МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя**

Кафедра графічного моделювання

ПОЗИЦІЙНІ ТА МЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ

**МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК
ТА ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ
ГРАФІЧНИХ РОБІТ ІЗ КУРСУ
НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

***ДЛЯ СТУДЕНТІВ УСІХ
СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ДЕННОЇ ФОРМИ
НАВЧАННЯ***

**Тернопіль
2015**

УДК 744
ББК 30.11
П47

Укладачі:
Ковбашин В.І., канд. хім. наук, доцент,
Пік А.І., канд. техн. наук, доцент.

Рецензент:
Рогатинський Р.М.., докт. техн. наук, професор.

Відповідальна за випуск:
Ковбашин В.І., канд. хім. наук, доцент.

Розглянуто й затверджено на засіданні методичного семінару кафедри графічного моделювання Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя
протокол № 7 від 27.02.2015р.

Схвалено й рекомендовано до друку на засіданні методичної комісії факультету машинобудування та харчових технологій Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя
протокол № 4 від 05.03.2015р.

Методичний посібник розроблено відповідно до навчальних планів усіх спеціальностей. Складено з урахуванням матеріалів літературних джерел, наведених у списку

П47 Позиційні та метричні задачі : навчально – методичний посібник та завдання до виконання графічних робіт із курсу нарисної геометрії / Укладачі : В.І.Ковбашин, А.І.Пік. – Тернопіль : Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2015.-64с.

УДК 744
ББК 30.11

1. ПОЗИЦІЙНІ ЗАДАЧІ

Задачі, у яких визначається взаємне розміщення геометричних фігур та їх елементів у просторі або в яких визначаються спільні елементи геометричних фігур називають ***позиційними***.

До них відносяться задачі на взаємоналежність і взаємне розміщення геометричних елементів у просторі, наприклад: а) взяти точку на прямій, площині чи поверхні; визначити точку перетину прямої з площиною, прямої з поверхнею; побудувати лінію перетину двох площин, площини з поверхнею, лінію взаємного перетину поверхонь та інше; б) взаємне розміщення в просторі точок, прямих, прямої і площини і т.д.

У даному методичному посібнику розглянуто способи розв’язування позиційних задач на точку, пряму і площину. Для вивчення рекомендованих способів нариної геометрії необхідно задачі даного завдання розв’язувати способами, які застосовані в нижченаведених прикладах.

1.1.Побудова безосного епюра точки

В практиці проектування проекції об’єкта розміщують на довільних відстанях одна від одної в проекційному зв’язку. Наприклад, при побудові ортогональних проекцій точки A горизонтальну проекцію A_1 і фронтальну A_2 розміщують на вертикальній лінії зв’язку A_1A_2, а фронтальну проекцію A_2 і профільну A_3 – на горизонтальній лінії зв’язку A_2A_3 (рис. 1).

При побудові ортогональних проекцій системи точок одну точку приймають за базову і позначають верхнім лівим індексом у вигляді нуля (наприклад, ${}^0A$). Проекції базової точки розміщують довільно на відповідних лініях зв’язку, а проекції решти точок даної системи будують за відносними координатами, які пов’язують їх з прийнятою базовою точкою системи. При цьому слід пам’ятати, що:

– для заданих точок система площин проекцій має бути одна і та ж;

– точки, які лежать у площинах проекцій, визначають двома координатами (третя координата для них дорівнює нулю).

При побудові епюра знаки відносних координат визначають відносно базової точки. Координата **X** може бути відкладена відносно горизонтальної або фронтальної проекції базової точки (з знаком “плюс” ліворуч, з знаком “мінус” праворуч); координату **У** відкладують відносно горизонтальної проекції базової точки (додатні значення вниз, від’ємні – вгору) і відносно профільної проекції базової точки (додатні значення праворуч, від’ємні – ліворуч). Координату **Z** відкладують тільки відносно фронтальної проекції базавої точки (додатні значення вгору, від’ємні – вниз).

Приклад 1

Побудувати три проекції точок ^0A і B якщо дано відносні координати точки B ($x_в$=15; $y_в$=17; $z_в$=23), а точка A є базовою.

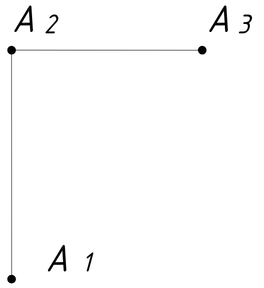


Рис. 1

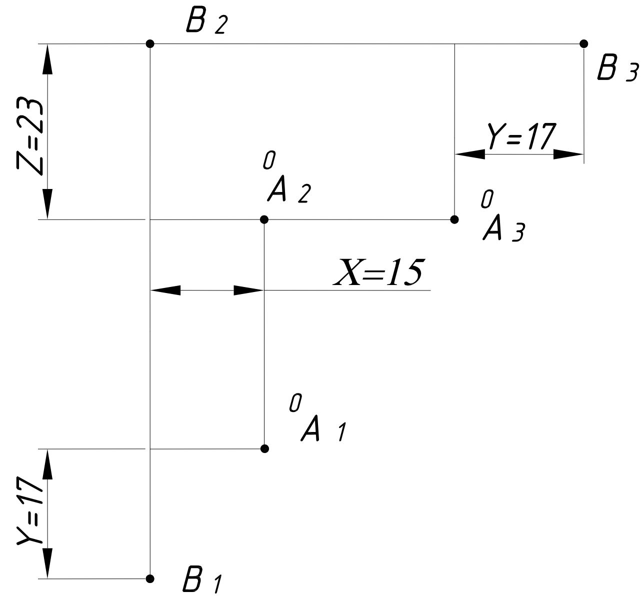


Рис. 2

Розв'язування.

Приймаємо проекції $^0A_1$ $^0A_2$ $^0A_3$ базової точки ^0A, а проекції точки B будуємо за відносними координатами ($x_в$=15; $y_в$=17; $z_в$=23), як зображено на рис. 2.

З розглянутого бачимо, що відносні координати пов'язують між собою точки заданої системи так, що за епюром однієї з них (базової) можна побудувати проекції решти точок за їх відносними координатами.

Приймаємо означає, що будуємо три (або дві) проекції базової точки як на рис. 1.

1.2. Взаємне розміщення точки і прямої. Поділ відрізка прямої в даному відношенні

1.2.1. Якщо точка в просторі належить прямій, то її проекції лежать на однойменних проекціях прямої, і навпаки. Якщо три проекції точки лежать відповідно на однойменних проекціях даної прямої, то така точка належить прямій у просторі (див. рис. 3, точка M).

Нехай задано комплексне креслення прямої ***l*** і кількох точок (по дві проекції).

Необхідно визначити взаємне розміщення прямої і даних точок. Згідно з вищезгаданим прямій ***l*** належить тільки точка М. Решта точок знаходиться поза прямою. Так, точка А знаходиться спереду прямої ***l,*** точка В ззаду, а точка С –над прямою.

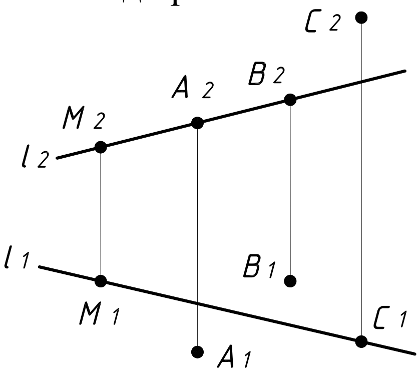


Рис. 3

1.2.2. Поділ відрізка в даному відношенні. Щоб поділити відрізок прямої в даному відношенні необхідно поділити проекції цього відрізка в тому ж відношенні.

<u>Приклад 2</u>

За двома даними проекціями відрізка прямої (^{0}AB) побудувати третю його проекцію та поділити цей відрізок у відношенні 2:3 (рис.4).

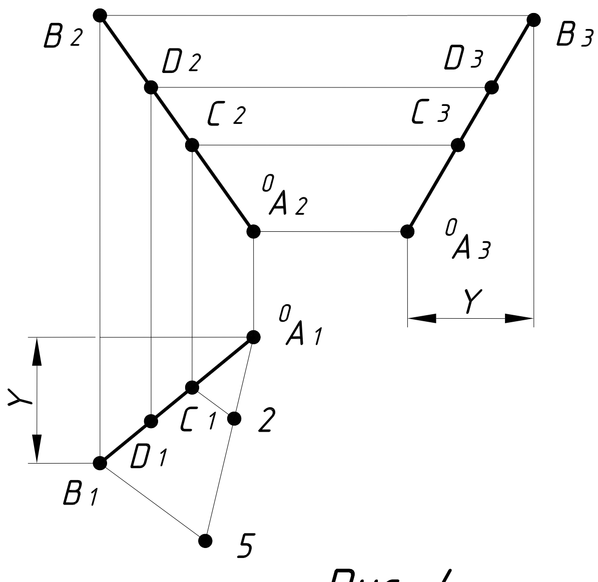


Рис. 4

Роз’язування

З A_1 під довільним кутом до A_1B_1 проводимо пряму, на якій відкладаємо 5 довільних, але рівних між собою відрізків. Точку 5 з’єднуємо з B_1. Через 2, паралельно $5B_1$ проводимо пряму до перетину з $^0A_1$ B_1 – отримаємо C_1. Прямим проектуванням знаходимо C_2 і C_3.

Відрізок прямої ^{0}AB поділений у відношенні 2:3.

<u>Приклад 3</u>

Дано дві проекції (A_1B_1 і A_2B_2) профільної прямої AB. На цих проекціях вказані однойменні з ними проекції точок C і D, а також одна проекція точки E, яка належить прямій. Необхідно перевірити, чи належать точки C і D даній прямій AB і побудувати другу проекцію точки E (рис. 5).

Належність точки профільній прямій, яка задана двома проекціями, визначають за способом поділу відрізка в даному відношенні або за допомогою прямої переломлення ***s***.

Згідно з теоремою про поділ відрізка прямої в даному відношенні проекції точок ділять відповідні проекції прямої в одному і тому ж відношенні. Для розв’язування даної задачі скористаємось цією теоремою.

Розв’язування

Під довільним кутом до проекції B_2A_2 (рис.5, а) через B_2 проводимо пряму $B_2A_1^1$, на якій відкладаємо відрізки $B_2C_1^1=B_1C_1$; $B_2D_1^1=B_1\,D_1$; $B_2\,E_1^1=B_1E_1$; $B_2\,A_1^1=B_1\,A_1$. З’єднуємо A_1^1 і A_2 прямою і через C_1^1, D_1^1 і E_1^1 проводимо прямі паралельні $A_1^1A_2$ до перетину з $B_2\,A_2$. Точку E_2 знаходимо на прямій B_2A_2 як точку перетину $E_1^1E_2$ з B_2A_2.

З рис.5а бачимо, що точка C належить прямій AB, а точка D не належить прямій, тому що проекція C_2 лежить у точці перетину прямої, проведеної з точки C_1^1 з проекцією A_2B_2, а проекція D_2 не лежить у точці перетину прямої, проведеної з точки D_1^1 з проекцією A_2B_2.

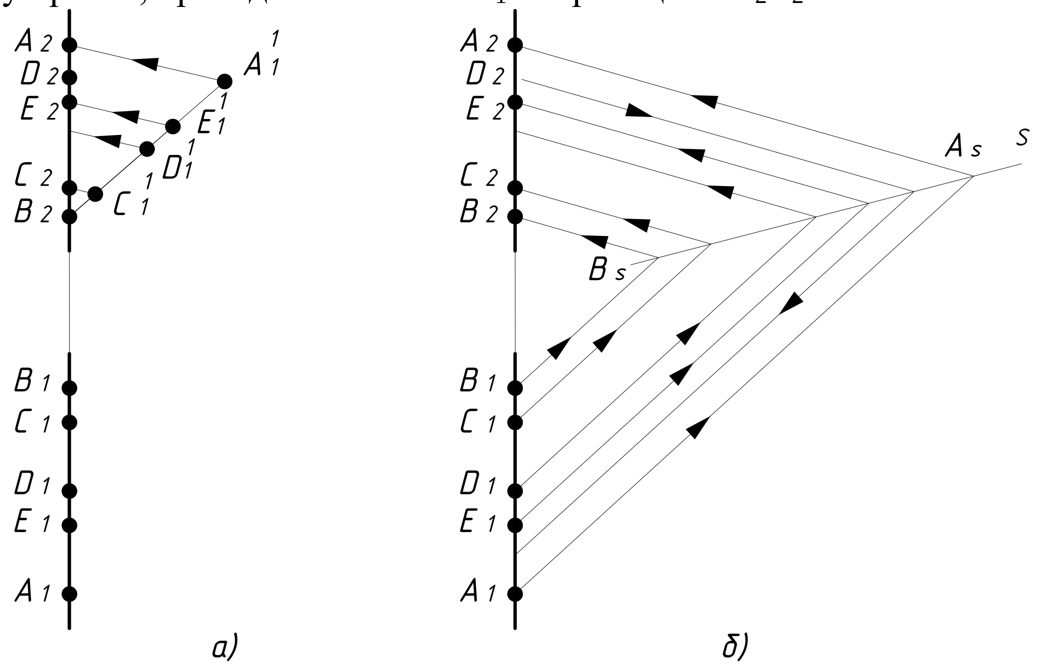


Рис. 5

Розв’язуємо цю ж задачу за допомогою прямої переломлення ***s*** (рис.5б).

Під довільним кутом до проекції A_1B_1 прямої AB з A_1 і B_1 проводимо дві паралельні прямі. Аналогічно проводимо паралельні прямі з B_2 і A_2. В перетині відповідних прямих отримаємо точки A_s і B_s. З’єднавши точки A_s

і B_s, отримаємо пряму переломлення ***s***, яка дає можливість за однією проекцією точки, що належить профільній прямій, побудувати другу її проекцію, а також перевірити належність точок до профільної прямої.

З Рис. 5б бачимо, що точка C належить відрізку AB, оскільки її проекції відповідно ділять проекції відрізка прямої в одному і тому ж відношенні, що є доказом належності точки прямій. Точка D не належить відрізкові AB, оскільки проекція D_2 не лежить у точці перетину ламаної лінії зв'язку з проекцією A_2B_2.

1.3. Взаємне розміщення двох прямих у просторі

Дві прямі в просторі можуть перетинатися, бути паралельними або перехресними (мимобіжними.)

<u>Приклад 4</u>

Дано: пряму ^0AB (-40;-10; 20) і точку C, віднесену до точки ^0A. ^0AC (15;-15;10). Потрібно:

– побудувати дві проекції прямої ^0AB і точки C;

– через точку C провести: а) пряму ***l***, паралельну прямій ^0AB; б) пряму ***m*** що перетинається з прямою ^0AB; в) пряму ***n***, мимобіжну до прямої ^0AB (рис.6).

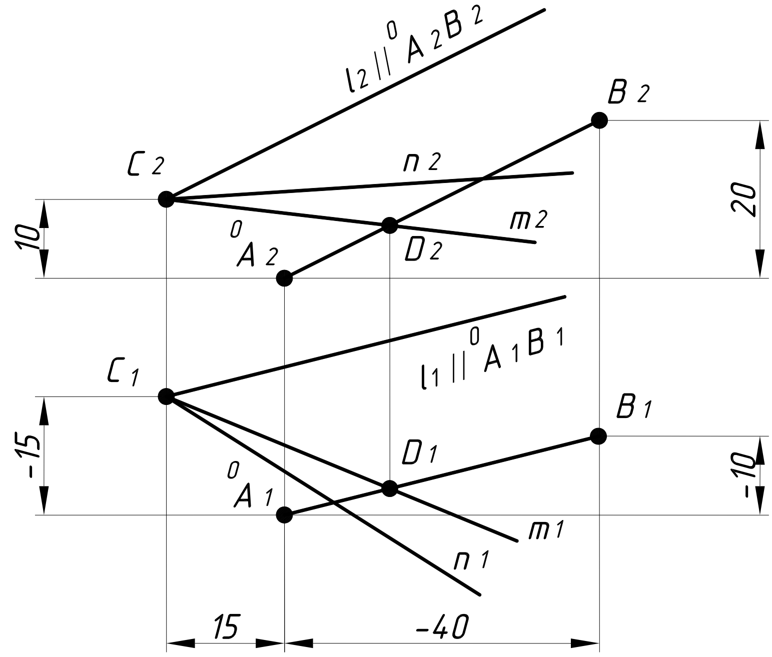


Рис. 6

Розв'язування

За довільними координатами будуємо проекції $^0A_1$ і $^0A_2$ точки ^0A (рис.6). За відносними координатами будуємо проекції B_1 і B_2 точки B.

Проекція B_1 буде праворуч від $^0A_1$ на 40 і вище від неї на 10 мм, а проекція B_2 також буде праворуч від $^0A_2$ на 40 і вище від неї на 20 мм.

З’єднавши $^0A_1$ і B_1 та $^0A_2$ і B_2, отримаємо проекції відрізка ^0AB. Точку C будуємо за відносними координатами аналогічно.

Через побудовані проекції C_1 і C_2 проводимо відповідні проекції прямих ***l***, ***m*** і ***n***, побудова яких зрозуміла з рис. 6.

В даній задачі пряма ***l*** паралельна відрізкові ^0AB. Прямі ***m*** і ^0AB мають спільну точкуD і є пересічними, а прямі ***n*** і ^0AB –мимобіжні.

1.4. Площина. Пряма і точка в площині

1.4.1. Площини, як і прямі, бувають загального й окремого положення. Площину, похилу до всіх площин проекцій, називають площиною загального положення.

До площин окремого положення відносяться площини, перпендикулярні (проектуючі) і паралельні (рівня) до однієї з площин проекцій. Площини окремого положення проектуються в пряму на ту площину проекцій, до якої вони перпендикулярні (їхні проекції вироджуються в пряму). Вказані площини мають збірні властивості, які полягають у тому, що всі плоскі геометричні елементи, які знаходяться в них, проектуються на проекції вироджених площин.

1.4.2. Пряма належить площині, якщо вона має з площиною дві спільні точки (в тому числі сліди прямої). Пряма належить площині, якщо вона проходить через одну точку площини і паралельна прямій, яка лежить у цій площині. Точка належить площині тоді, коли вона лежить на прямій, яка належить площині.

Приклад 5

Площина загального положення задана трикутником ABC і дано по одній проекції (E_1 і D_2) двох точок E і D, які належать заданій площині (рис. 7).

Користуючись горизонталлю і фронталлю, побудувати другі проекції цих точок. Через задані точки E і D провести пряму ***l*** (на епюрі).

Розв’язування

Для визначення горизонтальної проекції D_1 точки D через задану фронтальну проекцію D_2 проводимо фронтальну проекцію h_2 горизонталі h даної площини, яка дасть фронтальні проекції 3_2 і 4_2 двох спільних із площиною точок 3 і 4. За допомогою ліній зв’язку визначаємо проекції точок 3_1 і 4_1, через які проводимо горизонтальну проекцію h_1 горизонталі h. Прямим проектуванням знаходимо горизонтальну проекцію на D_1 горизонталі h.

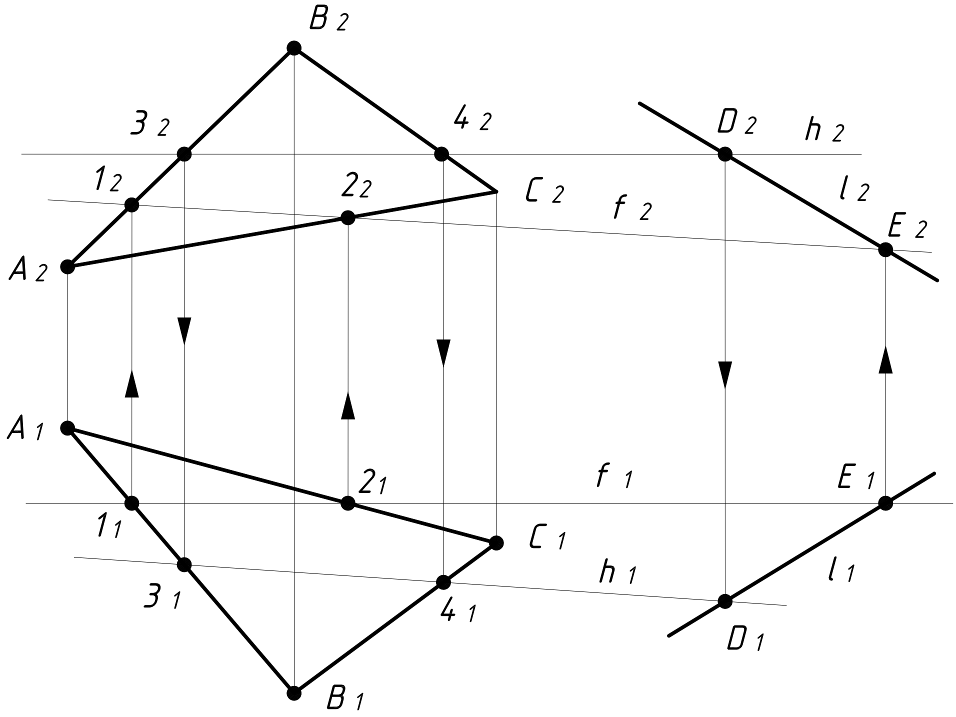


Рис. 7

Аналогічно визначаємо фронтальну проекцію E_2 точки E, використавши для побудови фронталь f. Горизонтальну проекцію f_1 проводимо через E_1. Через D_1 E_1 проводимо горизонтальну проекцію $\boldsymbol{l_1}$, а через D_2 і E_2 – фронтальну проекцію $\boldsymbol{l_2}$ шуканої прямої $\boldsymbol{l}$.

1.5. Проектування плоских фігур

Проектування плоских фігур грунтується на положеннях про належність прямої і точки площині.

Приклад 6

Задано площину $\boldsymbol{\alpha}$ прямими $\boldsymbol{l}$ і $\boldsymbol{m}$, які перетинаються і фронтальну проекцію $A_2B_2C_2$ трикутника ABC, який належить площині $\boldsymbol{\alpha}$. Побудувати горизонтальну проекцію трикутника $A_1B_1C_1$ (рис. 8).

Для побудови другої проекції фігури, яка належить площині, користуємося горизонталями, фронталями, або прямими загального положення площини.

Розв'язування

Для побудови другої проекції трикутника використовуємо горизонталь h і пряму загального положення k площини. Спочатку будуємо фронтальні проекції горизонталі h і прямої k (h_2 і k_2) площини, а потім – горизонтальні їх проекції (h_1 і k_1). За допомогою ліній зв'язку будуємо горизонтальну проекцію $A_1B_1C_1$ трикутника ABC.

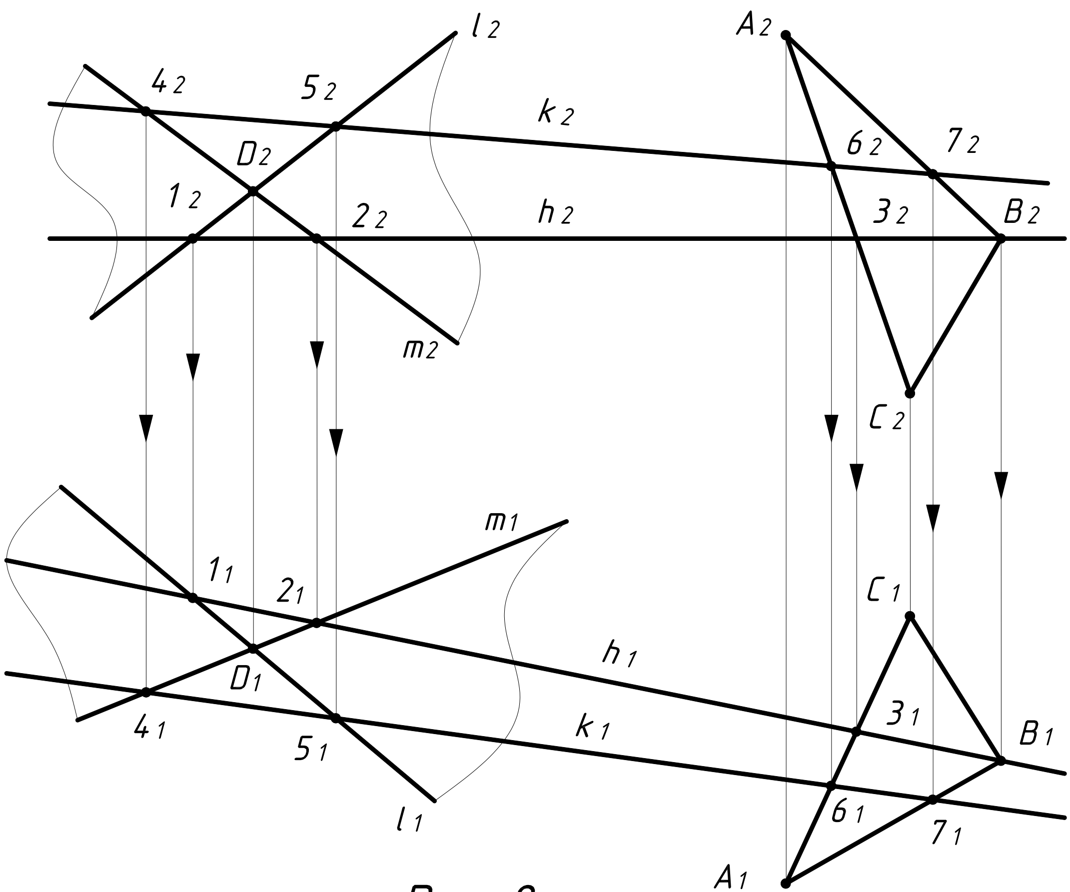


Рис. 8

1.6. Перетин прямої з площиною (перша основна позиційна задача). Визначення видимості на епюрі

Для знаходження точки перетину прямої з площиною через пряму проводять допоміжну січну площину (в більшості випадків проектуючу). Знаходять лінію перетину цих площин, яка перетинає задану пряму в шуканій точці.

Приклад 7

Побудувати точку перетину прямої ***l*** з площиною $\alpha(a \cap b = D)$ та визначити видимість (рис.9).

Розв'язування

Через пряму ***l*** проводимо допоміжну січну площину β (у прикладі – фронтально - проектуюча площина).

Знаходимо лінію перетину MN площин, на якій і буде лежати точка K перетину прямої з площиною. Побудова зрозуміла з рис.9. Для визначення видимості прямої ***l*** на фронтальній проекції відносно площини $\alpha(a \cap b = D)$ розглянемо точки $M \subset \alpha$ і $L \subset l$, фронтальні проекції яких співпадають ($M_2 \equiv L_2$) тому, що лежать на одній проектуючій прямій $LM \perp \Pi_2$. Коли дивитися по стрілці A, то за горизонтальними проекціями цих точок можна бачити, що точка L більш віддалена від площини Π_2, ніж точка M. Це означає, що на фронтальній проекції точка L буде видимою. Отже, і пряма ***l*** буде видимою на фронтальній площині проекцій до перетину її з площиною ***α*** в точці К. Далі пряма буде невидима. Аналогічно визначаємо видимість прямої ***l*** на горизонтальній площині проекцій.

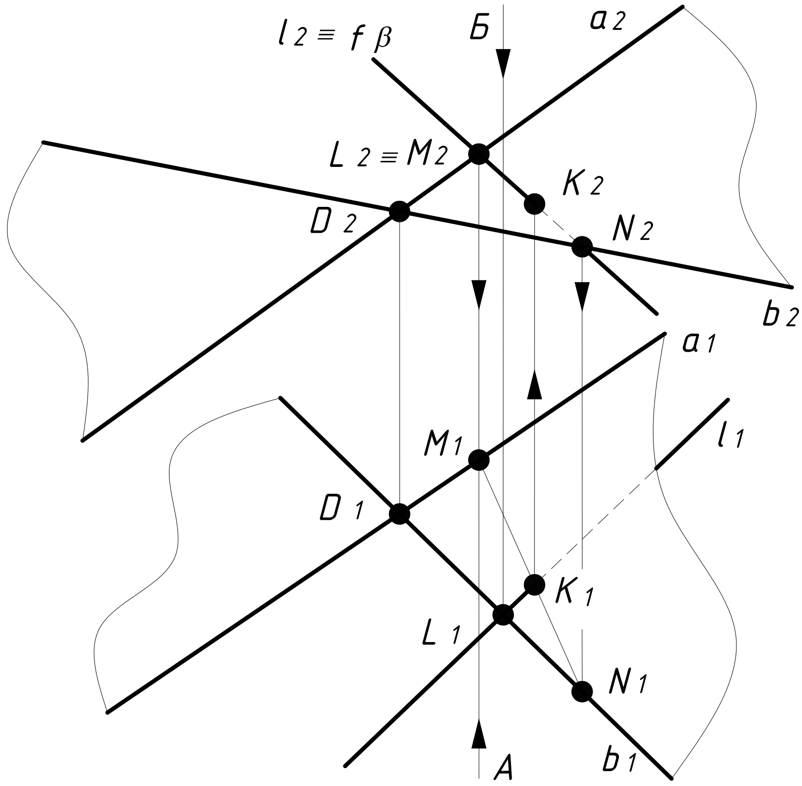


Рис. 9

1.7. Взаємний перетин площин (друга основна позиційна задача)

Дві площини перетинаються між собою по прямій лінії. Для побудови лінії їх перетину застосовують допоміжні січні площини Знаходять дві спільні точки для заданих площин, через які проводять шукану лінію перетину.

Приклад 8

Побудувати лінію перетину плоских фігур і визначити видимість (заштрихувати видиму частину однієї з них).

На рис.10 пряма MN перетину плоских фігур побудована за точками перетину сторони AB трикутника ABC з площиною трикутника DEF і сторони EF трикутника DEF з площиною трикутника ABC.

Допоміжну горизонтально-проектуючу площину ***α*** (h_{α}) проведено через AB, вона перетинає площину трикутника DEF по прямій 1-2. В перетині фронтальних проекцій прямих AB і 1-2 отримано фронтальну проекцію M_2 точки перетину M прямої AB з трикутником DEF. За допомогою лінії зв'язку знайдено горизонтальну проекцію M_1.

Аналогічно знайдено і точку N за допомогою площини $\boldsymbol{\beta}$ (h_β). Видимість визначено на основі тих же міркувань, які мали місце в прикладі 7 (рис.9).

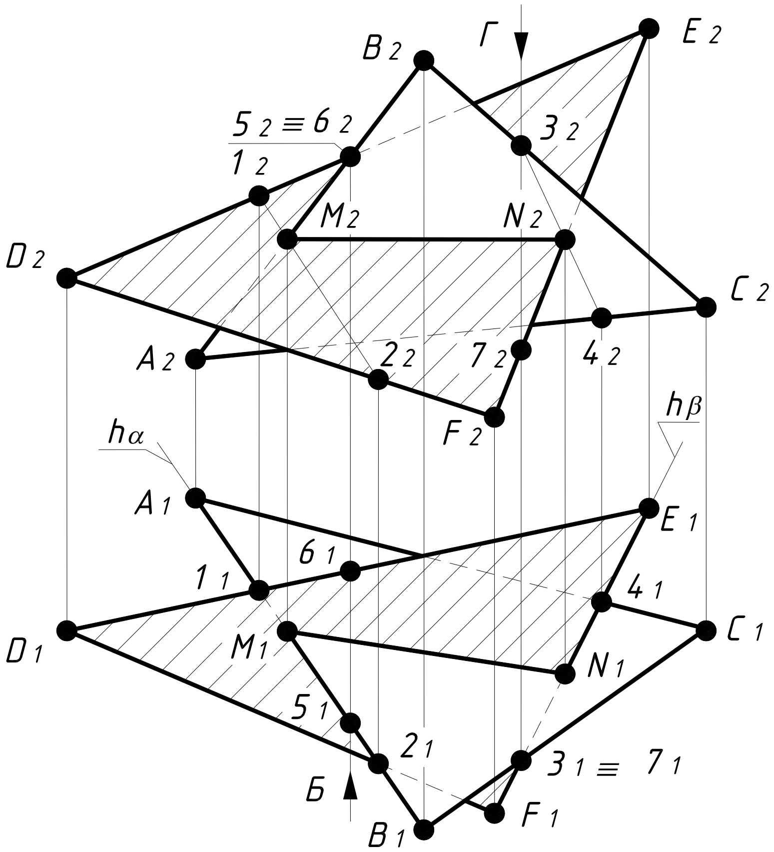


Рис. 10

<u>Приклад 9.</u>

Побудувати лінію перетину двох площин $\boldsymbol{\alpha}$ і $\boldsymbol{\beta}$, заданих двома прямими, що перетинаються $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{a} \cap \boldsymbol{b} = \boldsymbol{B})$ і $\beta(\boldsymbol{c} \cap \boldsymbol{d} = \boldsymbol{D})$. Через дану точку А провести пряму, паралельну побудованій лінії перетину MN (рис. 11).

Для знаходження лінії MN перетину даних площин $\boldsymbol{\alpha}$ і $\boldsymbol{\beta}$ проводимо дві горизонтально-проектуючі площини $\boldsymbol{\sigma}$ (h_σ) і $\boldsymbol{\tau}$ (h_τ), які перетинають площини $\boldsymbol{\alpha}$ і $\boldsymbol{\beta}$ по прямих $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$. Точки перетину прямих $\boldsymbol{k}$ і $\boldsymbol{l}$ та $\boldsymbol{m}$ і $\boldsymbol{n}$ відповідно позначимо М (M_1, M_2) і N(N_1, N_2). Точки М і N одночасно належать трьом площинам. Точка М належить площинам $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ і $\boldsymbol{\tau}$, а точка N – площинам $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ і σ. Це означає, що пряма, яка проходить через точки М і N і буде шуканою лінією перетину двох даних площин. Через дану точку А проводимо пряму p, паралельну прямій MN, тобто $p_1 \parallel M_1N_1$ і $p_2 \parallel M_2N_2$. Оскільки пряма p паралельна лінії перетину MN двох площин, то вона паралельна двом заданим площинам $\boldsymbol{\alpha}$ і $\boldsymbol{\beta}$.

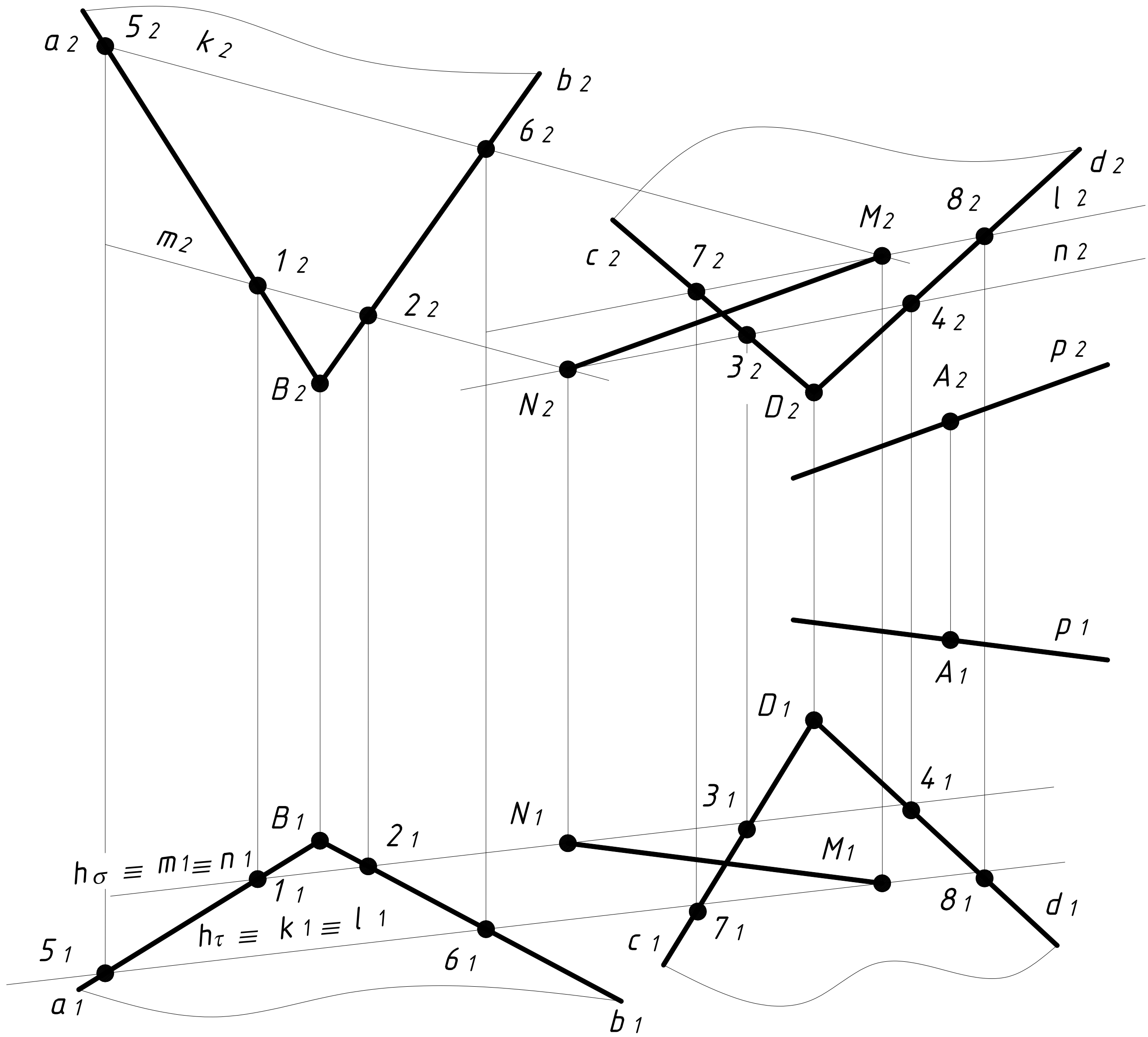


Рис. 11

Взірці виконання графічних робіт до завдання № 1 наведені на рис. 12 і 13, а варіанти завдань подані у додатку.

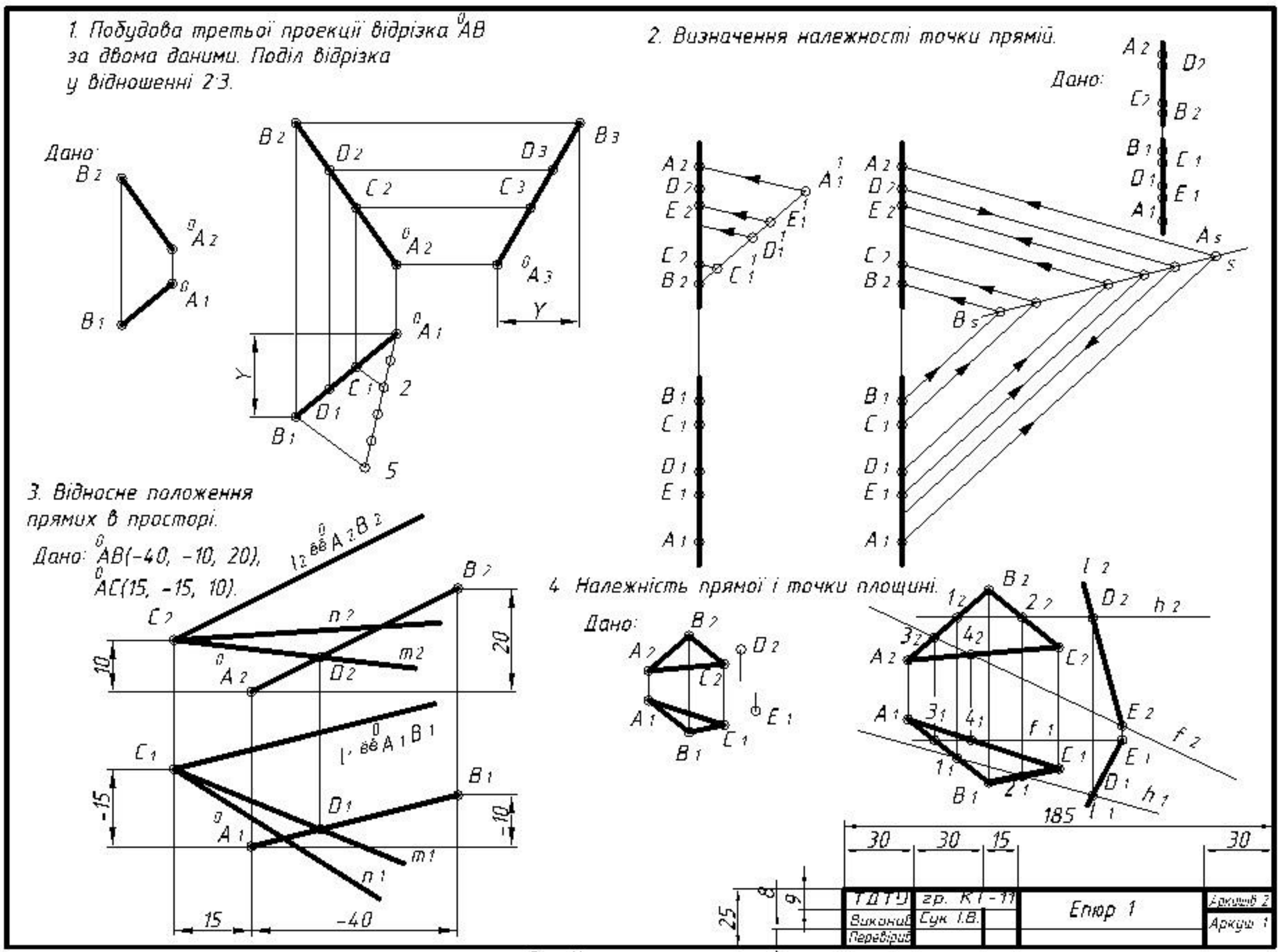

1. Побудова третьої проекції відрізка AB
за двома даними. Поділ відрізка
у відношенні 2:3.
Дано:
2. Визначення належності точки прямій.
Дано:
3. Відносне положення
прямих в просторі.
Дано: AB(-40, -10, 20),
AC(15, -15, 10).
4. Належність прямої і точки площині.
Дано:
ТДТУ
гр. КІ-11
Виконав
Сук І.В.
Перевірив
Епюр 1
Аркушів 2
Аркуш 1

Рис.12

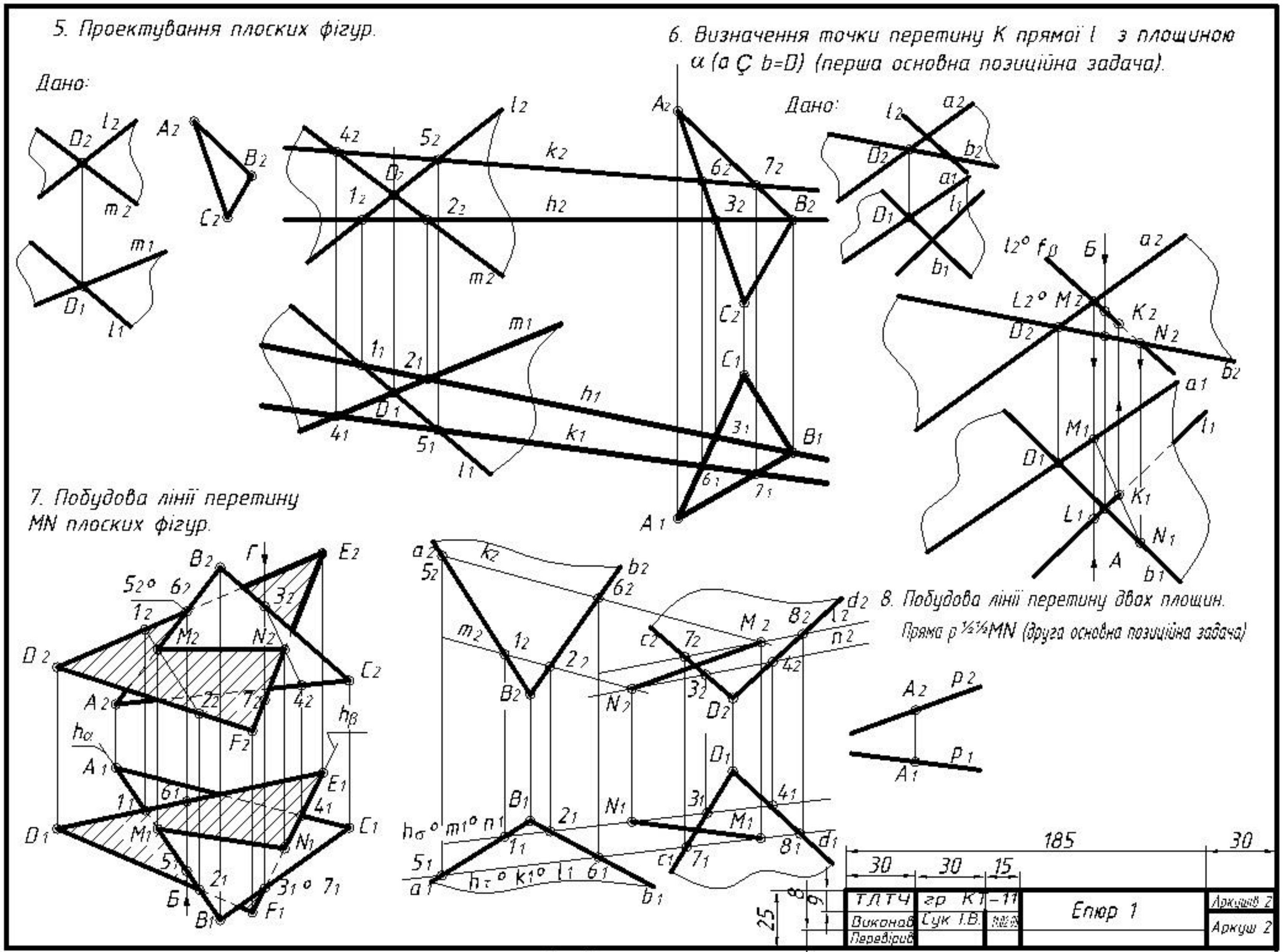

5. Проектування плоских фігур.
Дано:
6. Визначення точки перетину K прямої l з площиною α (a Ç b=D) (перша основна позиційна задача).
Дано:
7. Побудова лінії перетину MN плоских фігур.
8. Побудова лінії перетину двох площин.
Пряма p ½½MN (друга основна позиційна задача)
ТДТЧ
гр КТ-11
Виконав
Сук І.В.
Перевірив
Епюр 1
Аркушів 2
Аркуш 2
185
30
15
25

Рис.13

2.МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Завдання № 1 складається з розв’язування восьми позиційних задач. У першому розділі відповідно було розглянуто 9 прикладів типових позиційних задач, які рекомендується опрацювати до того, як приступити до виконання завдання.

Всі 8 позиційних задач слід виконати на двох аркушах креслярського паперу формату А3 (297х420), олівцем, за допомогою креслярських інструментів.

На аркуші № 1 виконати задачі від 1 до 4 (рис. 12), а на аркуші № 2 від 5 до 8 (рис. 13).

2.1. Порядок виконання роботи

Графічну частину роботи слід оформити згідно з вимогами, викладеними в ГОСТах “Єдина система конструкторської документації”. Умови задачі писати стандартними шрифтом розміром 5 або 3,5 згідно з ГОСТом 2.304-80 (“Шрифти креслярські”). Оформлення креслень написами і цифрами виконувати розміром шрифту 3.5. Товщина і типи ліній повинні відповідати ГОСТу 2.303-63 (“Лінії”). При побудові слід користуватись олівцем твердості 2Т або Т. При обведенні – олівцем ТМ або М. Рекомендуються такі товщини ліній: суцільна основна (контурна лінія) – товщиною 0,6…0,8 мм; суцільна тонка лінія (лінія побудови) – 0,2…0,3 мм.

У “Додаток” винесені таблиці індивідуальних завдань. Схеми й числові дані для виконання завдання брати згідно з номером варіанта в нижче вказаних таблицях. У схемах, у взятих із таблиць, допускається збільшення відстаней між даними проекціями креслень залежно від складності креслення й місця на аркуші. Варіантом у таблиці вважається той номер, який відповідає номерові запису прізвища студента в журналі групи. Роботи, виконані за чужим варіантом, не будуть зараховані. Кожну графічну роботу спочатку виконувати в тонких лініях, наносити позначення і розміри геометричних образів. Остаточне обведення м’яким олівцем виконувати тільки після ретельної перевірки правильності виконання викладачем.

Кутовий штамп брати з рис. 12. Нижче подано умови задач, які загальні для всіх варіантів завдання.

2.2. Зміст графічних робіт. Умови до задач завдання

2.2.1. Аркуш № 1

Задача 1

За даними в таблиці 1 двома проекціями відрізка прямої АВ побудувати його третю проекцію. Поділити цей відрізок у відношенні 2:3. Схему збільшити в два рази.

Задача 2

Дано дві проекції (A_1B_1 і A_2B_2) профільної прямої АВ, на яких позначено по дві однойменні з ними проекції точок С і D і одна проекція точки Е, яка належить відрізкові АВ. Необхідно перевірити, чи точки С і D належать даному відрізкові АВ і побудувати другу (недостаючу) проекцію точки Е. Задачу розв'язати двома способами, наведеними в прикладі 3 розділу 1 (згідно з наведеним взірцем на рис. 12). Схему брати з таблиці 2 згідно зі своїм варіантом і збільшити в два рази.

Задача 3

За взятими з таблиці відносними координатами потрібно:

побудувати по дві проекції прямої АВ і точки С ;

через точку С провести:

а) пряму l, паралельну прямій АВ;

б) пряму m, що перетинається з прямою ^{0}AB;

в) пряму n, мимобіжну до прямої ^{0}AB.

Задача 4

На взятій з таблиці 4 схемі дано дві проекції площини і по одній різнойменній проекції D_2 і E_1 точок D і E , що належать цій площині. Потрібно побудувати другі (недостаючі) проекції точок D і E та провести через них пряму l.

Для побудови недостаючих проекцій точок слід використати горизонталь і фронталь площини. Схему слід збільшити в два рази.

2.2.2. Аркуш № 2

Задача 5

На взятій з таблиці 5 схемі побудувати недостаючу проекцію геометричної фігури (трикутник, чотирикутник і т.д.), яка належить даній площині. Схему збільшити в два рази.

Задача 6

На взятій з таблиці 6 схемі побудувати точку перетину прямої l з даною площиною та визначити видимість на епюрі. Схему збільшити в два рази.

Задача 7

На взятій з таблиці 7 схемі побудувати лінії перетину фігур і визначити видимість, заштрихувати видиму частину однієї з даних фігур. Схему збільшити в два рази.

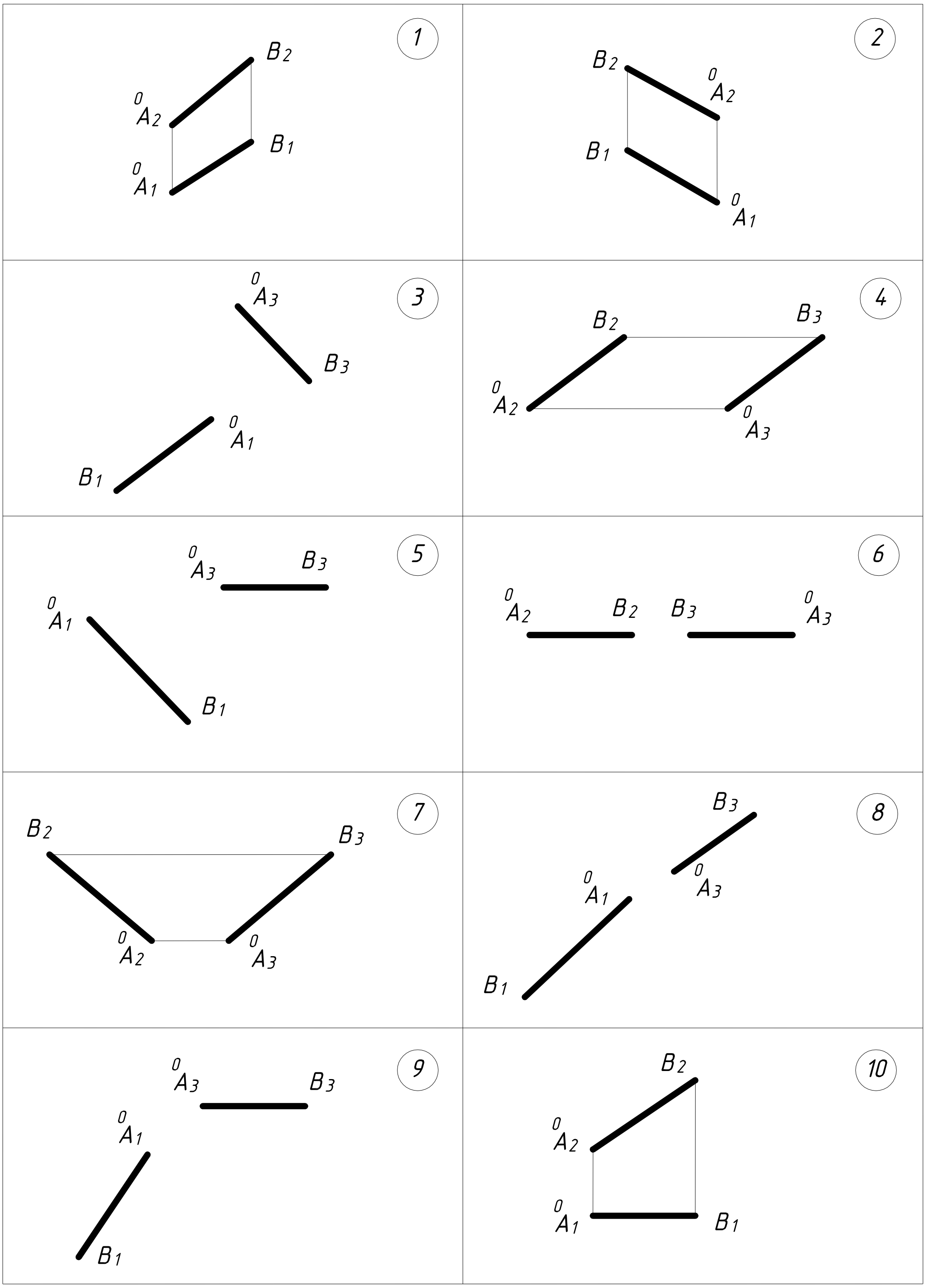
Задача 8

На взятій з таблиці 8 схемі, побудувати лінію перетину двох площин α і β. Через задану на схемі точку A провести пряму p, паралельну побудованій лінії перетину MN. Схему збільшити в два рази.

ДОДАТОК

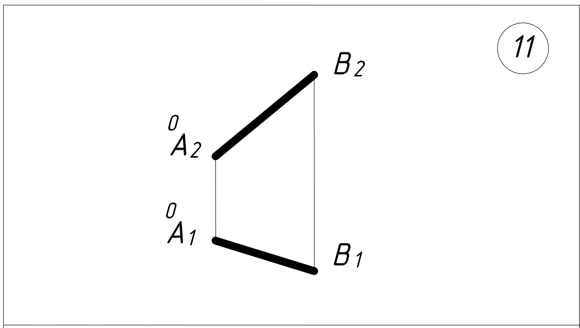
Таблиця 1

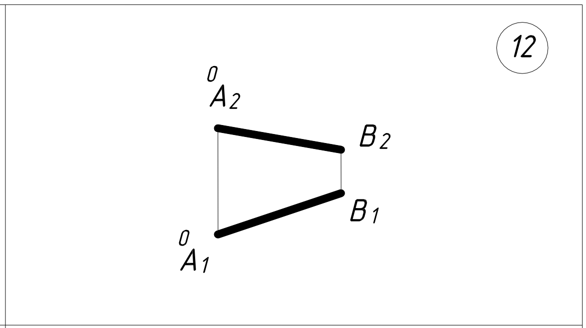
Варіанти завдань до задачі 1

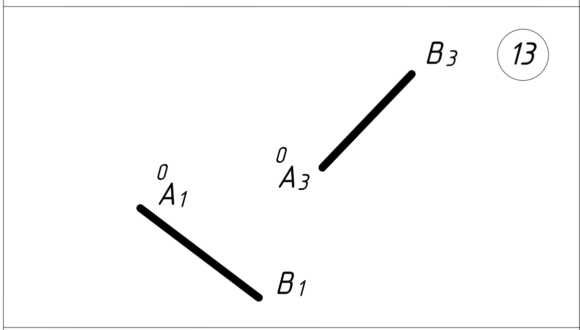


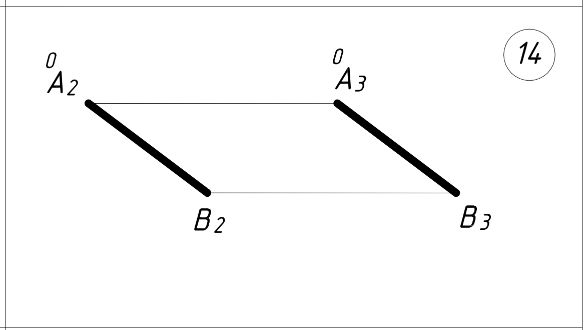
ДОДАТОК

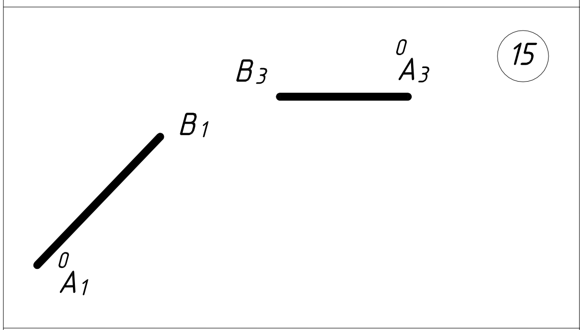
Продовження таблиці 1

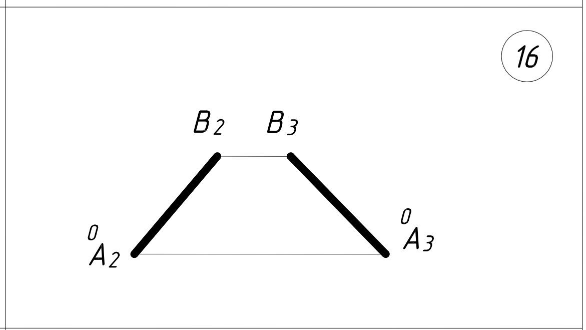


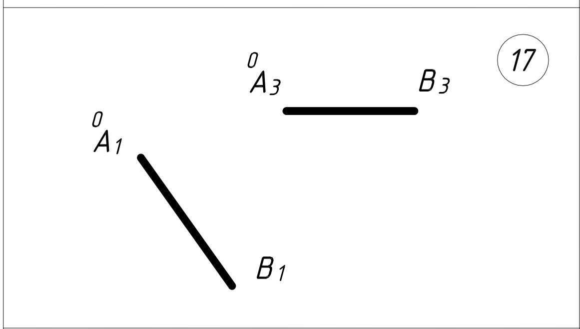


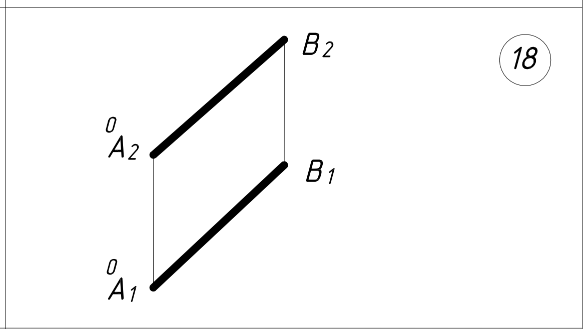


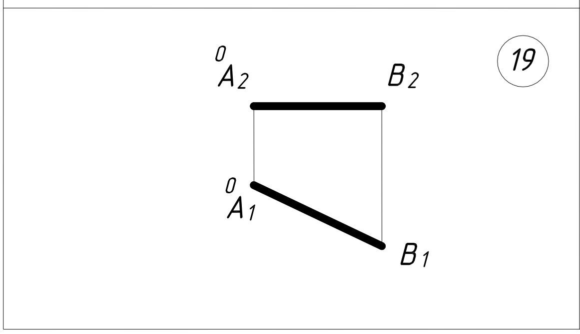


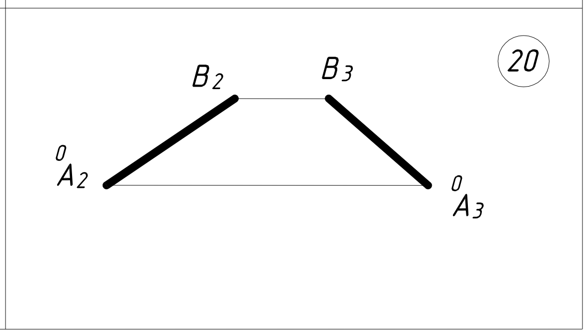






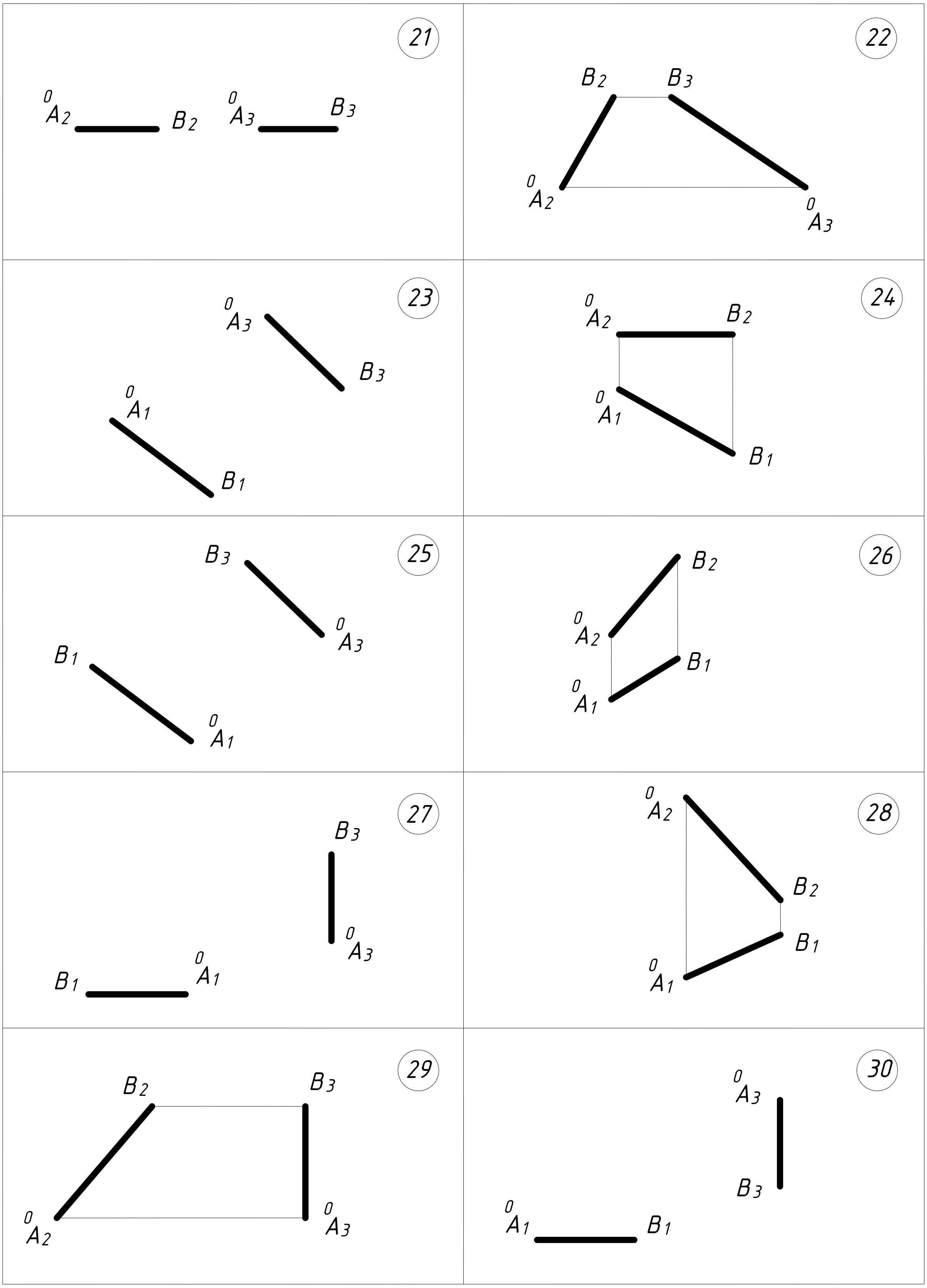






ДОДАТОК

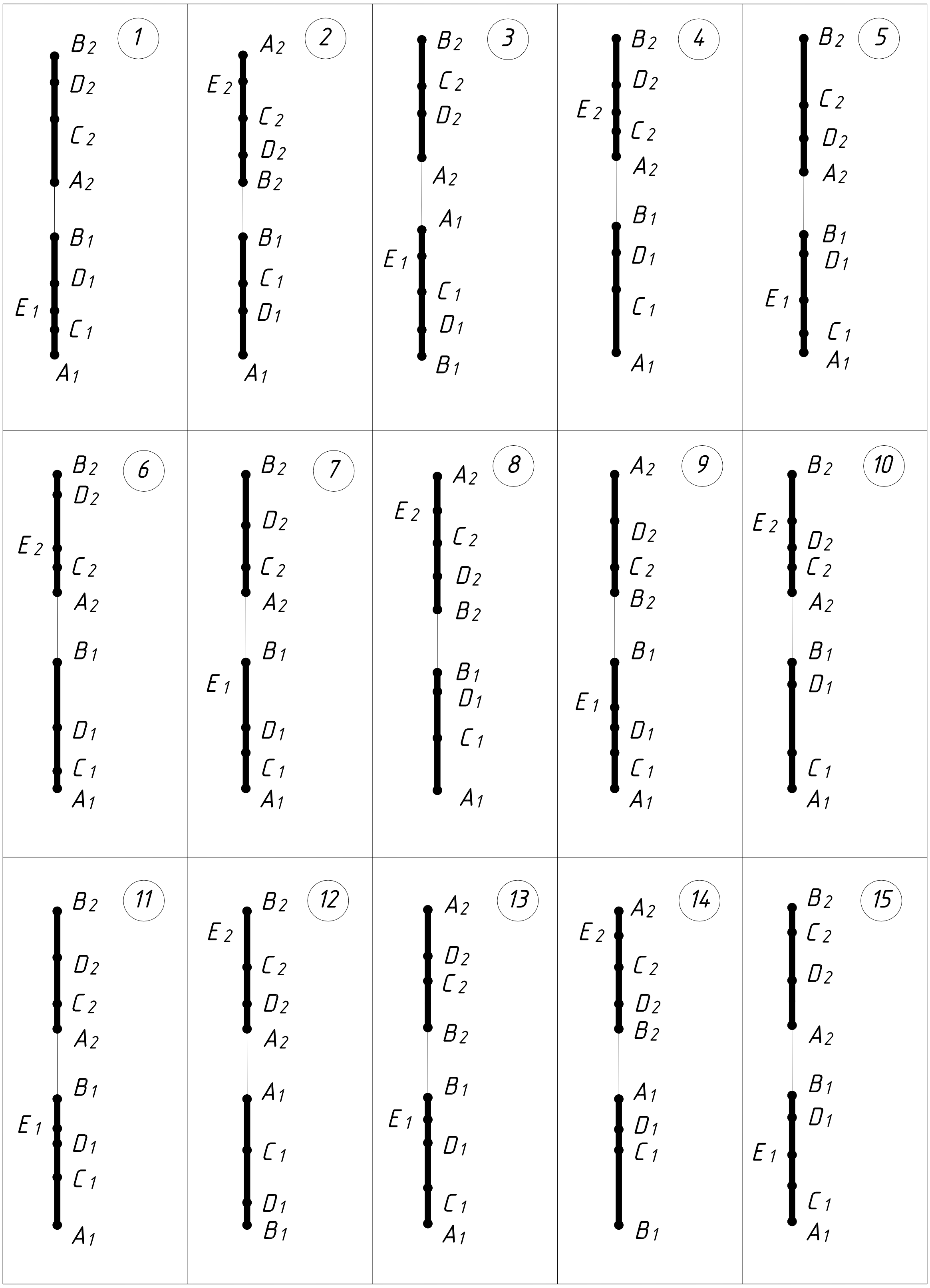
Продовження таблиці 1



ДОДАТОК

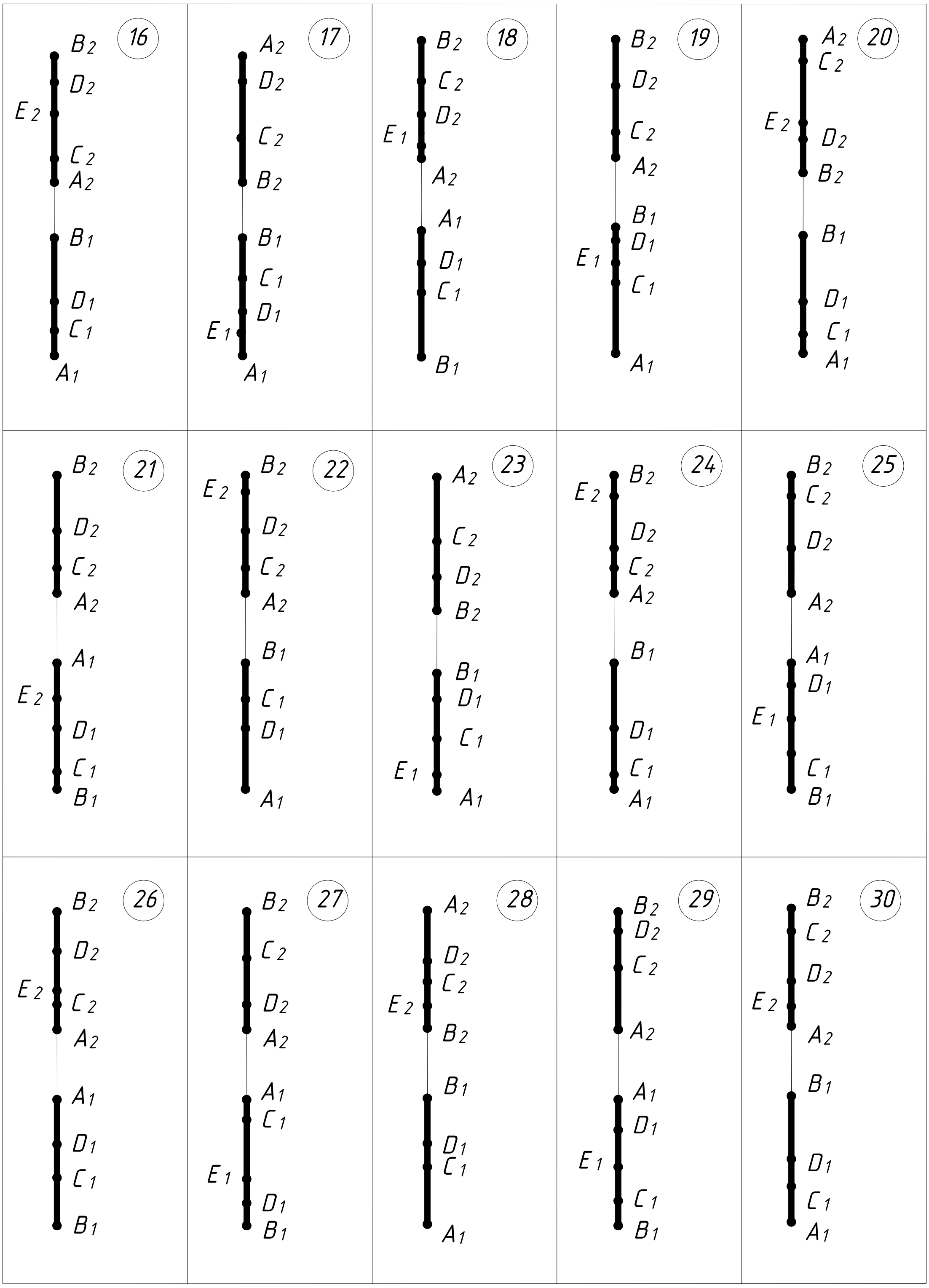
Таблиця 2

Варіанти завдань до задачі 2



ДОДАТОК

Продовження таблиці 2



Таблиця 3

Варіанти завдань до задачі 3

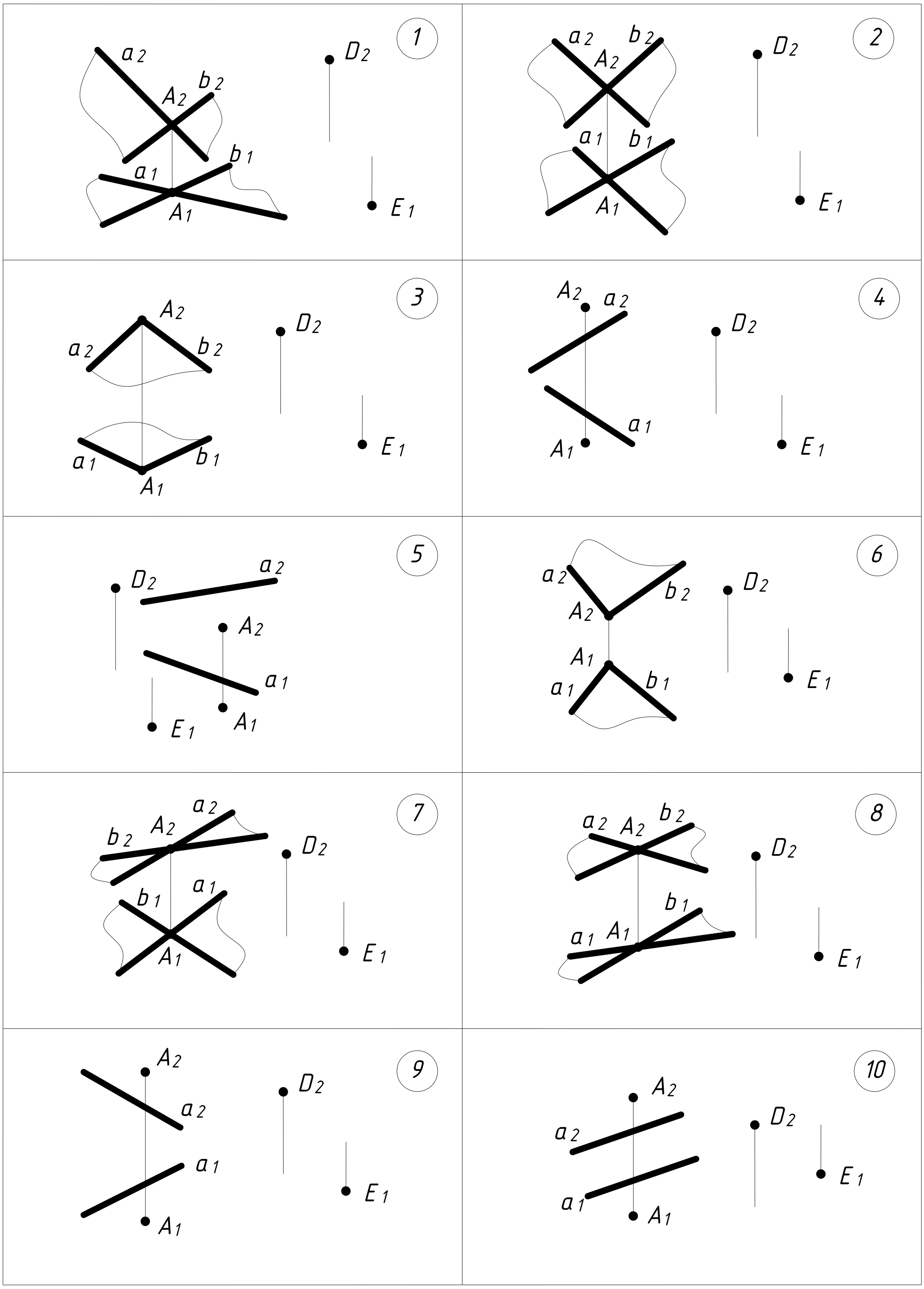
Варіан-ти	Точ-ки	Відносні координати точок В і С			Варіан-ти	Точки	Відносні координати точок В і С		
		X	*Y*	*Z*			X	Y	Z
1	B	20	-10	15	16	B	30	20	10
	C	-15	-5	10		C	20	0	0
2	B	-25	-10	10	17	B	40	-15	10
	C	-10	10	20		C	0	10	15
3	B	-30	15	-15	18	B	35	-20	-10
	C	-15	0	5		C	-15	-5	-10
4	B	30	20	10	19	B	-30	-15	15
	C	10	10	0		C	15	5	10
5	B	0	20	30	20	B	-35	15	-10
	C	-20	10	10		C	-15	0	10
6	B	35	0	15	21	B	40	-15	10
	C	-15	-10	10		C	25	10	0
7	B	30	10	0	22	B	-30	10	-20
	C	-10	15	5		C	20	-10	15
8	B	40	10	10	23	B	45	-15	10
	C	20	10	10		C	-20	-5	10
9	B	-30	-15	-10	24	B	30	20	-20
	C	10	-10	-10		C	20	20	10
10	B	-35	20	-15	25	B	-40	-10	-15
	C	20	-5	15		C	-15	5	5
11	B	-25	15	20	26	B	40	15	20
	C	15	20	15		C	20	20	-25
12	B	45	-10	15	27	B	-35	15	15
	C	15	10	0		C	-15	-10	0
13	B	40	-15	-10	28	B	-40	5	-20
	C	20	0	10		C	-15	0	10
14	B	-40	-20	-15	29	B	25	20	20
	C	-30	-10	-5		C	-20	-10	15
15	B	-35	-15	-5	30	B	40	-15	10
	C	10	-5	-10		C	-10	0	10

Примітка. Координати точок В і С задані відносно точки ^{0}А. Проекції точки ^{0}А будують за довільними координатами.

ДОДАТОК

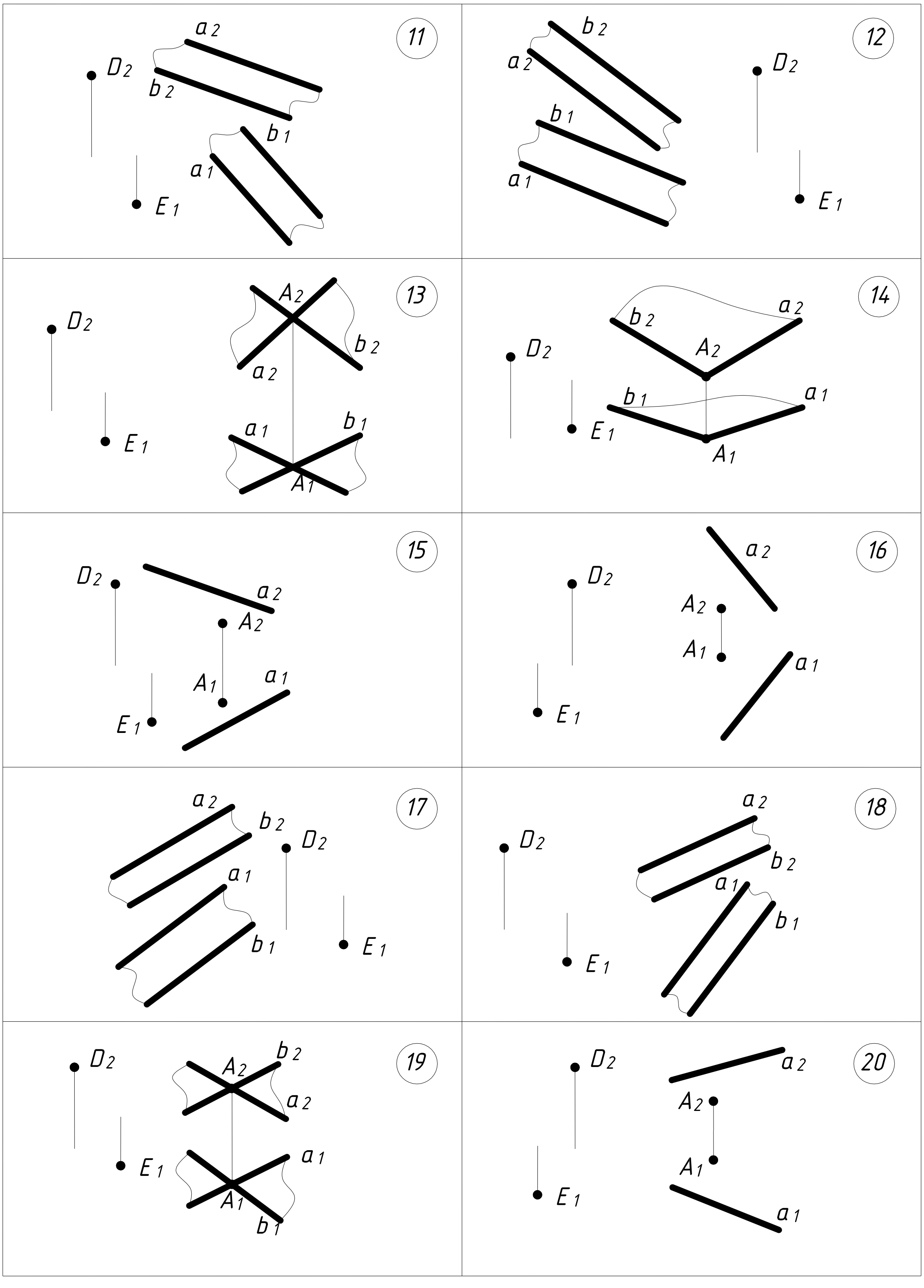
Таблиця 4

Варіанти завдань до задачі 4



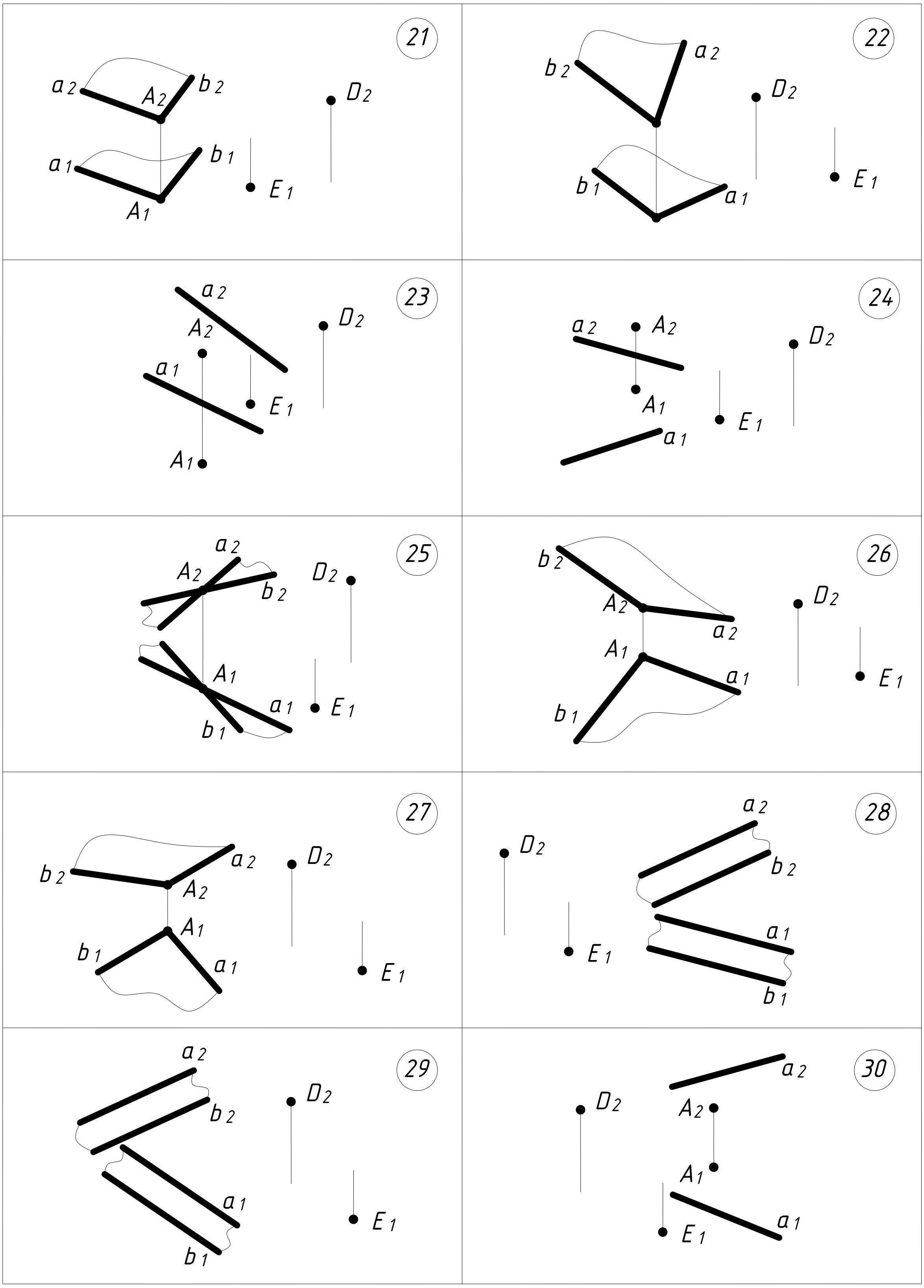
ДОДАТОК

Продовження таблиці 4



ДОДАТОК

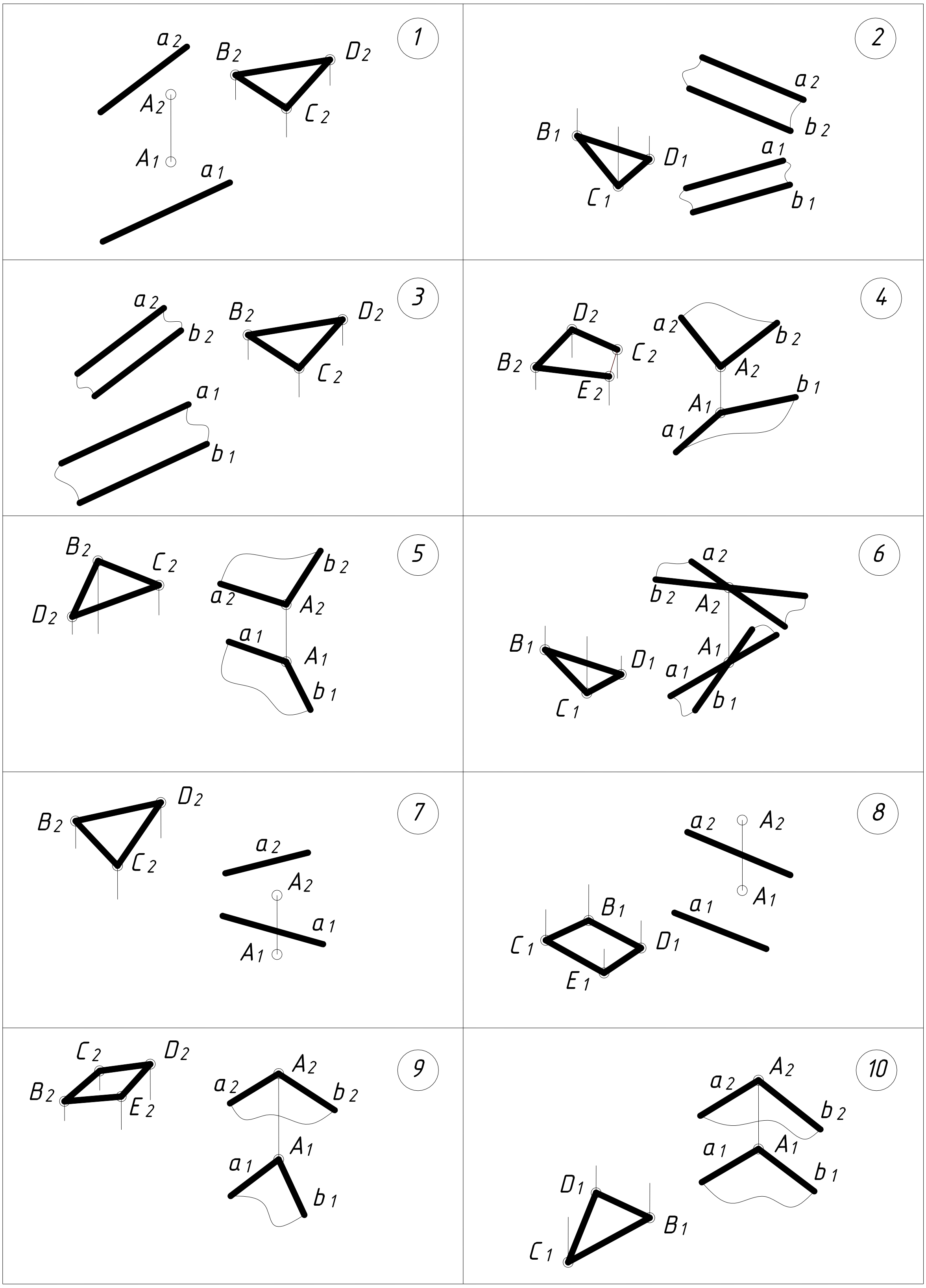
Продовження таблиці 4



ДОДАТОК

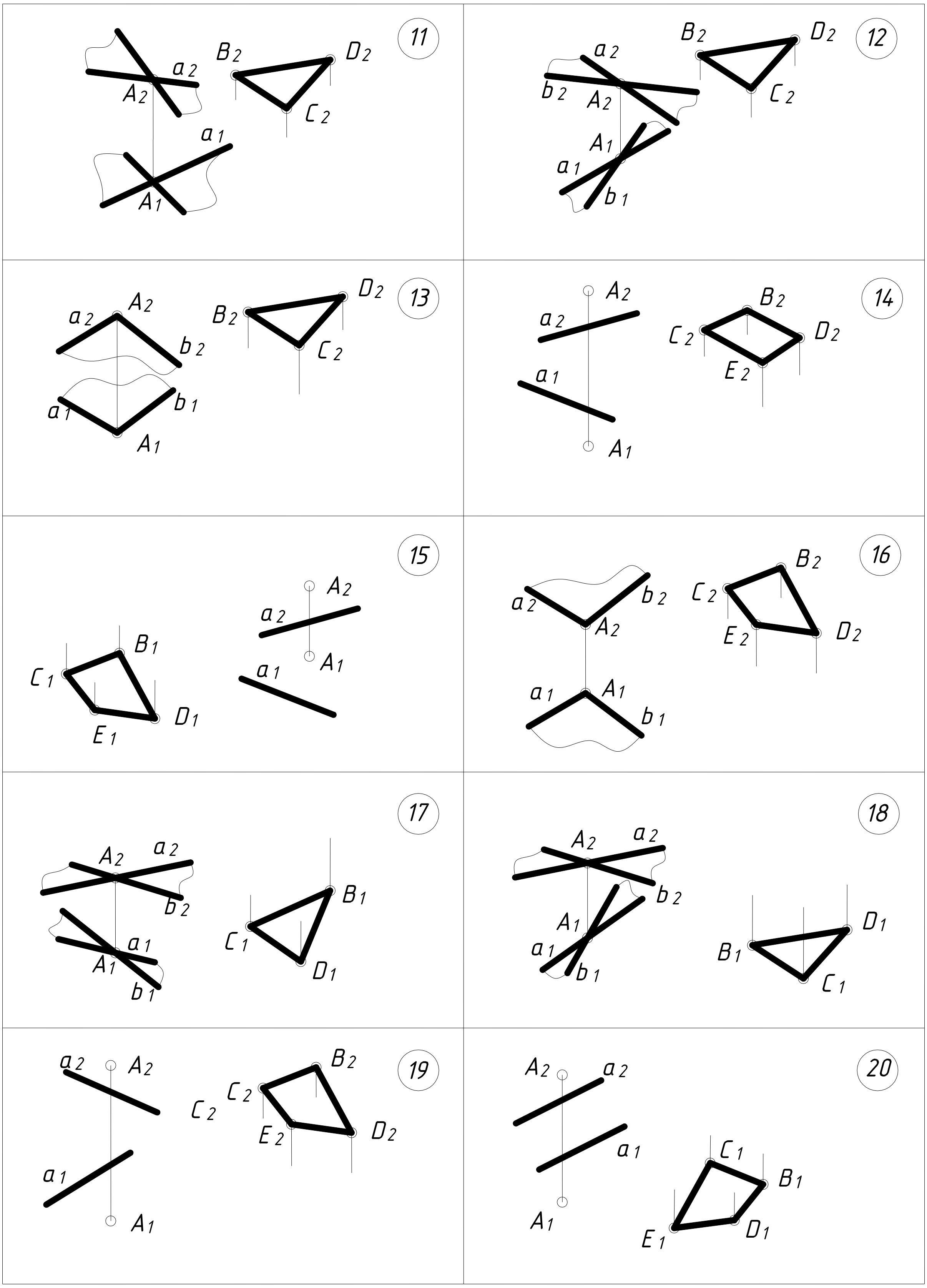
Таблиця 5

Варіанти завдань до задачі 5



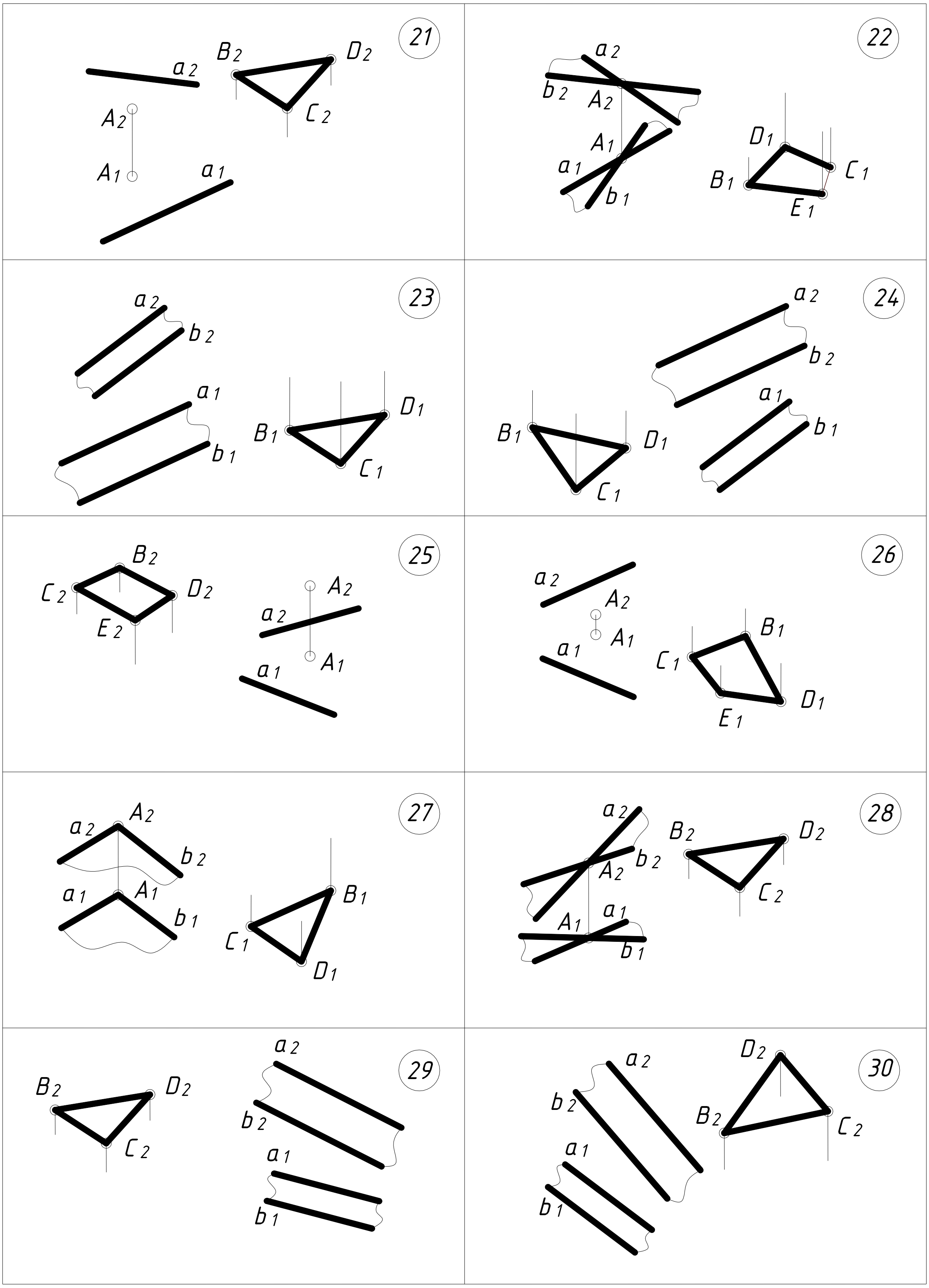
ДОДАТОК

Продовження таблиці 5



ДОДАТОК

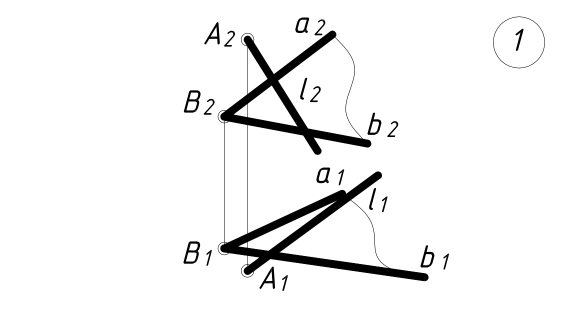
Продовження таблиці 5

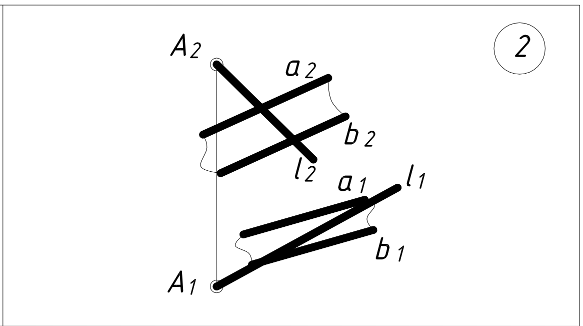


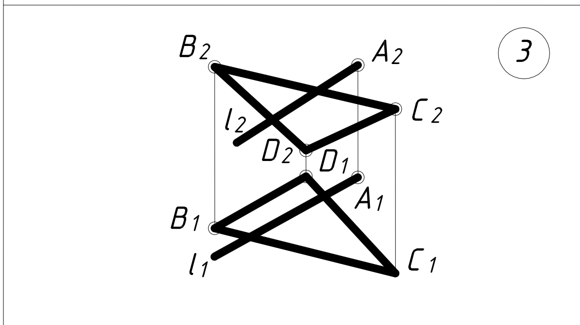
ДОДАТОК

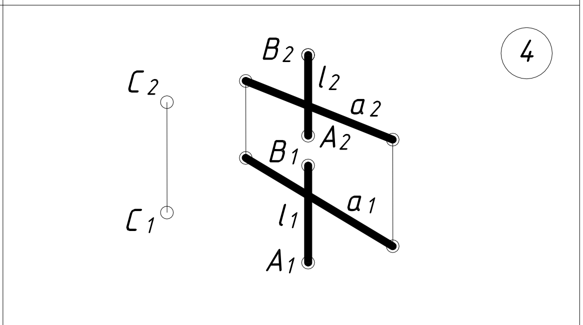
Таблиця 6

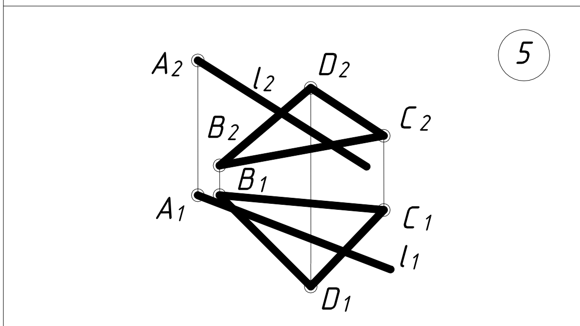
Варіанти завдань до задачі 6

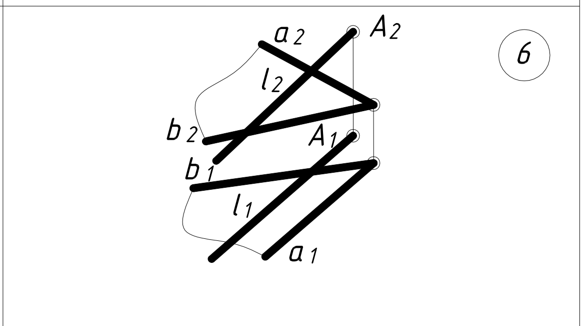


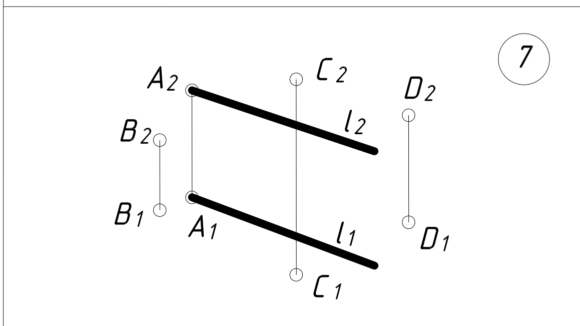


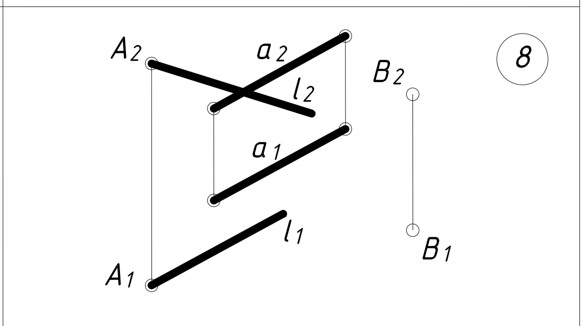


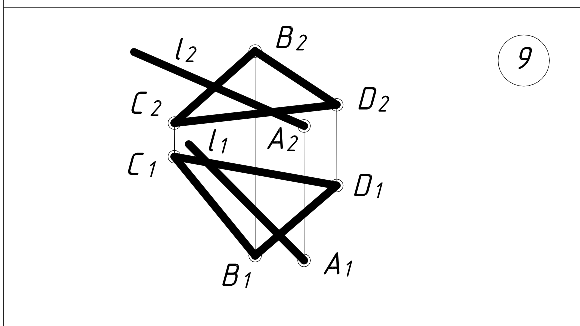


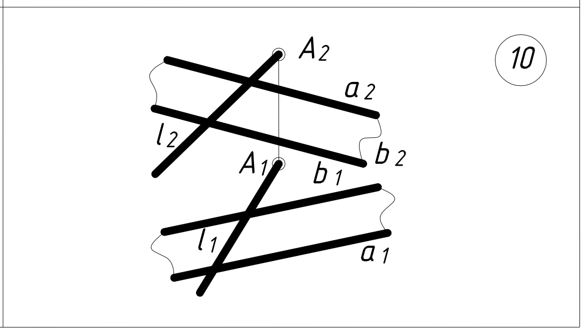






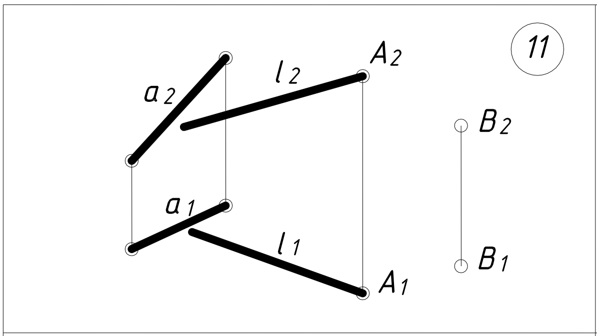


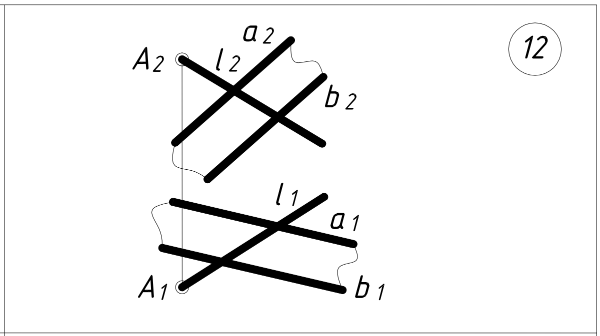


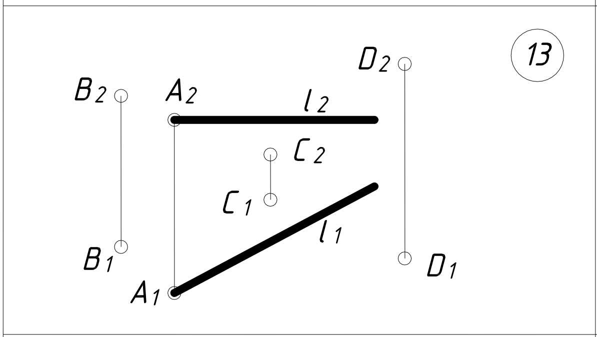


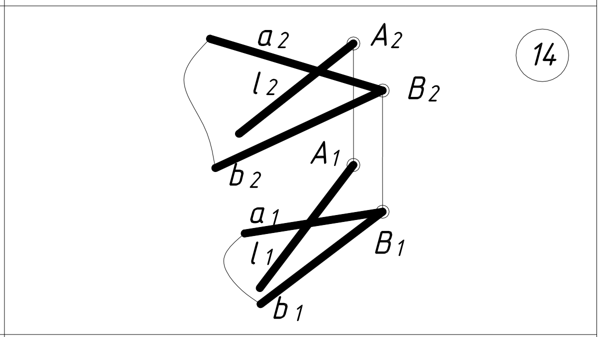
ДОДАТОК

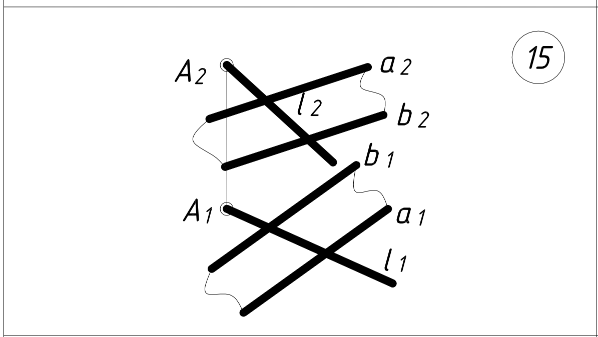
Продовження таблиці 6

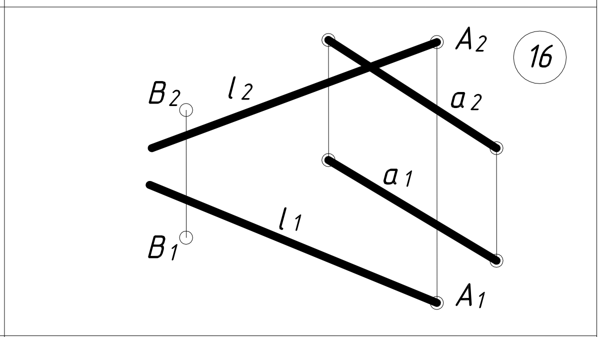


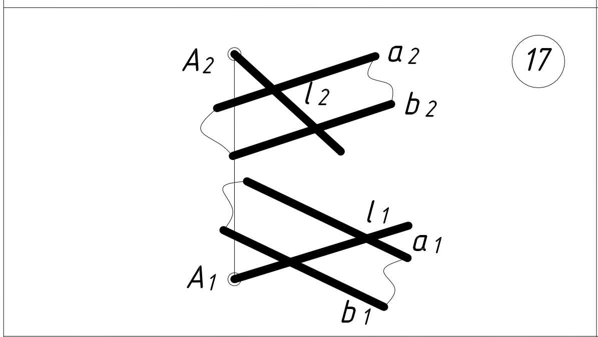


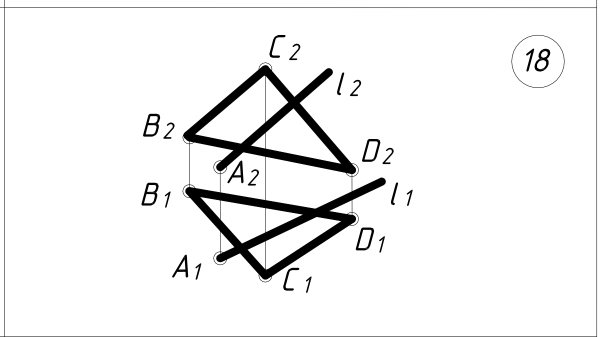


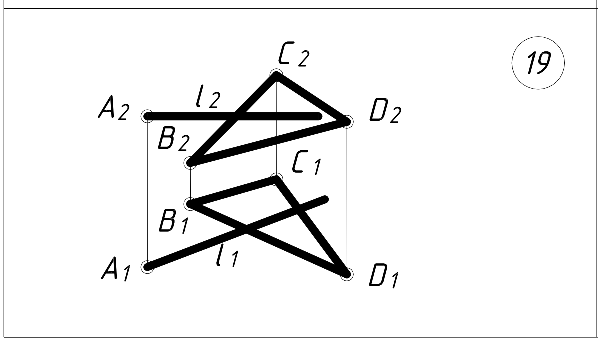


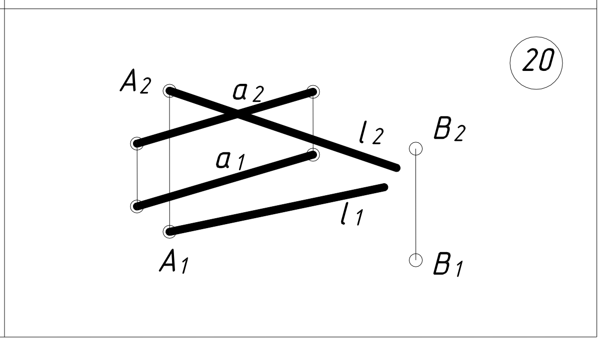








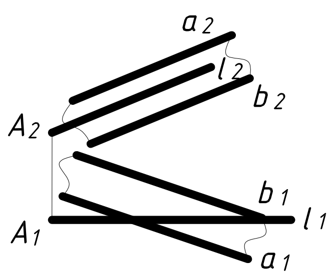




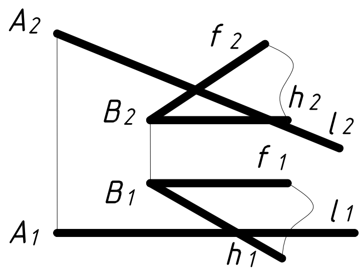
ДОДАТОК

Продовження таблиці 6

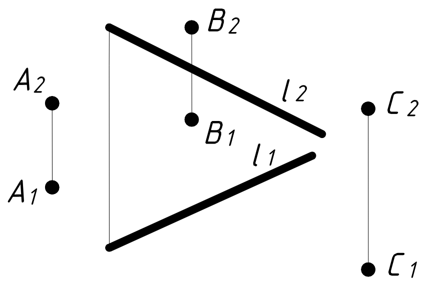
21



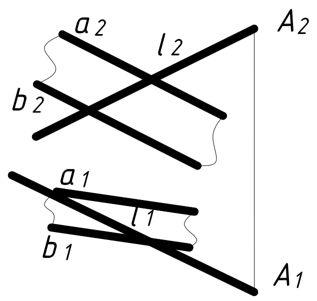
22



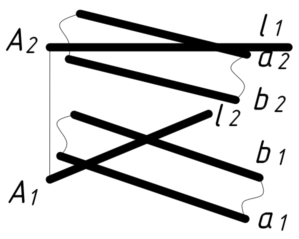
23



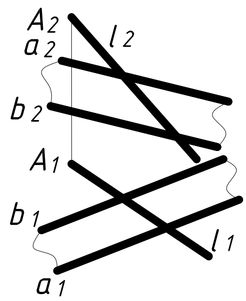
24



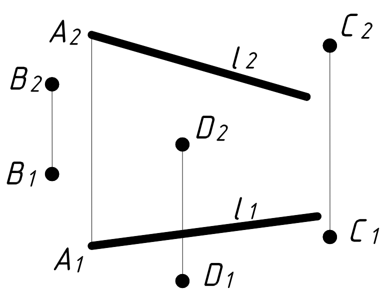
25



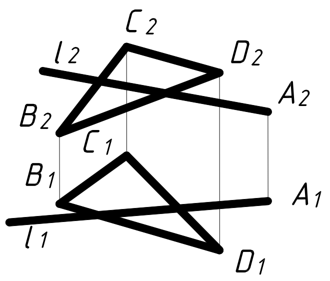
26



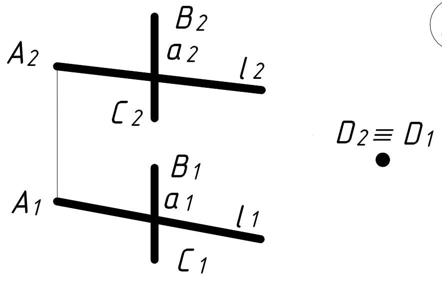
27



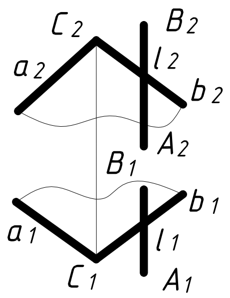
28



29



30

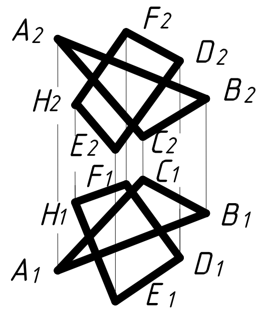


ДОДАТОК

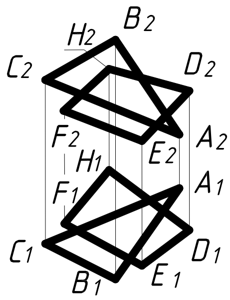
Таблиця 7

Варіанти завдань до задачі 7

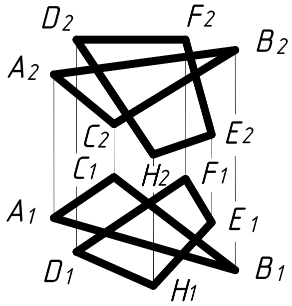
1



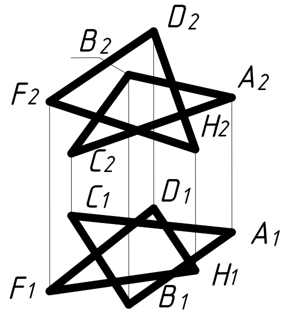
2



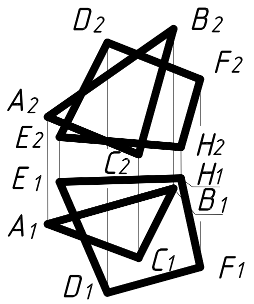
3



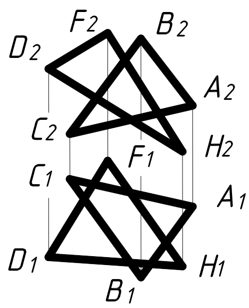
4



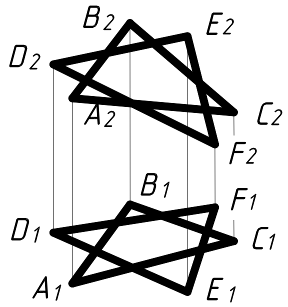
5



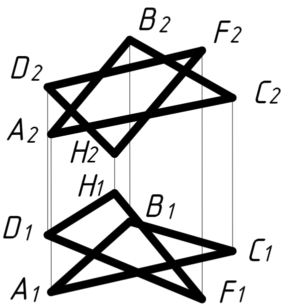
6



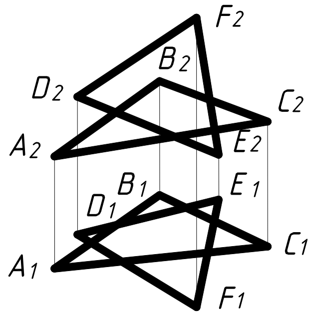
7



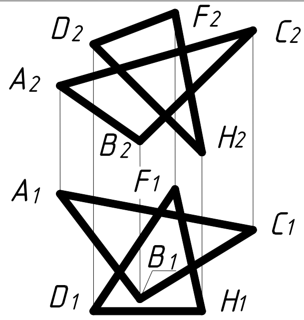
8



9

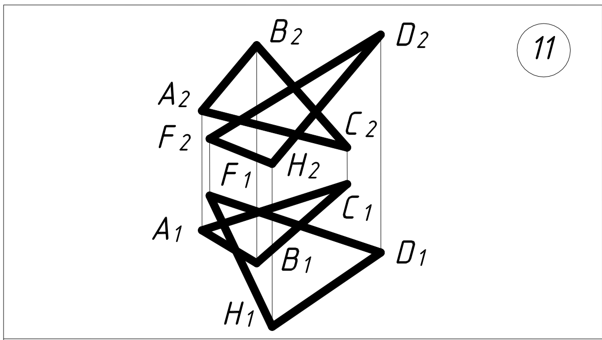


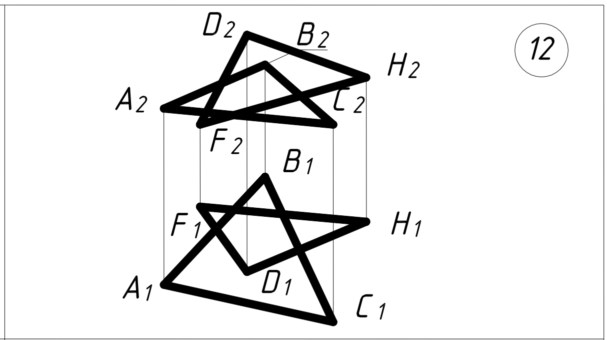
10

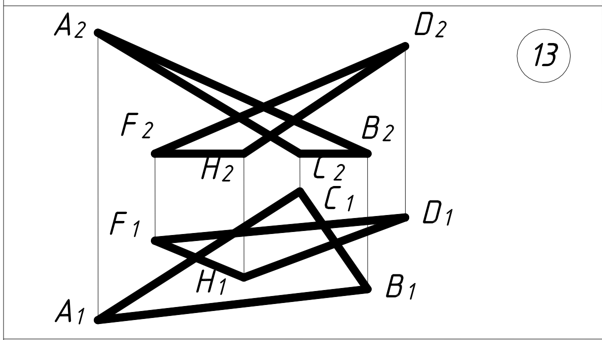


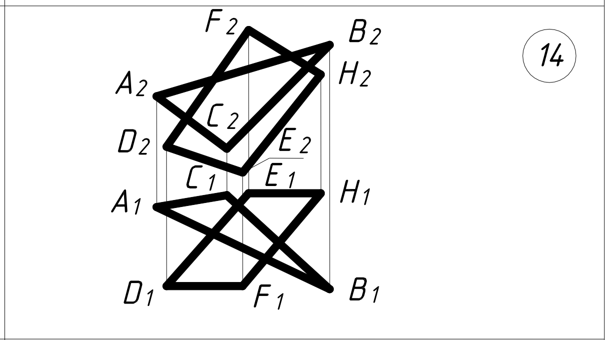
ДОДАТОК

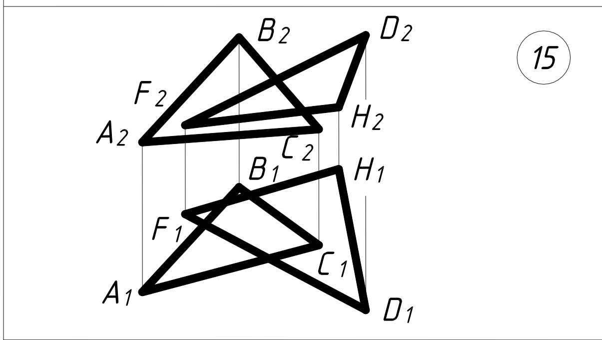
Продовження таблиці 7

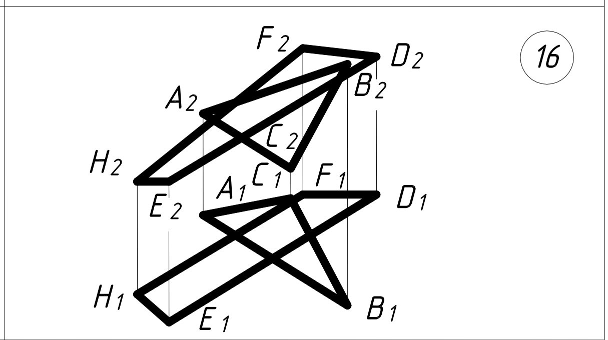


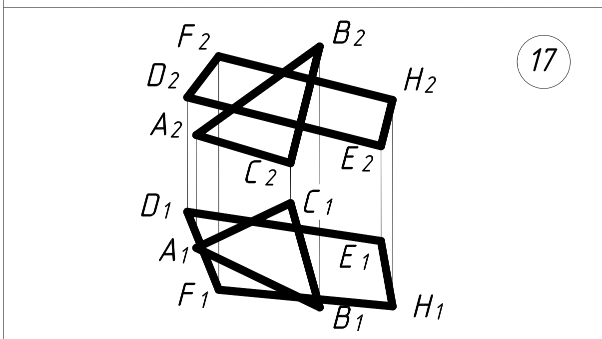


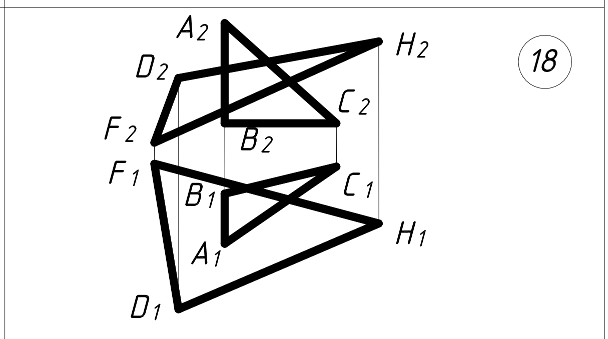


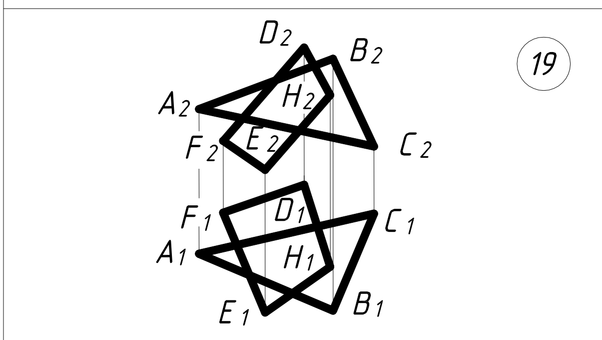


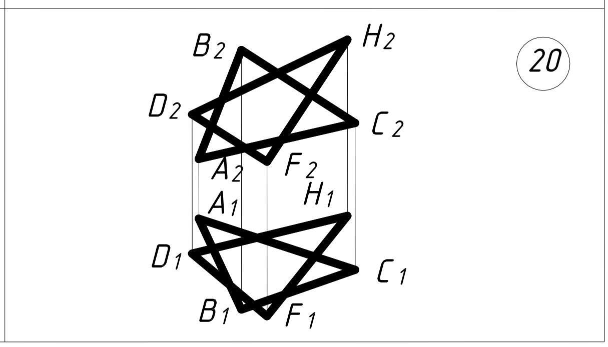






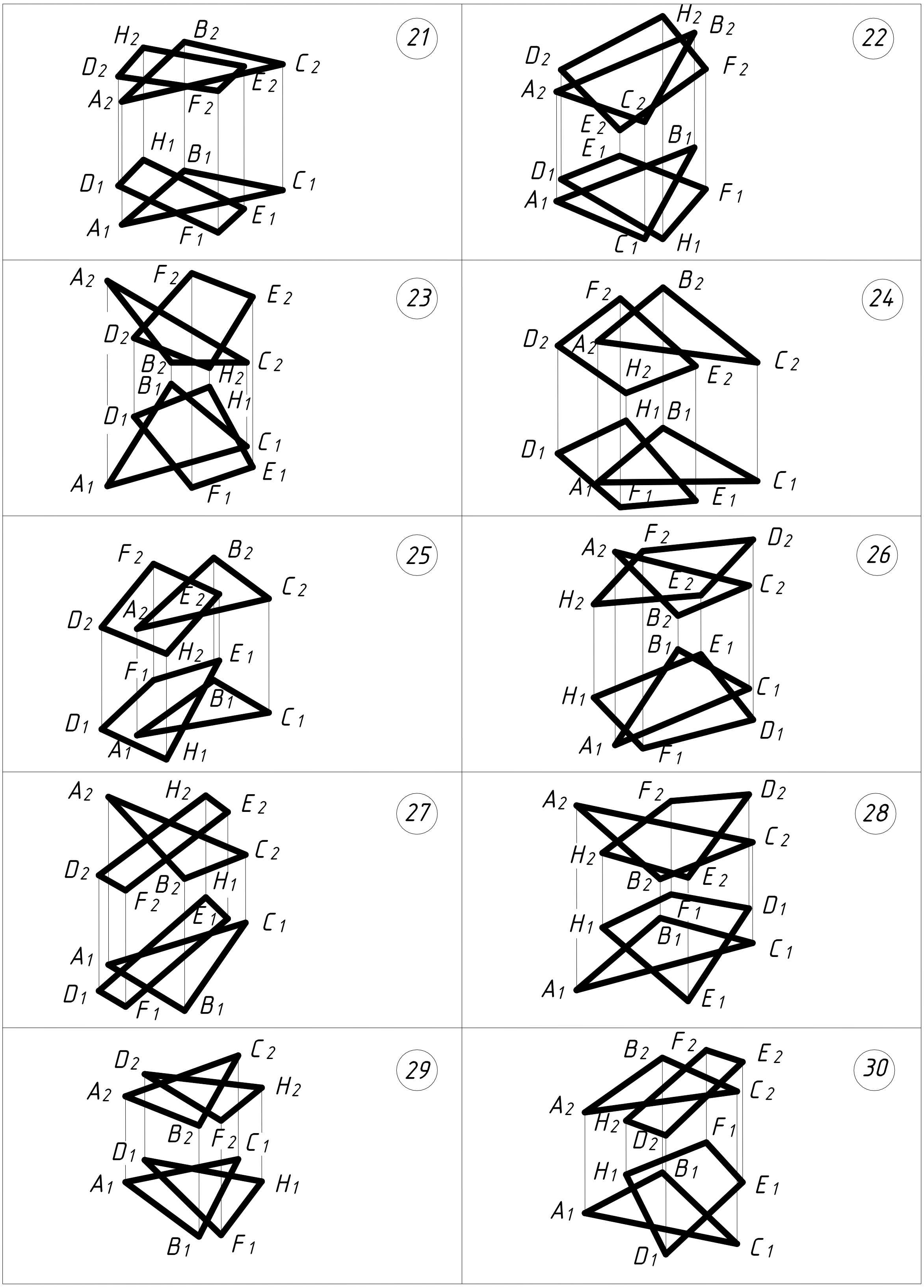






ДОДАТОК

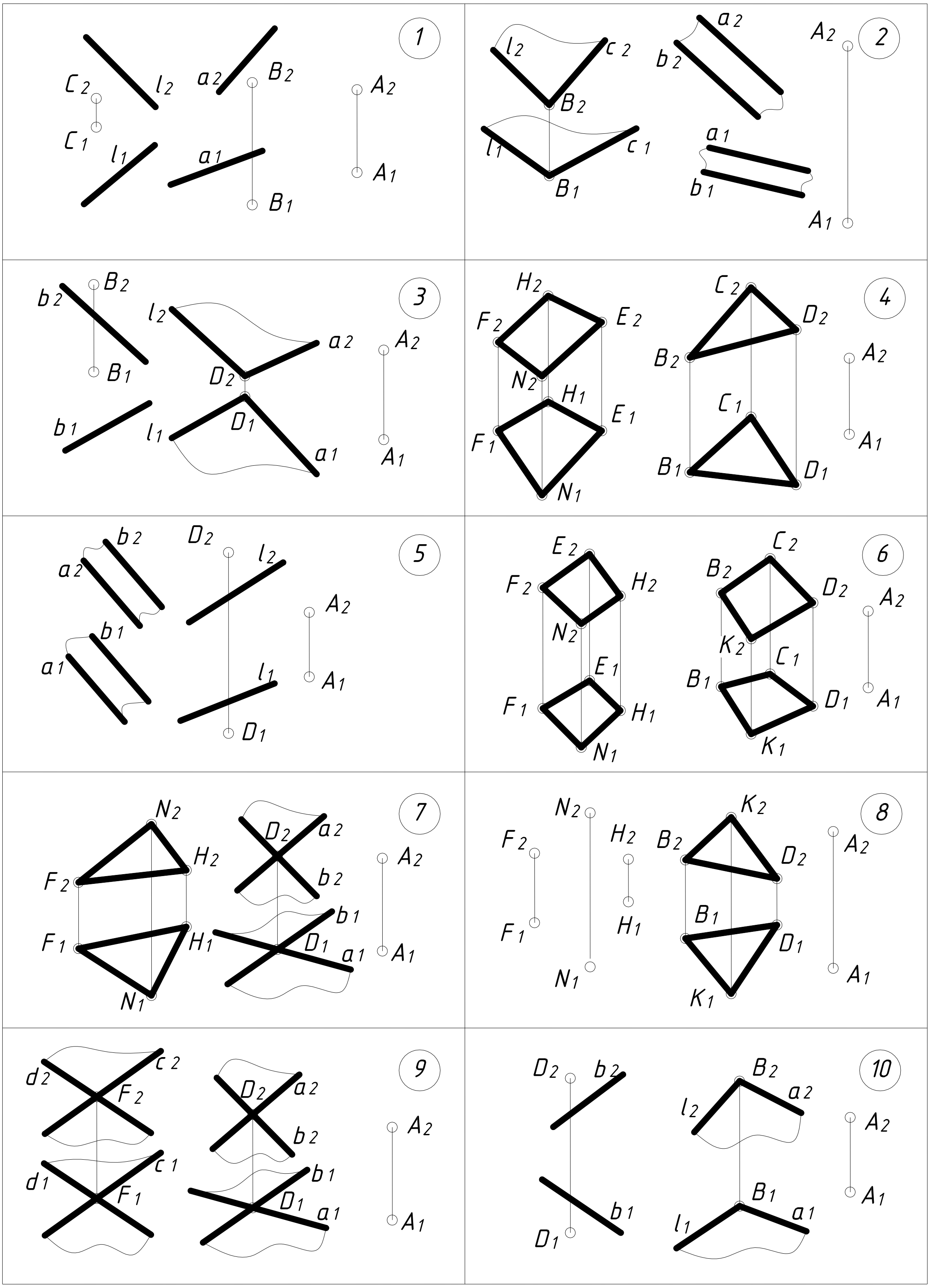
Продовження таблиці 7



ДОДАТОК

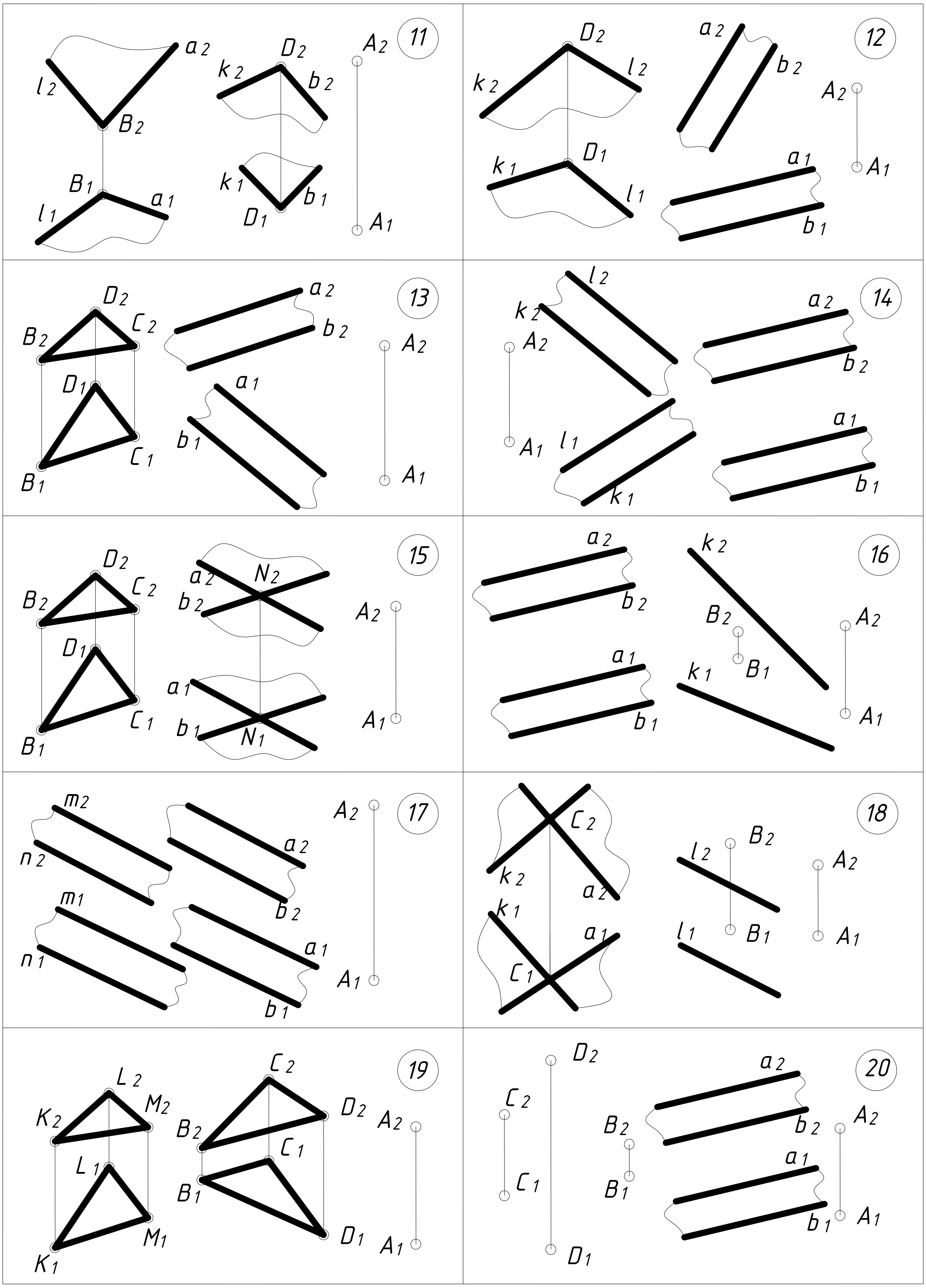
Таблиця 8

Варіанти завдань до задачі 8



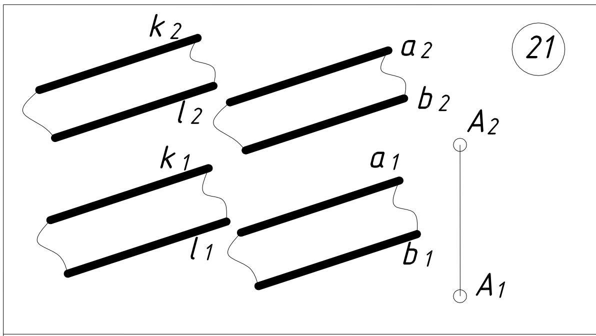
ДОДАТОК

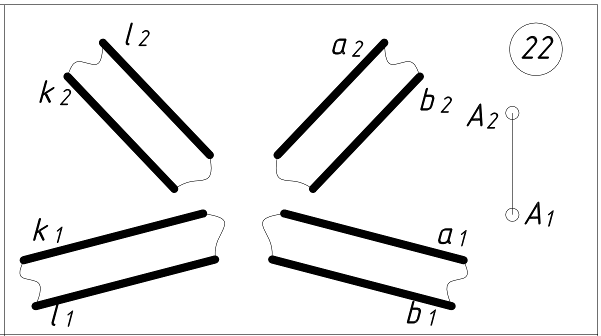
Продовження таблиці 8

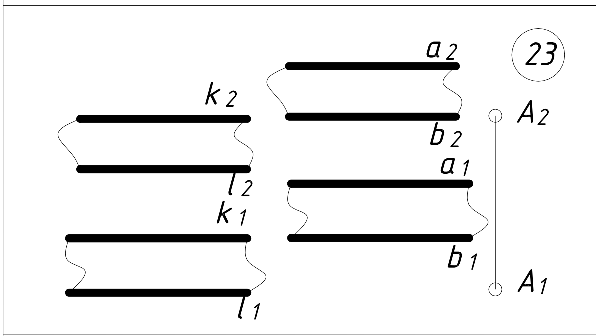


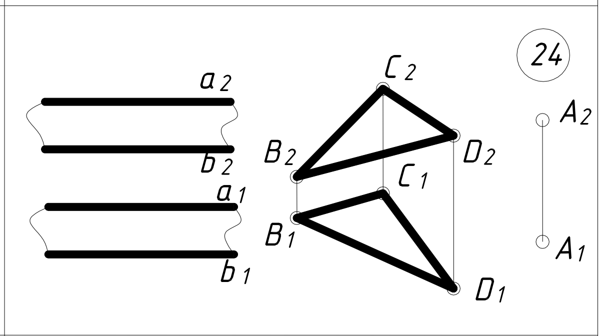
ДОДАТОК

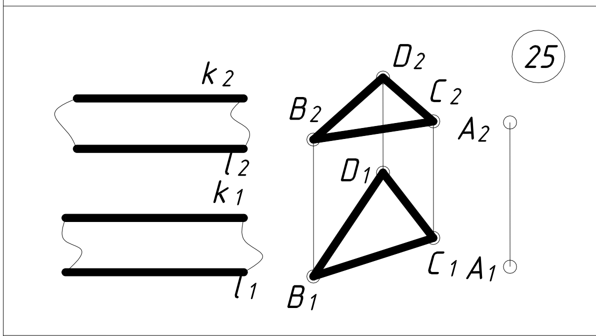
Продовження таблиці 8

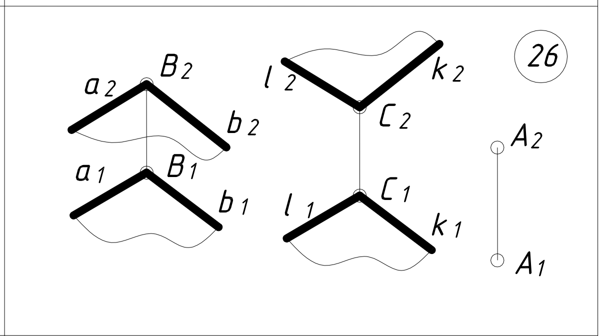


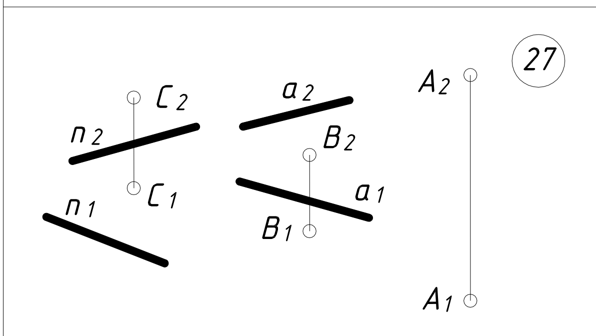


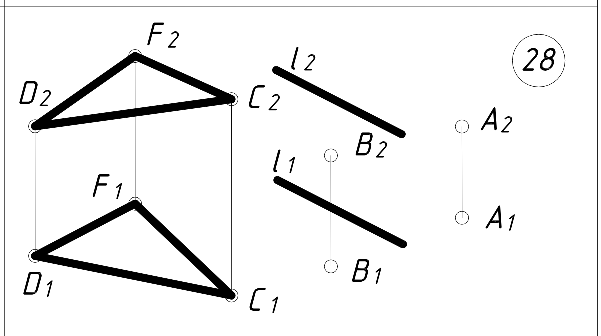


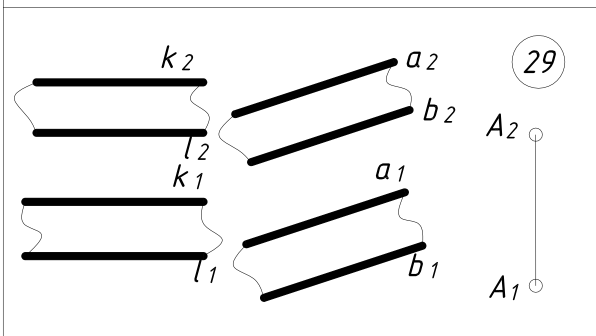


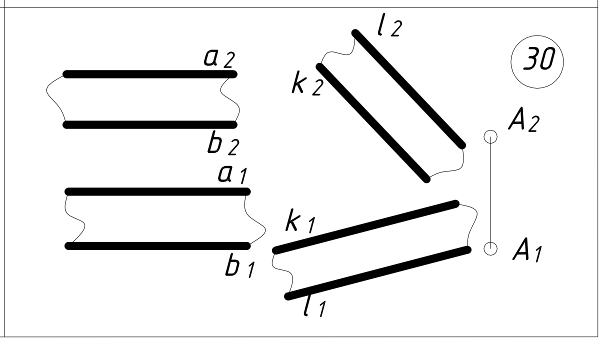












3. МЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ

В практиці проектування часто доводиться вирішувати задачі, які пов’язані з побудовою взаємно-паралельних та перпендикулярних прямих і площин, з визначенням відстаней та кутів між прямими і площинами, тобто з розв’язуванням ***метричних задач***.

Отже, ***метричними*** називаються задачі, в яких ставиться питання не тільки про визначення взаємного розміщення в просторі фігур, а й визначення їх розмірів, кутів та відстаней між ними.

Метричні задачі вміщують в собі: 1) поділ відрізка прямої в даному відношенні; 2) визначення дійсних величин відрізків прямої, відстаней, кутів, площ і т. п.

Необхідно зазначити, що при розв’язуванні метричних задач використовуються: 1) теорема про проектування прямого кута; 2) спосіб прямокутного трикутника; 3) методи перетворення ортогональних проекцій (обертання, плоско-паралельне переміщення, заміна площин проекцій).

Кожна метрична задача може бути розв’язана кількома способами. В кожному окремому випадку необхідно вибирати такий спосіб розв’язування поставленої задачі, який дає найбільшу точність і є найпростішим.

У даному методичому посібнику розглядають способи розв’язання метричних задач та дають вказівки до їх виконання.

Дане завдання з нарисної геометрії складається з трьох комплексних креслень – епюрів, які виконуються олівцем на трьох окремих аркушах паперу (формат А3) в масштабі 2:1.

В епюр 2 входить 6 перших прикладів рис.14 – рис.19). Виконується епюр 2 за координатами, наведеними в таблиці 9 (зразок виконання див. рис.20).

Епюр 3 виконують на двох аркушах формату А3 і містить п’ять наступних (рис.21 – рис.24, рис.27) прикладів, які виконуються за відносними координтатами і які беруться з таблиці 10 (зразок виконання див рис.28 і рис.29).

3.1 Визначення відстаней та кутів між геометричними елементами (епюр 2)

Визначення дійсної величини відрізка прямої (відстань між двома точками) є основною метричною задачею.

<u>Приклад 1</u> Визначити найкоротшу відстань від точки А до площини трикутника BCD та кут нахилу знайденої прямої АК до фронтальної площини проекцій $П_2$ (рис. 14).

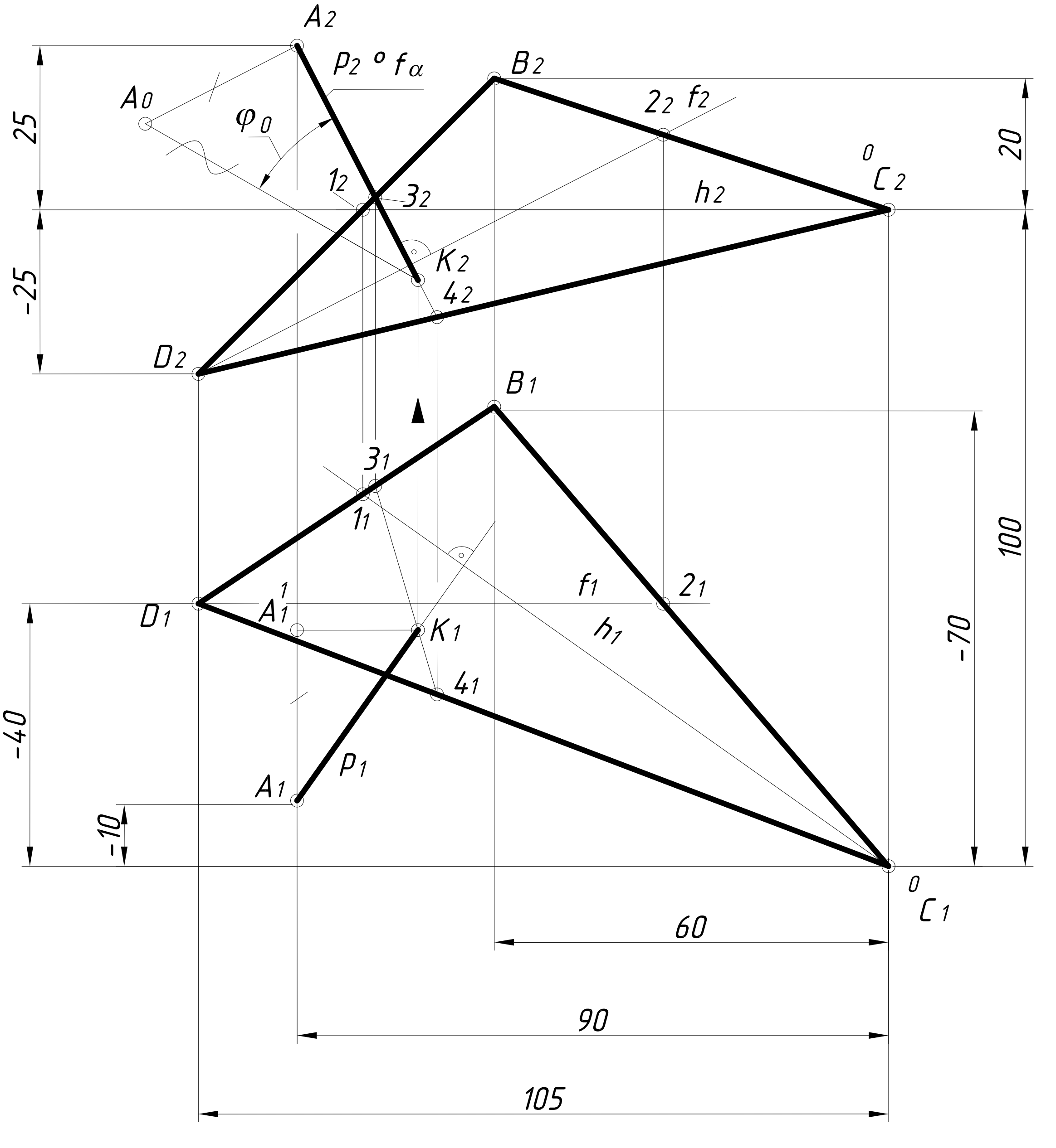


Рис. 14

Для побудови креслення, зображеного на рис.14, необхідно мати такі данні:

1) відстань L між проекціями $^\circ C_1$ і $^\circ C_2$ прийнятої базової точки ºC: L=$^\circ C_1{}^\circ C_2$=100мм.

2) відносні координати точок A, B, D: $^\circ C$,A(90;-10;25); °C,B(60;-70;20); °C,D(105;-40;-25).

Розв'язування.

1. Будуємо комплексне креслення точок за заданими відносними координатами.

2. Відстань від точки до площини визначає перпендикуляр. Згідно теореми перпендикулярності прямої і площини проводимо перпендикуляр до головних прямих площини $h(h_1;\ h_2)$ – горизонталі та $f(f_1;\ f_2)$ – фронталі, де визначається умова теореми перпендикулярності двох прямих.

З точки А опускаємо перпендикуляр р на площину трикутника $B^oCD(p_1 \perp h_1;\ p_2 \perp f_2)$.

3. Визначаємо точку перетину К перпендикуляра р з площиною трикутника B^oCD.

– Для цього через перпендикуляр р проводимо фронтально-проектуючу площину α (слід $f\alpha \equiv p_2$).

– Шукаємо пряму перетину двох площин: – заданої площини B°CD з фронтально-проектуючою площиною α. Згідно "збірних" властивостей проектуючих площин, пряма перетину (3 – 4) співпадає з одноіменним слідом проектуючої площини. Тобто ($3_2 - 4_2 \equiv f\alpha$), а її горизонтальну проекцію $3_1 - 4_1$ визначаємо за способом належності прямої площині, в даному випадку, через належність точок відповідним прямим площини трикутника B°CD.

– Так-як перпендикуляр *р* лежить в фронтально-проектуючій площині $f\alpha$, а пряма перетину двох площин (*3 – 4*) належить двом площинам, як спільна, то і точка перетину прямої (*3 – 4*) з перпендикуляром *р* і буде визначати шукану точку К перетину перпендикуляра з заданою площиною трикутника – B°CD ($3_1 - 4_1 \cap p_1 = K_1$). Фронтальну проекцію точки К визначаємо прямим проектуванням на фронтальну площину проекцій за способом належності точки прямій.

4. Визначаємо дійсну величину відстані АК (перпендикуляра *р*) від точки А до площини трикутника B°CD та кута нахилу його до фронтальної площини проекцій Π_2.

– При визначенні дійсної величини відстані АК (відрізка прямої) скористаємося правилом ***прямокутного трикутника***. Приймаючи фронтальну проекцію відрізка A_2K_2 відстані за один з катетів, через фронтальну проекцію A_2 точки А в довільному напрямку проводимо другий катет ($A_2A_0 \perp A_2K_2$). Величина другого катета A_2A_0 є координатною різницею (віддаленням) точок А і К відносно фронтальної площини проекцій Π_2. Гіпотенуза A_0K_2, отриманого трикутника визначає дійсну величину відстані від точки А до площини трикутника B°CD.

– Дійсна величина кута нахилу φ_0 прямої АК до фронтальної площини проекцій Π_2 є кут між катетом A_2K_2 і гіпотенузою A_0K_2.

5. "Видимість" перпендикуляра на епюрі визначаємо за способом "конкуруючих" точок.

<u>Приклад 2</u> Визначити кут нахилу φ^{01} площини трикутника B°CD до горизонтальної площини проекцій Π_1 (рис.15).

Для побудови кута нахилу площини трикутника до площини Π_1 скористуємося властивостями лінії найбільшого нахилу (лінія скочування).

Означення. Лінія найбільшого нахилу це – пряма, яка лежить в заданій площині і перпендикулярна до всіх горизонталей (фронталей, профілей) цієї ж площини. Вона також визначає кут нахилу заданої площини до одноіменної площини проекцій.

В даному випадку кут між лінією найбільшого нахилу горизонталі і горизонтальною площиною проекцій і буде визначати кут нахилу заданої площини до горизонтальної площини проекцій.

Розв'язування

1. Проводимо горизонталь $h(h_1;h_2)$ площини трикутника B°CD.

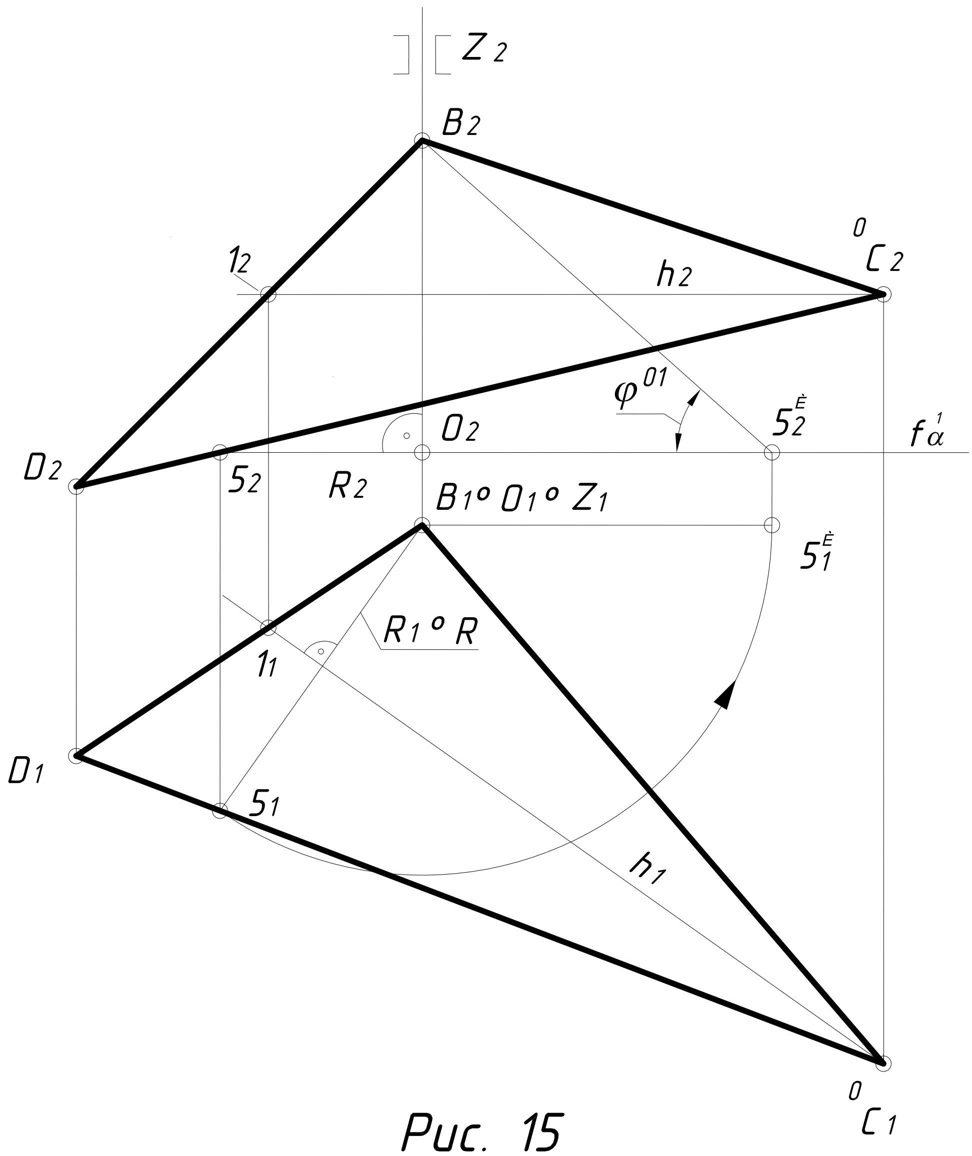


Рис. 15

2. Перпендикулярно горизонтальній проекції горизонталі через точку B_1 проводимо горизонтальну проекцію B_15_1 прямої найбільшого нахилу B5. Фронтальну проекцію B_25_2 визначаємо прямим проектуванням.

3. Кут нахилу заданої площини до горизонтальної площини проекцій визначаємо методом обертання. Згідно класифікації прямих, пряма В5 є прямою загального положення. Відомо, що відрізок прямої проектується на площину проекцій в дійсну величину, якщо він паралельний до неї. Шляхом цього перетворення пряму В5 перетворюємо в пряму рівня.

4. Визначаємо елементи обертання.

5. Для спрощення побудови, вісь $Z(Z_1;Z_2)$ – горизонтально-проектуючу пряму, проводимо через точку В, яка при обертанні залишається нерухомо, і обертаємо точку 5.

6. Через точку 5 проводимо траєкторію обертання (площину обертання) $\alpha^1(f\alpha^1 \perp Z_2)$, визначимо центр обертання $O(O_1;\ O_2)$ і радіус обертання $R(R_1;\ R_2)$. Радіус обертання R лежить в горизонтальній площині α^1, а тому на площину Π_1 проектується в натуральну величину і збігається з горизонтальною проекцією відрізка $B5(R=R_1\equiv B_15_1)$.

7. Навколо точки O_1, як центра обертання, радіусом $R=R_1$ обертаємо точку 5_1 до положення $B_15_1^{\cup}\perp°C_1°C_2$.

8. Прямим проектуванням на сліді $f\alpha^1$ знаходимо точку $5_2^{\cup}$ і, з'єднавши її з B_2, одержимо дійсну величину відрізка В5 – лінії найбільшого нахилу.

9. Шуканий кут φ^{01} нахилу заданої площини B°CD до горизонтальної площини проекцій Π_1 визначається кутом з вершиною в точці $5_2^{\cup}$ між дійсною величиною $B_25_2^{\cup}$ і слідом $f\alpha^1$.

<u>Приклад 3</u> Через задану точку ℃ трикутника B°CD провести площину β перпендикулярну до сторони *°CD* (рис. 16).

Як і в попередньому випаду, згідно теореми перпендикулярності прямої до площини, розв'язуємо зворотню задачу.

Зокрема, площину можна задати одним із способів задання площин. В даному випадку площина може бути задана двома прямими що перетинаються.

Розв'язування

Визначаючись із способами задання площин, в нашому випадку більш раціонально задати площину двома прямими, що перетинаються, які можуть задаватись "головними" прямими площин – горизонталлю і фронталлю площини.

Через точку С проводимо горизонталь $h'(h_1';h_2')$ і фронталь $f\,'(f_1';f_2')$, перпендикулярно стороні $CD(C_1D_1;C_2D_2)$. Для цього фронтальну проекцію горизонталі і горизонтальну проекцію фронталі проводимо перпендикулярно до вертикальної лінії зв'язку ($h_2'\ //\ f_1'\perp C_1C_2$). Горизонтальну проекцію h_1' горизонталі h' проводимо перпендикулярно C_1D_1, фронтальну проекцію f_2' фронталі $f\,'$ – перпендикулярно C_2D_2. Побудовані прямі h' і $f\,'$ задають шукану площину $\beta(\beta_1;\ \beta_2) \Rightarrow (h' \cap f')$.

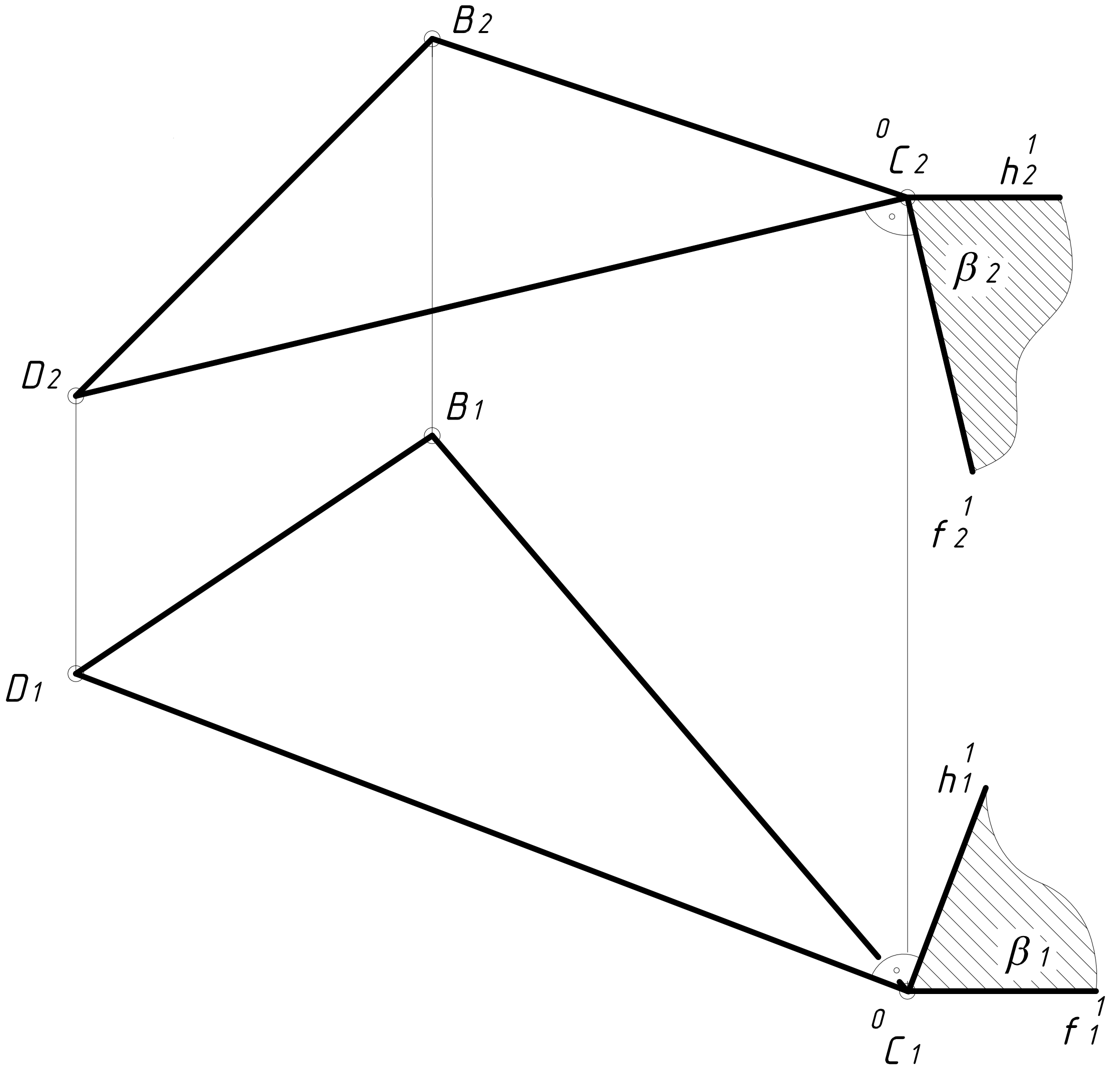


Рис. 16

<u>Приклад 4</u> Через точку А провести площину γ, перпендикулярну площині трикутника B°CD (рис.17).

Дві площини перпендикулярні, якщо пряма, яка лежить в заданій площині перпендикулярна двом прямим, що лежать в другій площині і перетинаються. Тобто, площини перпендикулярні, якщо одна з них проходить через перпендикуляр до другої.

Розв'язування

Згідно теореми перпендикулярності двох площин випливає, що площину γ можно провести через пряму p, перпендикулярну до площини B°CD (див. приклад 1, рис.14). Отже, через точку А проводимо пряму p, перпендикулярну до площини трикутника B°CD, і будь-яку другу пряму, наприклад, $q(q_1;\ q_2)$, які однозначно задають шукану площину $\gamma \Rightarrow$ $(p \cap q) \perp$ B°CD.

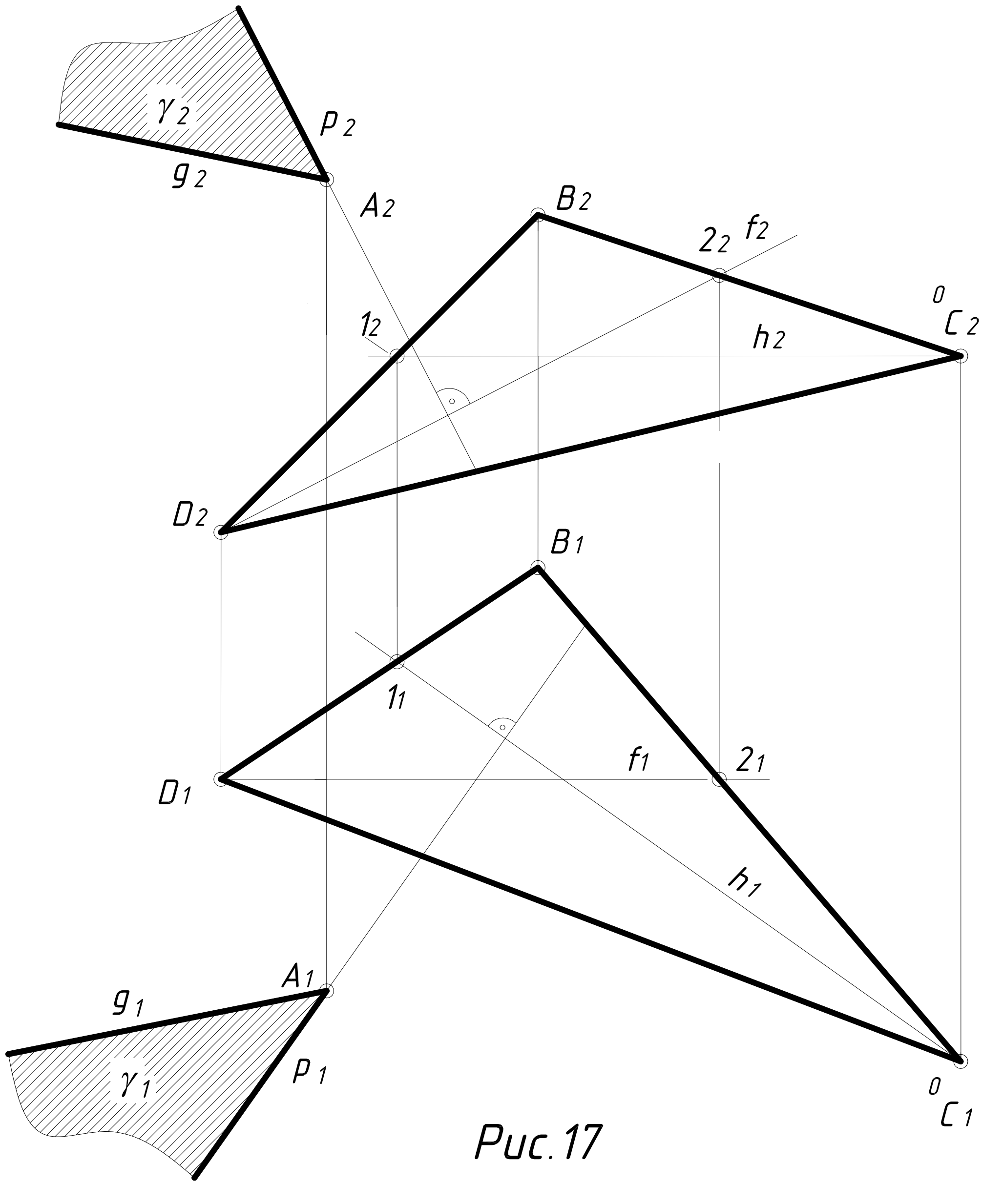


Рис.17

<u>**Приклад 5**</u> Визначити відстань від точки А до прямої B°C (рис.18).

Отже, через точку А провести пряму AN, перпендикулярну до сторони B°C трикутника B°CD.

Дві прямі взаємно перпендикулярні, коли одна з них лежить в площині, перпендикулярній до другої прямої. Отже, шукана пряма AN повинна лежати в площині μ**,** проведеної через точку А, перпендикулярно до B°C, а точка N повинна бути точкою перетину сторони B°C з площиною μ.

Розв'язування

Через точку А проводимо площину $\mu \perp$ B°C, використавши теорему перпендикулярності прямої до площини, тобто площину μ задаємо двома прямими, що перетинаються (h, f) (основна позиційна задача, яка розглядалась в прикладі 1).

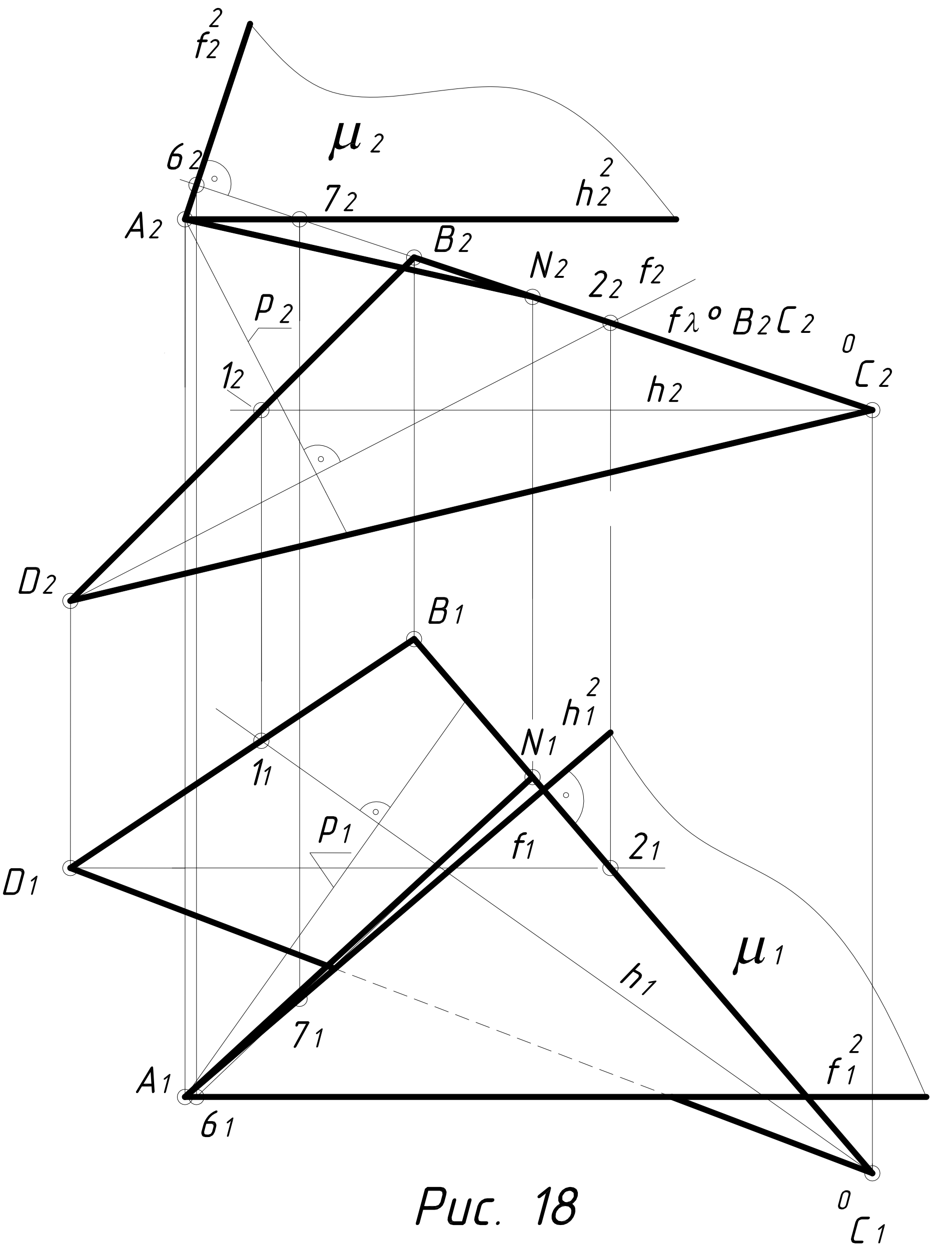


Рис. 18

За допомогою проектуючої площини λ (фронтально-проектуючої), проведеної через сторону BC ($f_\lambda \equiv B_2C_2$), шукаємо точку зустрічі L$\Rightarrow$(BC $\cap$ λ).

З'єднавши точки A з N одержуємо шукану пряму AN(A_1N_1; A_2N_2) $\perp$ B°C(B_1°C_1; B_2°C_2).

<u>Приклад 6</u> Провести горизонтальну пряму *а* та побудувати паралельну площину τ, які розташовані на відстані 20 мм від заданої площини трикутника BCD (рис. 19).

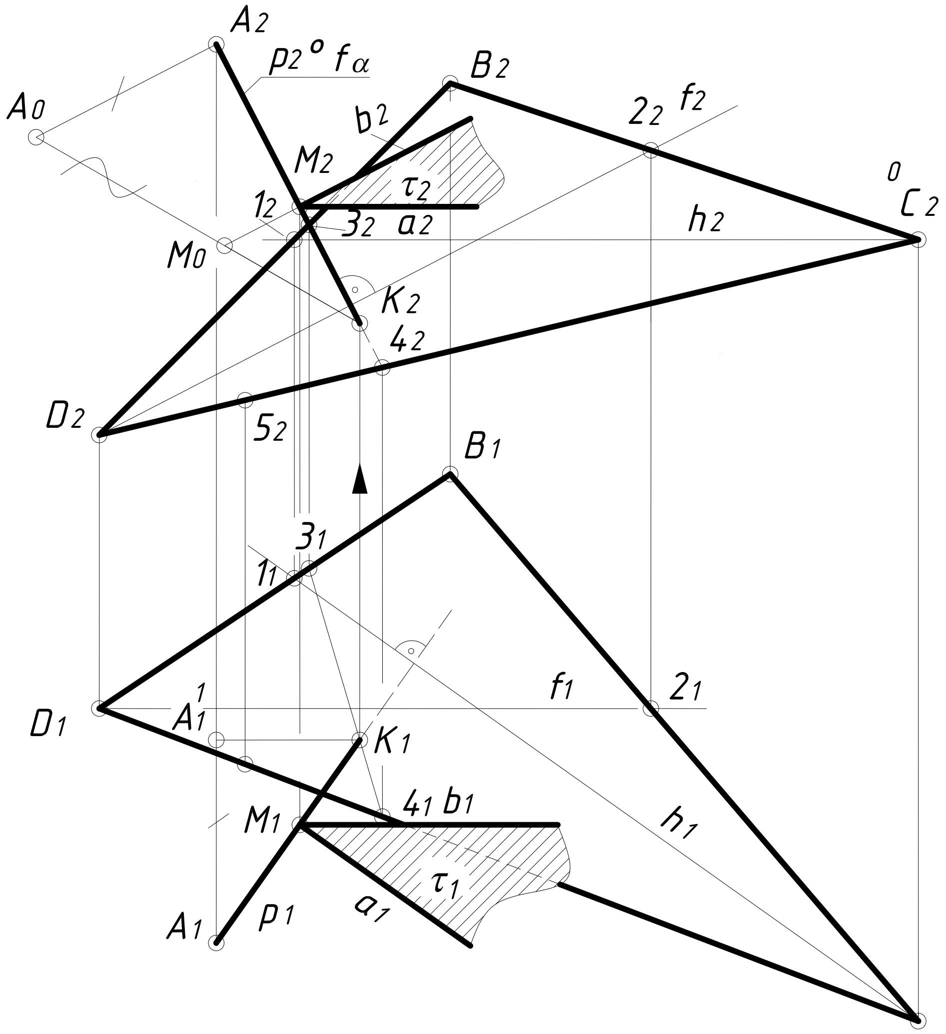


Рис. 19

Для розв’язку поставленої задачі необхідно знайти точку М, яка віддалена від площини трикутника B°CD на відстані 20 мм, через яку провести пряму і площину, паралельну заданій площині.

Відстань від точки до площини вимірюється по перпендикуляру. Отже проводимо пряму *p* перпендикулярно площині B°CD (див. приклад 1, рис. 14 і рис. 19).

Знаходимо дійсну величину відрізка АК = A_0K_2, на якій від точки К відкладаємо відрізок K_2M_0 = 20 мм. Проводимо $M_0M_2 \parallel A_0A_2$ і знаходимо шукану фронтальну проекцію M_2 токи М.

Прямим проектуванням одержуємо горизонтальну проекцію M_1 точки М. Через точку М(M_1; M_2) проводимо пряму *a*, паралельну будь-якій прямій, наприклад, горизонталі *h*, – (a_1 // h_1, a_2 // h_2). Пряма *a* буде шуканою.

Через цю ж точку М проводимо другу пряму *b*, паралельну фронталі *f* площини трикутника B°CD. Прямі *a* і *b* визначають шукану площину $\tau(a \cap b)$.

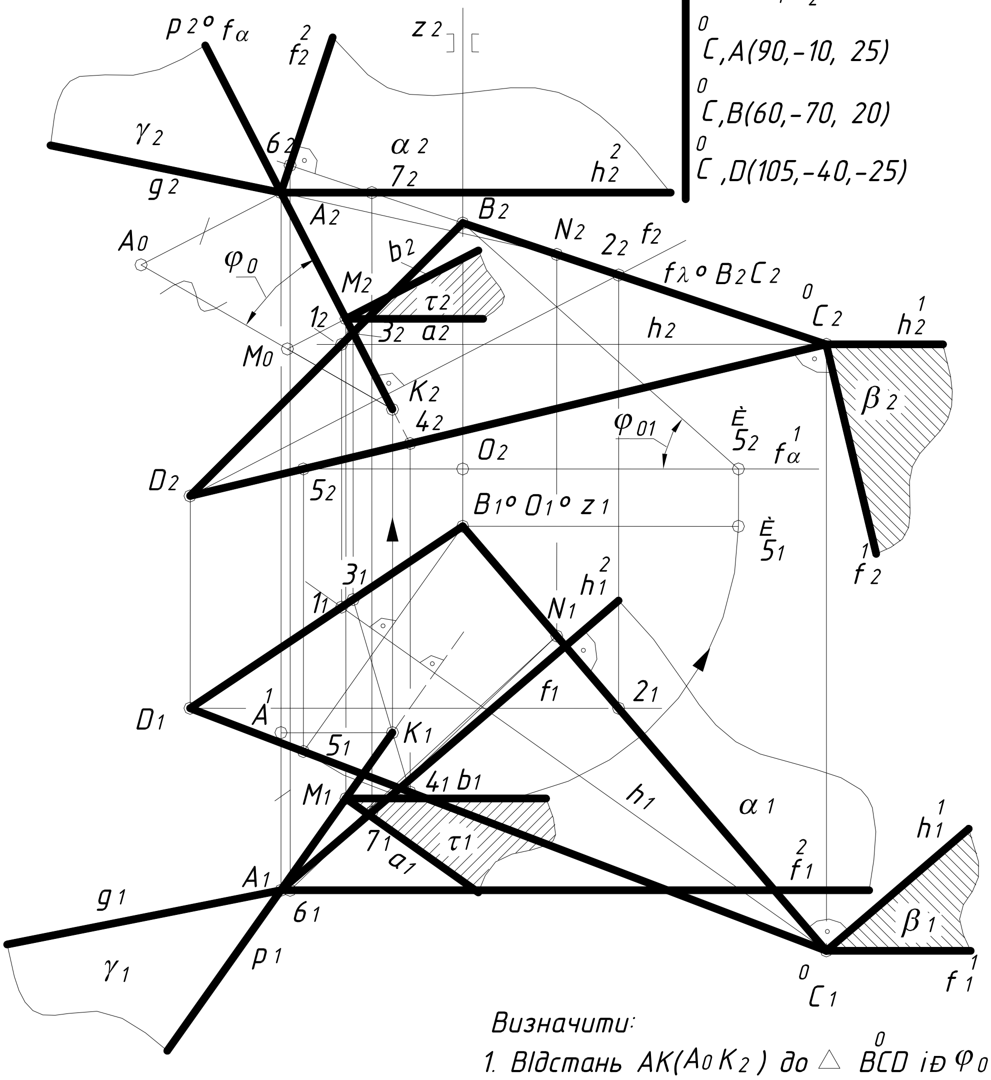
Дано:

$L = C\,C_1^{0\,0} = 100$мм

$C^0, A(90,-10,\ 25)$

$C^0, B(60,-70,\ 20)$

$C^0, D(105,-40,-25)$



Визначити:

1. Відстань AK(A_0K_2) до △ $B\overset{0}{C}D$ іÐ φ_0 (Ð $A_0K_2A_2$);

2. Ð φ_0^1 ($O_2\,\overset{È}{5}_2\,B_2$);

3. пл. $\beta \perp \overset{0}{C}D \longrightarrow \beta$ ç $\overset{0}{C}$;

4. пл. $\gamma \perp$ △ $B\overset{0}{C}D \longrightarrow \gamma$ ç A;

5. AN ⊥ $B\underset{0}{C}$;

6. побудувати a і τ на відстані 20мм від $B\overset{0}{C}D$.

ТДТУ	гр. КТ-11		Епюр 2	Масштаб
Виконав	Сук І.В.	11.02.05		
Перевірив				

Рис. 20

Таблиця 9

Вихідні дані (відносні координати) для виконання **епюра 2**

№ вар.	Точки	Координати			№ вар.	Точки	Координати			№ вар.	Точки	Координати		
		X	Y	Z			X	Y	Z			X	Y	Z
1	**A**	60	55	-15	**11**	**A**	55	-15	50	**21**	**A**	15	30	-10
	B	45	10	30		**B**	35	30	65		**°B**	L	=	20
	°C	L	=	30		**°C**	L	=	25		**C**	-65	-40	-50
	D	10	40	40		**D**	65	-15	10		**D**	25	20	55
2	**A**	70	-20	50	**12**	**°A**	L	=	0	**22**	**A**	75	25	-20
	B	45	30	0		**B**	-45	25	5		**B**	35	65	45
	°C	L	=	30		**C**	-65	-5	60		**°C**	L	=	25
	D	10	40	45		**D**	-15	30	55		**D**	65	-15	30
3	**A**	55	-10	50	**13**	**°A**	L	=	20	**23**	**A**	25	30	15
	°B	L	=	20		**B**	-35	-10	60		**°B**	L	=	10
	C	-10	50	40		**C**	-10	35	30		**C**	-25	20	45
	D	50	40	-10		**D**	-70	10	5		**D**	35	5	50
4	**A**	20	45	40	**14**	**°A**	L	=	25	**24**	**A**	15	-60	40
	°B	L	=	25		**B**	-45	-20	50		**°B**	L	=	70
	C	60	55	10		**C**	-65	25	20		**C**	-45	-30	45
	D	65	10	0		**D**	-15	-20	55		**D**	-35	-55	-15
5	**°A**	L	=	10	**15**	**A**	55	-10	-10	**25**	**A**	45	15	50
	B	25	50	0		**B**	40	-15	40		**°B**	L	=	10
	C	50	0	50		**C**	L	=	30		**C**	-50	30	30
	D	-10	30	35		**D**	70	30	-10		**D**	40	50	5
6	**°A**	L	=	30	**16**	**°A**	L	=	15	**26**	**A**	55	-20	-10
	B	45	30	0		**B**	-25	-15	55		**B**	40	40	-15
	C	70	-20	50		**C**	-65	25	10		**°C**	L	=	30
	D	0	20	35		**D**	-10	45	40		**D**	70	-10	35
7	**°A**	L	=	60	**17**	**A**	55	-10	30	**27**	**A**	65	-20	-25
	B	0	-50	30		**B**	40	35	40		**B**	40	45	-40
	C	-70	-25	20		**°C**	L	=	20		**°C**	L	=	50
	D	-50	-5	50		**D**	65	10	-10		**D**	55	15	20
8	**°A**	L	=	40	**18**	**A**	65	-30	-5	**28**	**A**	55	-10	55
	B	-80	30	0		**B**	40	-45	55		**B**	40	40	40
	C	-50	-40	45		**°C**	L	=	55		**°C**	L	=	20
	D	-10	25	55		**D**	15	15	50		**D**	65	15	10
9	**A**	70	-15	10	**19**	**A**	70	35	15	**29**	**A**	35	-15	55
	B	50	10	40		**B**	40	45	-45		**B**	60	15	10
	°C	L	=	35		**°C**	L	=	55		**°C**	L	=	30
	D	60	45	-10		**D**	65	-10	-30		**D**	10	30	40
10	**A**	50	-45	40	**20**	**A**	70	15	35	**30**	**A**	25	-55	15
	B	-30	-55	70		**B**	40	-45	45		**°B**	L	=	60
	°C	L	=	45		**°C**	L	=	55		**C**	-40	-55	45
	D	40	10	65		**D**	65	-30	-10		**D**	30	-30	60

4. ВИЗНАЧЕННЯ НАТУРАЛЬНИХ ВЕЛИЧИН ПЛОСКИХ ФІГУР ТА ВІДСТАНЕЙ (епюр 3, аркуш 1)

Приклад 1 Визначити натуральну величину трикутника A°BC (основи піраміди) методом обертання навколо його горизонталі (рис. 21).

Для побудови креслення, зображеного на рис. 21, беремо такі вихідні дані:

1) відстань L між проекціями (°B_1 і °B_2) базової точки °B; де L=°B_1°B_2=40 мм.;

2) відносні координати решти вершин піраміди A, C, S:
°B,A(90; -15; 30); °B,C(60; 25; 60); °B,S(75; 50; -15);

Рщзв'язування

1. Будуємо проекції точок °B, A, C, S.

2. Визначаємо елементи обертання:

1) об'єкт обертання – вершини площини трикутника (точки);

2) вісь обертання – горизонталь $h(A1)$;

3) площина обертання – горизонтально-проектуюча площина $\gamma(h_\gamma)$;

4) центр обертання – O $\Rightarrow$ $(\gamma \cap h)$

5) радіус обертання – OC(O_1C_1; O_2C_2).

3. Через вершину A трикутника A°BC проводимо горизонталь h, навколо якої будемо обертати трикутник A°BC так, щоб його площина, шляхом цього перетворення мала б ознаку площини рівня, тобто площина стала паралельною до горизонтальної площини проекцій. В цьому положенні площина трикутника спроектується в натуральну величину.

4. Для раціональності, вибираємо за об'єкт обертання – вершину C.

5. Визначаємо траєкторію обертання точки C, яка перпендикулярна до осі обертання. Траєкторія обертання по формі утворює коло, і по означенню
визначає площину, яка згідно класифікації є горизонтально-проектуюча.

6. Центр обертання O(O_1; O_2), визначається в наслідок перетину осі обертання $h_1(A_1 1_1)$; з площиною обертання $\gamma(h_\gamma)$; $O \Rightarrow (h \cap \gamma)$.

7. Визначаємо дійсну величину радіуса обертання O_1C_0 за способом прямокутного трикутника.

8. Знайденим радіусом O_1C_0 описуємо дугу до перетину з слідом $h\gamma$ в точці $C_1^{\cup}$. Це й буде горизонтальна проекція $C_1^{\cup}$ оберненої вершини $C^{\cup}$ трикутника ABC. Аналогічним способом можна побудувати нове положення вершини °B. У даному випадку точка $B_1^{\cup}$ одержана як точка перетину площини обертання β з прямою $C_1^{\cup}1_1$.

Отже, дійсною величиною трикутника $A^{\circ}BC$ буде його нова горизонтальна проекція $A_1B_1^{\cup}C_1^{\cup}$. Фронтальною проекцією буде відрізок прямої $A_2C_2^{\cup}B_2^{\cup}$.

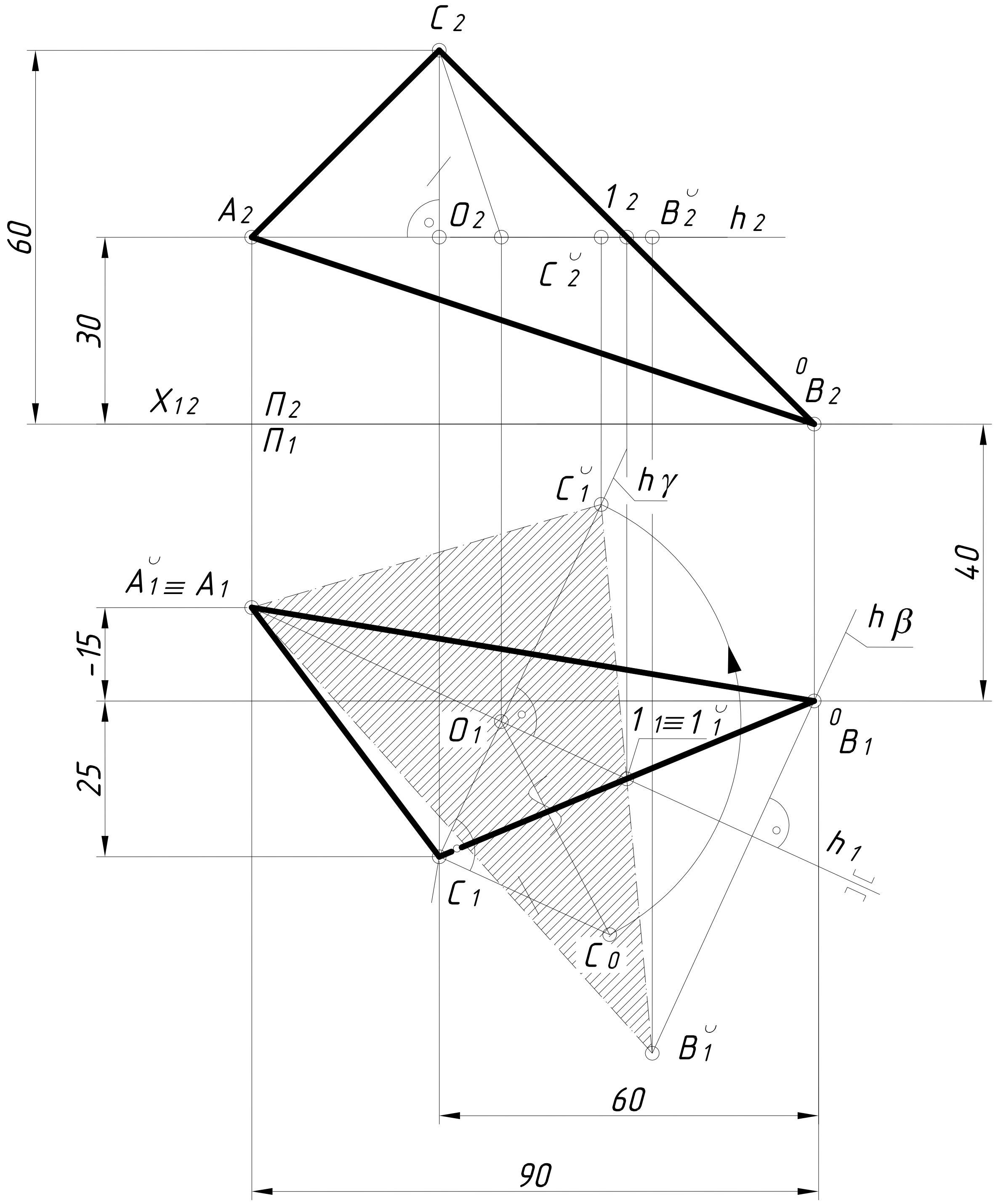


Рис. 21

<u>Приклад 2</u> Визначити відстань від точки S (вершини піраміди) до площини трикутника ABC (основи піраміди) способом плоско-паралельного переміщення (рис.22).

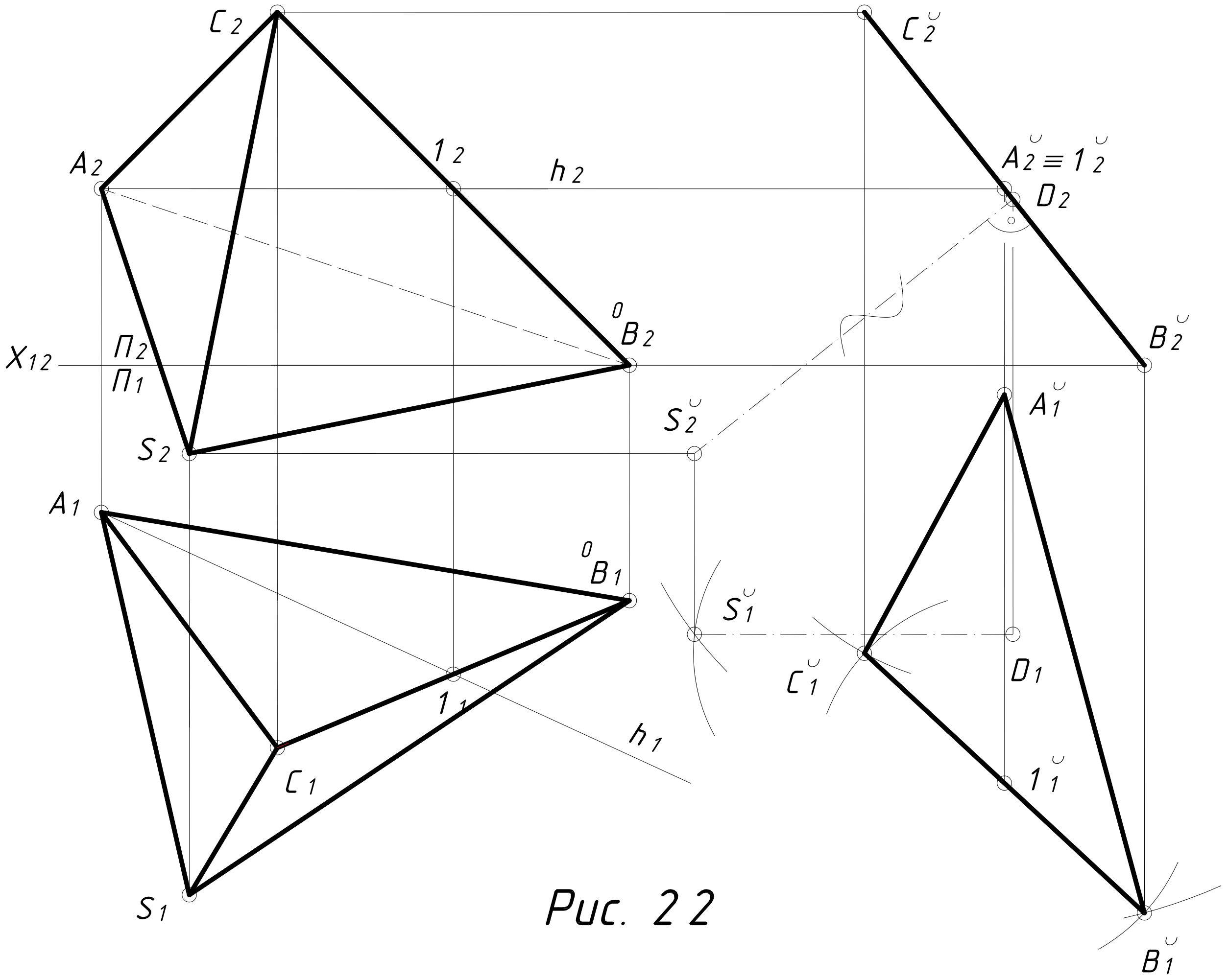


Рис. 22

Розв'язування

Для розв'язку поставленої задачі необхідно перемістити трикутник так, щоб він в наслідок перетворення прийняв положення проектуючої площини. Визначаємо один з елементів площини трикутника, який являє собою одну з головних прямих площини і проектується в дійсну величину на одноіменну площину проекцій. Для цього в площині трикутника АВС проводимо горизонталь *h* (*A1*) і переміщуємо його горизонтальну проекцію (обертаємо навколо уявної осі – горизонтально-проектуючої прямої) так, щоб горизонталь стала перпендикулярною до фронтальної площини проекцій $П_2$, тобто фронтально-проектуючою прямою.

Побудова виконується так. На вільному місці епюра ставимо точку $A_1^{\cup}$, через яку проводимо довільно фронтально-проектуючу пряму. На ньому відкладаємо відрізок $A_1^{\cup}1_1^{\cup} = A_1 1_1$ (горизонталь *h*). За цими двома точками, способом засічок, будуємо решту точок (трикутник $A_1^{\cup}B_1^{\cup}C_1^{\cup}$) і точку $S_1^{\cup}$ (побудова зрозуміла з рисунка). Після цього будуємо фронтальну проекцію переміщенного трикутника, яка перетворюється в відрізок прямої $C_2^{\cup}A_2^{\cup}B_2^{\cup}$, шляхом паралельного проектування. Точка $S_2^{\cup}$ визначається аналогічно. З точки $S_2^{\cup}$ опускаємо перпендикуляр на $C_2^{\cup}A_2^{\cup}B_2^{\cup}$ і в перетині визначаємо точку $D^{\cup}(D_1^{\cup};\ D_2^{\cup})$ – основу перпендикуляра. Відрізок $S_2^{\cup}D_2^{\cup}$ – визначає шукану відстань від точки S до площини трикутника ABC.

Горизонтальну проекцію $S_1^{\cup}D_1^{\cup}$ визначаємо прямим проектуванням до перетину з напрямом перпендикуляра до горизонтальної проекції горизонталі.

Приклад 3. Визначити відстань між мимобіжними прямими (ребрами піраміди) SC і AB. Побудувати проекції відстані у вихідній системі проекцій (рис. 23).

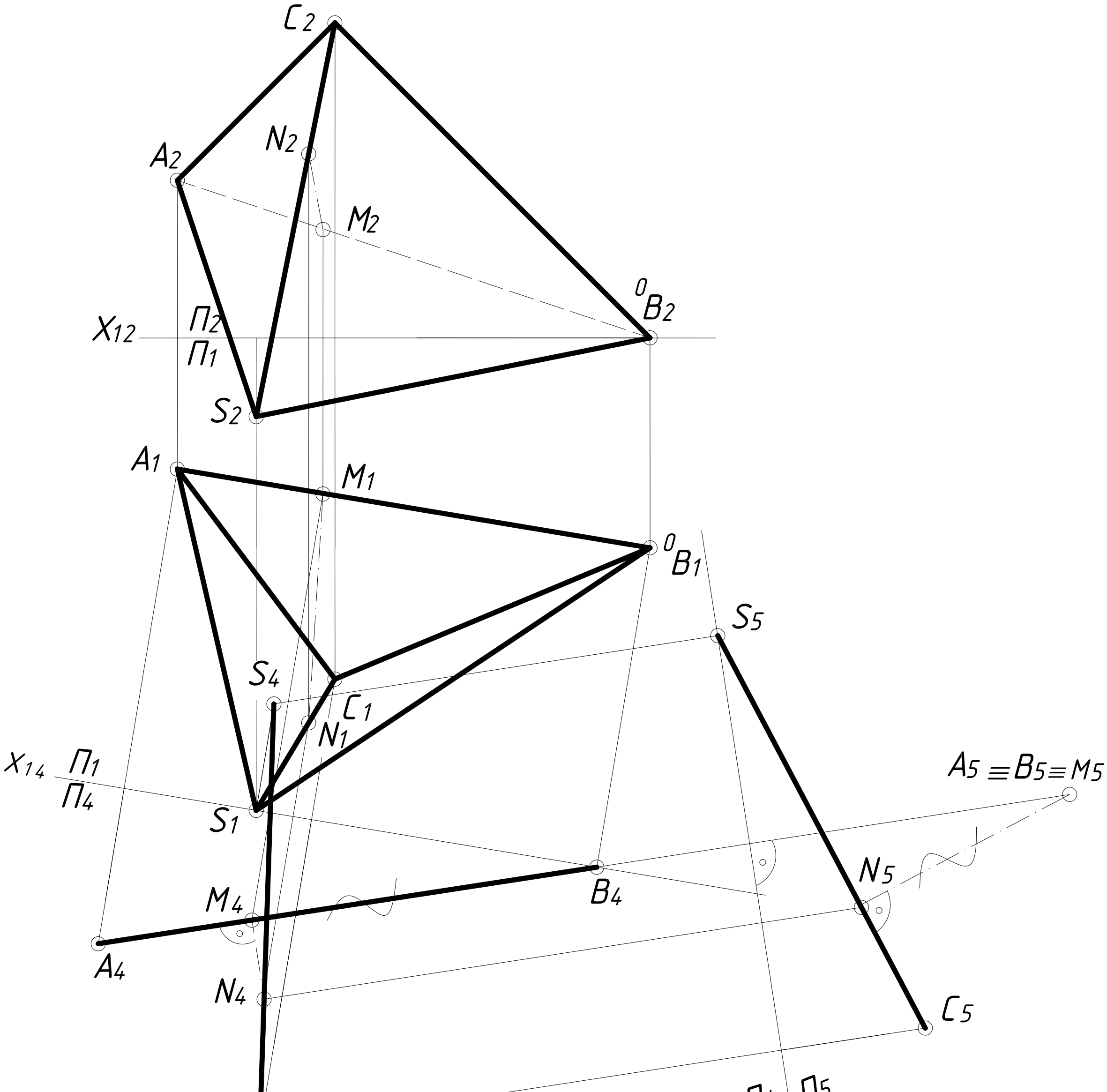


Рис. 23

Відстань між двома (мимобіжними) прямими – є найкоротша відстань, яку визначає їх взаємний перпендикуляр.

Розв'язування

Використовуючи метод заміни площин проекцій, досягаємо такого положення, коли одна з мимобіжних прямих (в даному випадку пряма AB) проектується в точку. Для цього спочатку переміщуємо фронтальну площину проекцій $П_2 \parallel AB$ (проводимо $X_{14} \parallel A_1B_1$). Будуємо нові проекції відрізків АВ і SC – A_4B_4 і S_4C_4 (A_4B_4 – натуральна величина ребра АВ). Після цього переміщуємо горизонтальну площину проекцій $П_1$ так, щоб $П_5$ стала перпендикулярна до A_4B_4. Для цього проводимо X_{45} перпендикулярно до A_4B_4. Відрізок прямої АВ спроектується в точку $A_5 \equiv B_5$, як проектуюча пряма (горизонтально-проектуюча), а відрізок SC в S_5C_5.

Відрізок $MN(M_5N_5 \perp S_5C_5)$ є найкоротшою відстанню між двома прямими, їх взаємним перпендикуляром і буде шуканою відстанню.

Будуємо вихідні проекції знайденої відстані.

Точку N_4 легко визначити на проекції відрізка прямої S_4C_4 зворотнім проектуванням. З точки N_4 проводимо пряму $N_4M_4 \parallel X_{45}$, так-як N_5M_5 – натуральна величина цього відрізка (горизонтальна пряма – пряма рівня).

Далі визначаємо вихідні проекції відстані $NM(N_1M_1;N_2M_2)$ шляхом зворотнього прямого проектування.

5. ВИЗНАЧЕННЯ КУТІВ МІЖ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ (епюр 3, аркуш 2)

<u>Приклад 1</u> Визначити натуральну величину двогранного кута φ^{02} при ребрі ВС піраміди SABC способом заміни площин проекцій (рис.24).

Двогранний кут (між двома площинами) вимірюється лінійним гострим кутом, що утворюється прямими перерізу граней з площиною, перпендикулярною до ребра двогранного кута, тобто до лінії перерізу двох граней. Лінійний кут проектується в натуральну величину на площину проекцій, перпендикулярно до ребра двогранного кута.

Для побудови креслення, зображеного на рис.24, беремо такі вихідні данні:

1). Відстань L між проекціями ($°B_1$ і $°B_2$) базової точки °B; $L=°B_1°B_2$=40мм.

2). Відносні координати решти вершин піраміди A, B, C, S [°B,A(90; -15; 30); °B,C(60; 25; 60); °B,S(75; 50; -15)].

Розв'язування

Для розв’язку задачі переміщуємо площини проекцій так, щоб ребро ВС стало проектуючим до однієї з них, наприклад, до $П_5$. Спочатку проводимо X_{14} паралельно до B_1C_1 і будуємо нові проекції A_4, B_4, C_4, S_4, вершин A, B, C, S, де B_4C_4 є натуральна величина ребра BC. Потім проводимо X_{45} перпендикулярно до B_4C_4 і знову будуємо нові проекції A_5, B_5, C_5, S_5 цих же вершин.

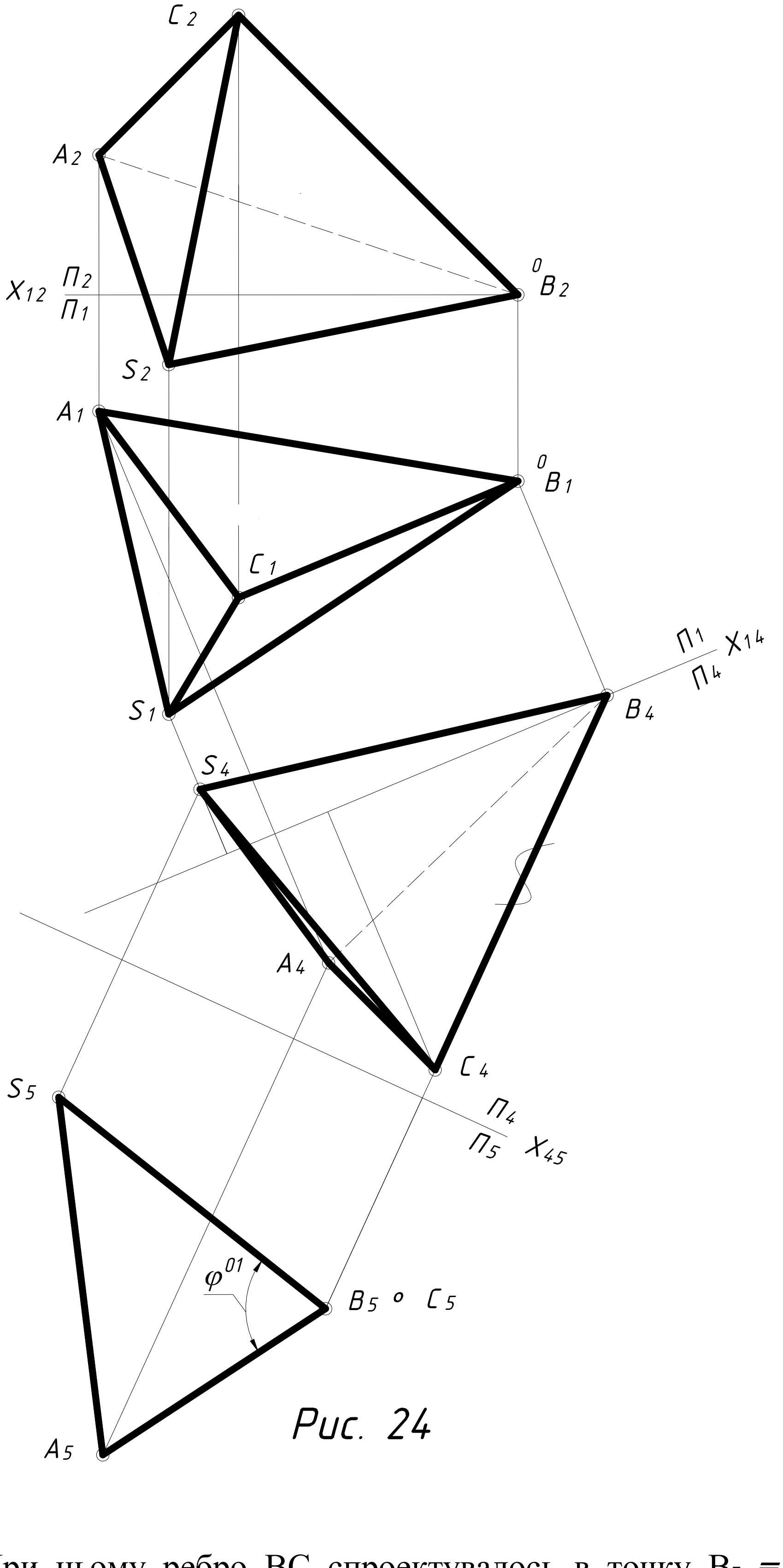


Рис. 24

При цьому ребро BC спроектувалось в точку $B_5 \equiv C_5$, а кожна з граней двогранного кута, відповідно в прямі A_5B_5 і B_5S_5.

Кут φ^{01} між цими прямими і визначають натуральну величину двогранного кута при ребрі ВС піраміди SABC.

<u>Приклад 2</u> Визначити натуральну величину кута φ^{03} між ребром SA і площиною трикутника АВС за допомогою доповнюючого кута (рис. 27).

Кут між прямою та площиною вимірюють кутом між прямою і її проекцією на дану площину. Одну сторону цього кута у вигляді заданої прямої маємо при постановці задачі. Другу його сторону можемо мати лише після ряду допоміжних побудов. Щоб уникнути цих побудов і таким чином спростити розв'язок, зручніше замість кута φ між прямою і площиною визначити кут θ між прямою і перпендикуляром до площини (рис. 25). Далі, виходячи з того, що $\varphi + \theta = 90°$, елементарною побудовою визначаємо кут. (рис. 26).

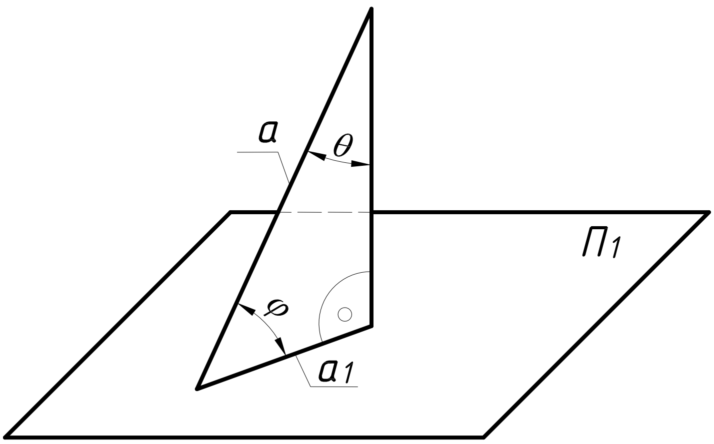


Рис. 25

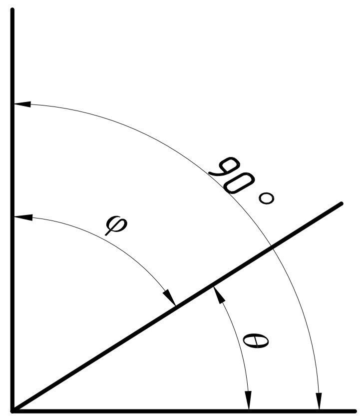


Рис. 26

<u>Розв'язування</u>

Кут між прямою і площиною визначається гострим кутом між прямою і її проекцією на цю площину. Визначають як доповнюючий до 90° кут φ^{02}, а шуканий буде становити різницю $\varphi^{03} = 90° - \varphi^{02}$.

Для розв'язку задачі з точки S опускаємо перпендикуляр *p* на площину трикутника АВС. Кут між прямою SA і перпендикуляром *p* буде доповнюючим до шуканого. Визначаємо натуральну величину цього кута способом обертання навколо горизонталі *h'*. Натуральна величина кута φ^{02} буде $3_1S^{\cup}_14_1$. З точки $S^{\cup}_1$ ставимо перпендикуляр *k* до $S^{\cup}_13_1$. Кут φ^{03} є шуканим ($\varphi^{03} = kS^{\cup}_14_1$).

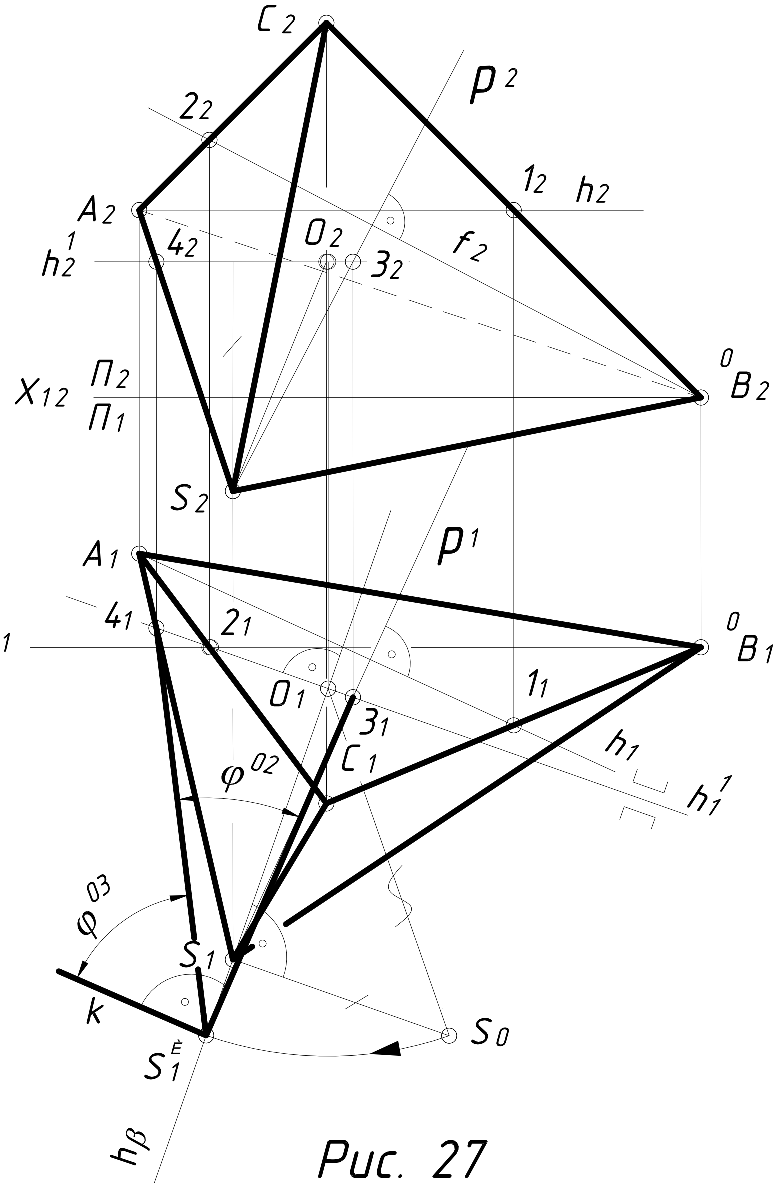


Рис. 27

Взірці виконання епюра 3 зображені на рис.28 і рис.29.

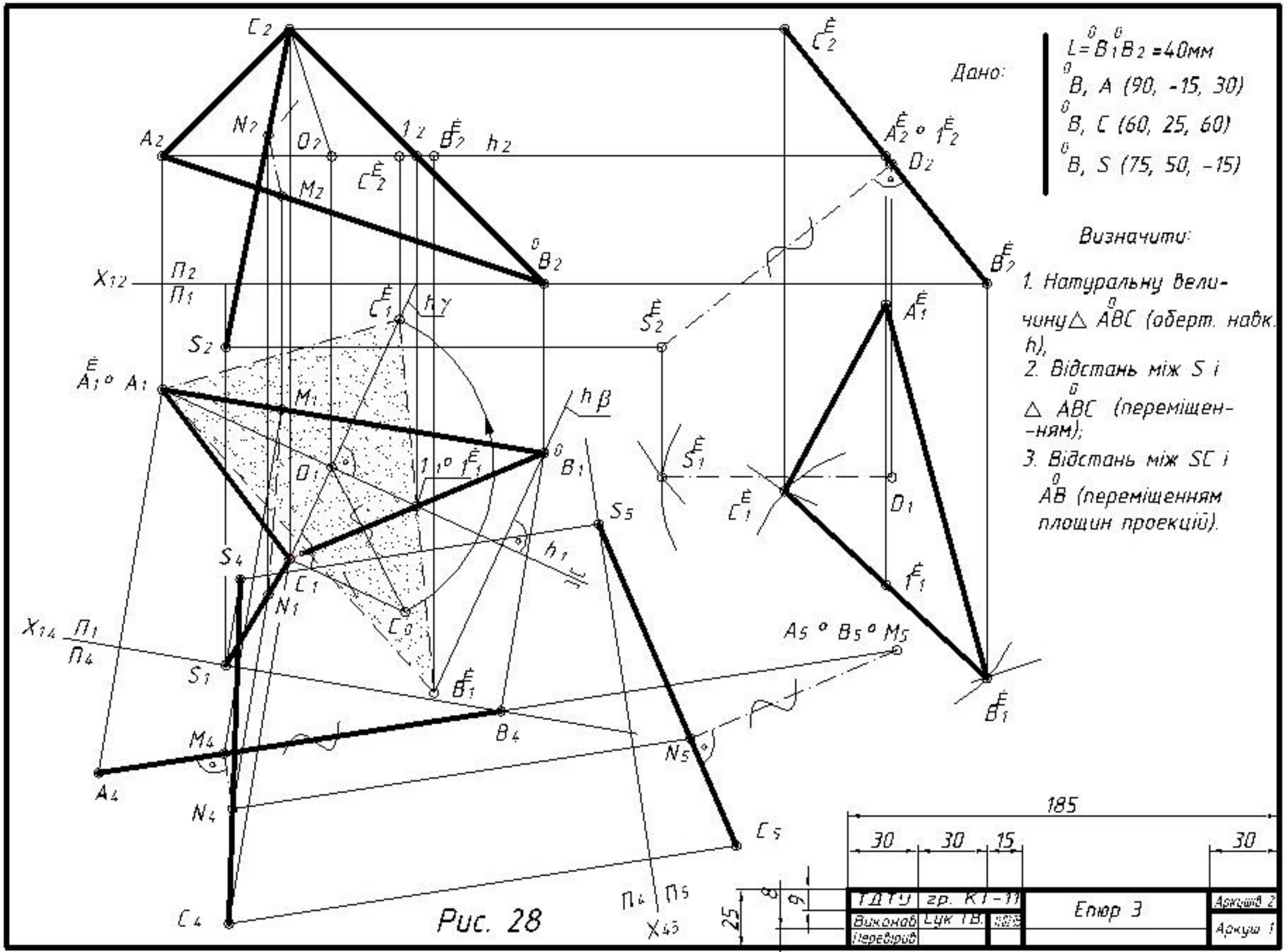

Дано:
L=B1B2 =40мм
B, A (90, -15, 30)
B, C (60, 25, 60)
B, S (75, 50, -15)
Визначити:
1. Натуральну величину △ ABC (оберт. навк. h),
2. Відстань між S і △ ABC (переміщен- -ням);
3. Відстань між SC і AB (переміщенням площин проекцій).
185
30
30
15
30
25
8
6
ТДТУ
гр. КІ-11
Виконав
Лук І.В.
Перевірив
Епюр 3
Аркушів 2
Аркуш 1

Рис. 28

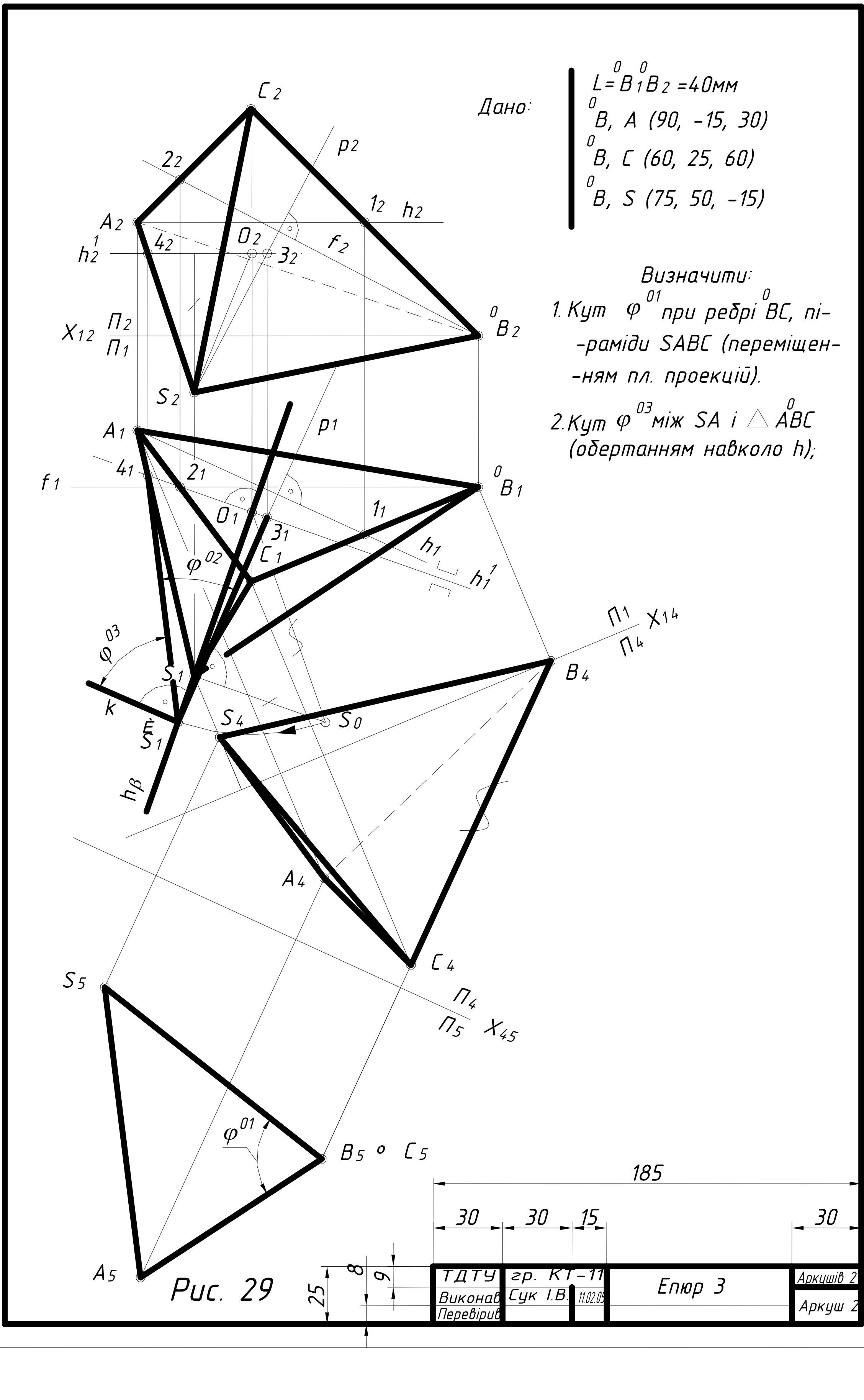

Дано:
$L={}^{0}B_1{}^{0}B_2=40$мм
${}^{0}B$, A (90, -15, 30)
${}^{0}B$, C (60, 25, 60)
${}^{0}B$, S (75, 50, -15)
Визначити:
1. Кут φ^{01} при ребрі ${}^{0}BC$, піраміди SABC (переміщенням пл. проекцій).
2. Кут φ^{03} між SA і $\triangle\,{}^{0}ABC$ (обертанням навколо h);
C_2
p_2
2_2
1_2
h_2
A_2
4_2
O_2
3_2
f_2
h_2^1
X_{12}
Π_2
Π_1
${}^{0}B_2$
S_2
p_1
A_1
4_1
2_1
f_1
${}^{0}B_1$
O_1
1_1
3_1
C_1
h_1
h_1^1
φ^{02}
Π_1
X_{14}
Π_4
φ^{03}
S_1
B_4
k
S_4
S_0
$\bar{S}_1$
h_β
A_4
C_4
S_5
Π_4
Π_5
X_{45}
φ^{01}
B_5
C_5
A_5
185
30
30
15
30
25
8
9
ТДТУ
гр. КТ-11
Виконав
Сук І.В.
11.02.05
Перевірив
Епюр 3
Аркушів 2
Аркуш 2

Рис. 29

Таблиця 10

Вихідні дані (відносні координати) для виконання **епюра 3**
(аркуш 1 і аркуш2)

№ вар.	Точки	Координати			№ вар.	Точки	Координати			№ вар.	Точки	Координати		
		X	Y	Z			X	Y	Z			X	Y	Z
1	**°S**	L	=	35	**11**	**S**	-5	-20	45	**21**	**S**	5	35	65
	A	-15	40	10		**A**	-25	30	30		**A**	-30	-15	55
	B	-30	-15	50		**B**	-55	-5	5		**B**	-65	30	10
	C	-70	-20	20		**°C**	L	=	35		**°C**	L	=	20
2	**S**	75	10	5	**12**	**S**	-30	-15	60	**22**	**°S**	L	=	45
	A	45	10	40		**°A**	L	=	20		**A**	-10	-45	20
	°B	L	=	30		**B**	-65	40	50		**B**	-60	-30	10
	C	60	55	10		**C**	-55	-20	10		**C**	-30	40	50
3	**S**	-5	20	55	**13**	**S**	20	-5	60	**23**	**S**	-60	-15	50
	°A	L	=	25		**°A**	L	=	60		**A**	-70	-50	20
	B	-45	-10	50		**B**	-60	-45	40		**B**	-25	-50	50
	C	-65	25	20		**C**	25	-55	10		**°C**	L	=	60
4	**S**	35	50	5	**14**	**S**	30	30	10	**24**	**S**	60	-5	5
	A	40	15	5		**°A**	L	=	35		**A**	45	30	10
	°B	L	=	10		**B**	50	-5	45		**°B**	L	=	30
	C	-25	45	20		**C**	65	10	10		**C**	60	-15	55
5	**S**	5	45	55	**15**	**S**	30	25	10	**25**	**S**	70	-10	15
	A	-25	-15	55		**°A**	L	=	40		**A**	55	0	55
	B	-65	30	10		**B**	45	-20	45		**B**	40	40	0
	°C	L	=	20		**C**	65	30	10		**°C**	L	=	30
6	**S**	-70	-20	5	**16**	**S**	-70	-55	10	**26**	**S**	75	5	10
	°A	L	=	30		**A**	-15	-40	50		**A**	45	40	10
	B	-35	-20	55		**°B**	L	=	60		**°B**	L	=	30
	C	-80	25	30		**C**	-50	-5	5		**C**	60	10	55
7	**°S**	L	=	60	**17**	**S**	30	10	50	**27**	**S**	30	5	30
	A	-20	-15	50		**°A**	L	=	60		**A**	45	-50	10
	B	-50	-40	15		**B**	-40	-45	45		**°B**	L	=	65
	C	-10	-45	20		**C**	25	-55	15		**C**	-20	-30	35
8	**S**	25	50	5	**18**	**S**	-10	-20	40	**28**	**S**	-5	-45	35
	A	55	-10	20		**°A**	L	=	20		**°A**	L	=	65
	B	-10	40	60		**B**	-70	-10	15		**B**	-40	-50	5
	°C	L	=	10		**C**	-20	30	30		**C**	-65	-30	30
9	**S**	-5	50	50	**19**	**S**	10	30	35	**29**	**S**	30	0	60
	A	-25	-10	55		**°A**	L	=	30		**°A**	L	=	60
	B	-65	30	10		**B**	45	30	0		**B**	-40	-45	45
	°C	L	=	30		**C**	70	-20	50		**C**	25	-55	15
10	**°S**	L	=	45	**20**	**S**	0	-50	10	**30**	**°S**	L	=	15
	A	10	-45	20		**A**	-15	-45	45		**A**	70	-5	20
	B	-60	-30	10		**B**	-60	-55	15		**B**	35	55	0
	C	-10	-15	50		**°C**	L	=	70		**C**	-10	25	45

Список використаної літератури

1. Інженерна та комп’ютерна графіка [Текст] / В.Є. Михайленко, В.М. Найдиш, А.М. Підкоритов, І.А. Скидан. – Київ: Вища щкола, 2001. – 350с.

2. Михайленко В.Є. Інженерна графіка [Текст] / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, Ю.С. Ковальов. – Київ: Каравелла; – Львів: Піча Ю.В.; – Львів: Новий Світ-2000, 2002. – 284с.

3. Збірник задач з інженерної та комп’ютерної графіки [Текст] / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, А.М. Підкоритов, І.А. Скидан. – Київ: Вища щкола, 2002. – 159с.

4. Інженерна графіка: довідник [Текст]; за ред. А.П. Верхоли. – К.: Техніка, 2001. – 268с.

5. Фольта О.В. Нарисна геометрія [Текст] / О.В. Фольта, Є.А. Антонович, П.В. Юрковський. – Львів: Новий Світ, 1994. – 304с.

6. Нарисна геометрія [Текст] / В.Є. Михайленко, М.Ф. Євстифєєв, Ю.С. Ковальов, О.В. Кащенко. – Київ: Вища школа, 1993. – 271с.

7. Кузнєцов Н.С. Начертательная геометрия [Текст] / Н.С. Кузнєцов. – М.: Высшая шола., 1981. – 263с.

8. Русскевич Н.Л. Начертательная геометрия [Текст] / Н.Л. Русскевич. – Київ: Вища школа, 1978. – 312с.

ЗМІСТ

Навчально-методична література

В.І. Ковбашин, А.І. Пік

Методичний посібник та завдання

до виконання графічних робіт з курсу

«Нарисна геометрія»

Для студентів всіх спеціальностей

денної форми навчання

Редактор *Є. І. Гриценко*
Коректор *М. Д. Радик*
Комп'ютерне верстання *А. П. Катрич*

Формат 60х90/16. Обл. вид. арк. 4,10. Тираж 200 пр. Зам. № 2496.

Видавництво Тернопільського національного
технічного університету імені Івана Пулюя.
46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4226 від 08.12.11