

УДК 539. 3

О. Самборська, кандидат фізико - математичних наук, доцент

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСКІНЧЕННИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ В ЗАДАЧАХ НЕСТІЙКОСТІ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ

O. Samborska, Ph. D., Assoc. Prof.

INVESTIGATION OF INFINITE SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS IN INSTABILITY PROBLEMS OF FIBER COMPOSITES

Розглядається тривимірна задача нестійкості ряду волокон з паралельними осями однакового кругового перерізу в нескінченній пружній матриці. Формулюються лінеаризовані рівняння стійкості як для матриці, так і для кожного волокна. Розглядається випадок ковзного контакту: на міжфазних поверхнях сили зсуву дорівнюють нулю, а нормальні зусилля та зміщення неперервні.

Розв'язки для кожного з волокон шукають у вигляді рядів Фур'є з модифікованими функціями Бесселя, а для матриці – з функціями Макдональда. Скориставшись теоремою додавання циліндричних функцій

$$K_n(\zeta_i \gamma r_p) \cos n\theta_p = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{p}{|p|} \right)^{m+n} \zeta_m (K_{n-m}(\zeta_i \gamma p \delta) + K_{n+m}(\zeta_i \gamma p \delta)) I_m(\zeta_i \gamma r_0) \cos m\theta_0;$$

$$\zeta_0 = 0,5, \zeta_m = 1 \text{ при } m \neq 0, \quad (1)$$

виразимо розв'язки для матриці в системі координат, зв'язаній з певним волокном, та підставимо ці вирази і розв'язки для даного волокна в граничні умови.

Отримаємо нескінченну однорідну систему лінійних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів $X_{k n, j}$. Ця система складається з двох замкнених систем:

а) система рівнянь відносно $X_{1n, j}$ (n – парне) і $X_{2n, j}$ (n – непарне) та б) система рівнянь відносно $X_{1n, j}$ (n – непарне) і $X_{2n, j}$ (n – парне). Оскільки значення визначників цих систем відрізняються тільки знаком, то обмежимося дослідженням системи типу а). Для того, щоб ця система мала ненульові розв'язки, необхідно та достатньо, щоб її визначник дорівнював нулю, тобто

$$\Delta(\varepsilon) = 0 \quad (2)$$

Застосовуючи властивості циліндричних функцій та ознаки збіжності числових рядів, доведемо збіжність наступних рядів:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left| I_n(\zeta_j \chi) (K_{m-n}(\zeta_j \gamma p \delta) \pm K_{m+n}(\zeta_j \gamma p \delta)) K_m^{-1}(\zeta_j \chi) \cos(\gamma p d) \right| n^\alpha,$$

$$\alpha = \text{const}, j = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Згідно з властивостями нескінченних визначників, $\Delta(\varepsilon)$ є визначником нормального типу. Тому при розв'язуванні характеристичного рівняння (2) цей визначник можна замінити скінченним визначником певного порядку.

Література

1. Гузь А.Н., Шульга Н.А., Бабич И.Ю. Механика композитов. Т 2. Динамика и устойчивость материалов. – Київ: Наукова думка, 1993. – 430 с.