

УДК 517

Б.Г. Шелестовський, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя, Україна

РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ В СИСТЕМІ ТІЛ ЦИЛІНДР – ШАР

В.Н. Shelestovskyi, Ph. D., Assoc. Prof.

SOLUTION OF PROBLEM ON THERMO – CONDUCTIVITY IN THE BODY SYSTEM CILINDER – LAYER

Визначення температурного поля при неідеальному тепловому контакті циліндра і шара приводить до розв'язання рівняння $\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0$ з граничними умовами:

$$T = T_0, (0 \leq r \leq R, z = L); \quad (1) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0, (r = R, 0 \leq z \leq L); \quad (2)$$

$$T^1 = 0, (z = 0, R < r < \infty); \quad (3) \quad \lambda_0^* \Delta(T^1 + T) + 2 \left(\lambda_z^1 \frac{\partial T^1}{\partial z} - \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0; \quad (4)$$

$$\lambda_0^* \Delta(T^1 - T) - 6 \left(\lambda_z^1 \frac{\partial T^1}{\partial z} + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) - 12h_0(T^1 - T) = 0, (z = 0, 0 \leq r \leq R); \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial(T^1 + T)}{\partial r} + \frac{\alpha_0^*}{\lambda_0^*} \left(\frac{T^1 + T}{2} - T_c \right) = 0;$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial(T^1 - T)}{\partial r} + \frac{\alpha_0}{\lambda_0^*} \left(\frac{T^1 - T}{2} - T_c^* \right) = 0, (z = 0; r = R); \quad (6)$$

$$\frac{\partial T^1}{\partial z} + H_2^1 T^1 = 0, (z = 0, R < r < \infty); \quad (7) \quad \frac{\partial T^1}{\partial z} - H_1^1 T^1 = 0, (z = -H, 0 \leq r < \infty). \quad (8)$$

Тут $\lambda_z, \lambda_z^1, H_1^1, H_2^1$ – коефіцієнти теплопровідності і теплообміну; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$ –

оператор Лапласа; $T_c = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} T_c^0 d\gamma, \quad T_c^* = \frac{3}{2\delta^2} \int_{-\delta}^{\delta} \gamma T_c^0 d\gamma, \quad 2\delta$ – товщина проміжкового шару;

$\lambda_0^* = 2\lambda_0\delta; h_0 = \lambda_0 / 2\delta; \alpha_0^* = 2\alpha_0\delta; \lambda_0; \alpha_0$ – коефіцієнти теплопровідності і теплообміну проміжкового шару; h_0 – контактна провідність; T_c^0 – температура зовнішнього середовища.

Розв'язок рівняння теплопровідності для шару та циліндра одержано у вигляді:

$$T^1(\rho, \zeta) = \int_0^{\infty} \left[\varphi_1(r) e^{\eta\zeta} + \varphi_2(\eta) e^{-\eta\zeta} \right] J_0(\eta\rho) d\eta; \quad (9)$$

$$T(r, z) = A_0 z + B_0 + D_0 (r^2 - 2z^2) + \sum_{\kappa=1}^{\infty} J_0(\beta_{\kappa} r) (A_{\kappa} sh \beta_{\kappa} z + B_{\kappa} ch \beta_{\kappa} z) + \sum_{\kappa=1}^{\infty} I_0(\gamma_{\kappa} r) (C_{\kappa} \sin \gamma_{\kappa} z + D_{\kappa} \cos \gamma_{\kappa} z). \quad (10)$$

Задовольняючи граничні умови, задача зводиться до систем парних інтегральних рівнянь, які розв'язано числовим методом.