Гістограмна обробка зображення.

**Мета:** Розглянути алгоритм побудови гістограми за допомогою системи MATLAB. Навчитися виконувати еквалізацію гістограми.

### Теоретичні відомості

Гістограмою дискретного зображення називається дискретна функція  $H(b_k) = \frac{N_k}{N}$ , де  $b \in k$  - ім рівнем яскравості пікселя,  $N_k$  - кількість пікселів, які мають яскравість  $b_k$ , а  $N$  - кількість пікселів у всьому зображенні. Значення  $H(b_k)$  є оцінкою імовірності появи пікселя яскравості  $b_k$  в зображенні.

*Еквалізацію (лінеаризацію) гістограми* проводять в тому випадку, коли в зображенні є багато пікселів зі схожими яскравостями, і мало пікселів з іншими яскравостями. На гістограмі ми будемо бачити, що на деяких проміжках яскравостей згруповано багато пікселів, в той час як деякі проміжки яскравостей майже не зайняті. При цьому деталі зображення, які зображені цими кольорами, складно розрізнити. Натомість існують такі проміжки яскравості, пікселів з якими взагалі немає на зображенні. Ці вільні проміжки яскравості можна «зайняти» для покращення якості зображення. Для цього роблять еквалізацію гістограм.

Якщо маємо піксель початкового зображення з яскравістю  $b_k$ , яка є  $k$  - ім рівнем яскравості на гістограмі ( $k = 0 \dots N - 1$ ) то яскравість відповідного пікселя результуючого зображення буде розраховуватися

$$r_k = \sum_{p=0}^k H(b_p) = \sum_{p=0}^k \frac{N_p}{N}.$$

В результаті еквалізації гистограми яскравості пікселів на ній будуть розподілені рівномірно по всій шкалі яскравостей.

Наприклад, на рис. 8.3а наведене зображення, яке виглядає дуже темним. Дрібні деталі предметів та людей на ньому розрізнити складно, оскільки вони зображені схожими темними кольорами, які мало відрізняються один від одного. Гістограма цього зображення наведена на рис. 8.3б. На ній видно, що багато пікселів знаходяться в лівій частині шкали кольорів, що відповідає темним кольорам. Водночас, права частина шкали майже не зайнята, тобто світлих пікселів на зображенні немає. Цей вільний проміжок гістограми можна

використати, щоб перенести туди яскравості деяких пікселів. Якщо гістограму цього зображення «розтягнути» на весь доступний діапазон яскравостей, то пікселі, які раніше мали дуже схожі кольори (їх яскравості знаходились близько на шкалі яскравостей), будуть віддалені один від одного на більшу величину яскравості.

Якщо подивитись на зображення, видно, що діапазон яскравостей пікселів, які присутні на зображенні, розширився: на зображенні тепер є і темні, і світлі пікселі (рис. 8.4а). Тепер стало легше розрізнити деталі зображення, оскільки вони зображені більш контрастно. На гістограмі видно, що з зображенні присутні пікселі всіх яскравостей, і весь діапазон яскравостей тепер зайнятий.

Перевагою еквалізації гістограм є те, що цей метод легко автоматизується і не вимагає задавання ніяких додаткових параметрів для отримання покращеного зображення. Розрахунки для еквалізації гістограм такою достатньо нескладні.

### **Порядок виконання роботи**

1. Побудувати гістограми сірошкальних зображень, прочитаних з файлу, за допомогою функцій `hist` та `imhist`. Вивести на екран зображення та шкалу кольорів. Виконати еквалізацію гістограм, вивести на екран результуюче зображення та отримані після обробки гістограми.

Зробити висновки.

\* Дослідити математичні методи визначення кількості комірок для побудови гістограм та реалізувати відповідний алгоритм.

2. Згенерувати матриці шумових складових зображення для таких видів шумів:

- гаусівський білий шум з постійним значенням дисперсії та середнього значення. Взяти середнє значення 0 та 0.5, дисперсію 0.01 та 0.1;
- гаусівський білий шум зі змінною дисперсією, яка є випадковою величиною зі значеннями від 0 до 1;
- пуассонівський шум;
- шум типу «сіль та перець» для 10 та 90 відсотків пікселів; -спекл-шум.

В протокол включити пояснення щодо характеристик та параметрів кожного шуму. Побудувати гістограми отриманих шумів за допомогою функцій `hist` та `imhist`. Зробити висновки щодо характеристик шумів.

3. Додати до зображення шумові складові, побудувати гістограми, зробити висновки.
4. Провести підвищення контрастності шляхом еквалізації гістограм для початкових та зашумлених зображень. Зробити висновки.
5. Провести освітлення та затемнення зображення за допомогою функції `brighten`. Включити в протокол основні відомості щодо теоретичного підґрунтя роботи даної функції. Побудувати зображення та їх гістограми до і після обробки.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7

**Тема:** Частотна фільтрація зображень.

**Мета:** Розглянути основними операціями у середовищі MATLAB на прикладі використання стандартних функцій частотної фільтрації сигналів.

### Теоретичні відомості

Аналогічно до того, як для одновимірного сигналу в часовій області можна знайти його спектральне представлення за Фур'є, можна знайти спектр зображення.

Якщо маємо неперервне зображення  $I_1(x, y)$ , то його спектр за Фур'є буде визначатися:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I_1(x, y) e^{-j(ux+vy)} dx dy, \quad (7.1)$$

де  $u, v$  – просторові частоти,  $\frac{1}{M}$ .

Обернене перетворення Фур'є для зображення:

$$I_1(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv, \quad (7.2)$$

Якщо зображення дискретне розмірністю  $N \times M$ , то аналоги формул будуть мати вигляд:

$$F[k, p] = \frac{1}{NM} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} I_1[n, m] e^{-j2\pi(\frac{kn}{N} + \frac{pm}{M})}, \quad (7.3)$$

$$I_1[n, m] = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{M-1} I_1[n, m] e^{-j2\pi(\frac{kn}{N} + \frac{pm}{M})}. \quad (7.4)$$

Тут  $k, p$  – номери гармонічних спектральних складових зображення,  $k = \overline{0, N-1}$ ,  $p = \overline{0, M-1}$ .

Як і для одновимірного випадку, спектр дискретного зображення є періодичною функцією частот  $k, p$  з періодами, які дорівнюють розмірностям

зображення:  $F[k \pm qN, p + cM] = F[k, p]$  для цілих  $q, c$ .

Аналогічно до одновимірного випадку, для комплексного спектру зображення можна отримати амплітудний та фазовий спектри:

$$|F[u, v]| = \sqrt{\text{Re}(F(u, v))^2 + \text{Im}(F(u, v))^2},$$

$$\varphi(u, v) = \arg(F(u, v)) = \text{arctg} \frac{\text{Im}(F(u, v))}{\text{Re}(F(u, v))}.$$

Фільтрація зображень в частотній області полягає у наступному. В двовимірній частотній області задається комплексна частотна характеристика фільтра  $H(u, v)$ . Як і для одновимірного випадку, можна створити фільтри нижніх (ФНЧ), верхніх (ФВЧ) частот, смугові (СФ) та загороджувальні (ЗФ) фільтри. Фільтрація зображення еквівалентна проходженню його через відповідний лінійний фільтр. В частотній області для того, щоб

отримати спектр результуючого зображення  $H(u,v)$ , необхідно перемножити спектр початкового зображення  $F_1(u,v)$  на КЧХ фільтра:

$$F_2(u, v) = H(u, v) \cdot F_1(u, v).$$

Для отримання відфільтрованого зображення необхідно виконати обернене перетворення Фур'є.

### Порядок виконання роботи

1. Для даного сірошкального зображення сформувати зображення, зашумлені шумами таких типів:

- гаусівський білий шум зі змінною дисперсією, яка є випадковою величиною зі значеннями від 0 до 1;
- пуассонівський шум;
- шум типу «сіль та перець» для 10 та 90 відсотків пікселів;

2. Для даного сірошкального зображення сформувати два зображення (для випадку, коли частоти по вертикалі та горизонталі близькі за значенням та коли частоти набагато відрізняються), зашумлені періодичним шумом у вигляді двовимірної синусоїди:

$$n(x, y) = A \sin \left[ 2\pi f_1 \frac{x+\varphi_x}{M} + 2\pi f_2 \frac{y+\varphi_y}{N} \right]$$

3. Вивчити теоретичні основи двовимірного перетворення Фур'є. Побудувати центровані амплітудні спектри початкових зображень та зашумлених зображень. Зробити висновки щодо відображення властивостей зображень в частотній області.

4. Сформувати за допомогою функції `fspecial` в просторовій області фільтри таких видів, вивчивши попередньо особливості кожного з них:

- 'average' averaging filter;
- 'disk' circular averaging filter;
- 'gaussian' Gaussian lowpass filter;
- 'laplacian' filter approximating the 2-D Laplacian operator;
- 'log' Laplacian of Gaussian filter;
- 'motion' motion filter;
- 'prewitt' Prewitt horizontal edge-emphasizing filter;
- 'sobel' Sobel horizontal edge-emphasizing filter;
- 'unsharp' unsharp contrast enhancement filter.

Отримати передавальну функцію, визначивши попередньо необхідну кількість рядків і стовпців, побудувати АЧХ кожного фільтра.

Зробити висновки, вказавши на особливості кожного з фільтрів та щодо пристосованості фільтрів до фільтрації шумів різних типів з п. 1.

6. Виконати частотну фільтрацію зображень з пп.1-2 всіма фільтрами. Зробити висновки щодо вибору оптимального фільтра для кожного виду шуму. В протоколі навести АЧХ обраних фільтрів та зображення до та після фільтрації найбільш пристосованими фільтрами.

5. Визначити відношення сигнал/шум до та після фільтрації для кожного зображення. Зробити висновки.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: Учебное пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1990.- 256 с.
2. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. Пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.
3. Дьяконов В., Абраменкова И. МАТЛАВ. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002, 608 с.
4. Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1979. – 416 с.
5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. - СПб.: Питер, 2003. – 604 с.: ил.
7. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
8. Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьева Е.Б. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций. Изд. 2-е испр. И перераб.- СПб.: БХВ-Петербург, 2005.
9. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
10. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. – М.: Мир, 1988. – 488 с.
11. Купер Дж., Макгиллем А. Вероятностные методы анализа сигналов и систем. – М.: Мир, 1989. – 376 с.
12. Марпл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
13. Претт Е. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. под ред. Д. С. Лебедева, – М.: Мир, 1982. – в 2-х книгах.
14. Хемминг Р.В. Цифровые фильтры. – М.: Недра, 1987. – 221 с.
15. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение - Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2006 - 716 с.
16. Pattern recognition, fourth edition / Sergios Theodoridis, Konstantinos Koutroumbas. – Elsevier Inc., 2009. – 961 p.

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
**ЩОДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ**  
з дисципліни «Обробка сигналів та зображень»  
для студентів денної форми навчання напрямку підготовки 6.170101 «Безпека  
інформаційних і комунікаційних систем»

**Укладачі:** Фриз Михайло Євгенович, Стадник Марія Андріївна

Підписано до друку \_\_\_\_\_ Формат 60x84 1/16. Ум. др. арк. 1. Друк лазерний.  
Замовлення № \_\_\_\_\_. Наклад 100 пр.  
Віддруковано у видавництві ТНТУ.