Секція: МАТЕМАТИКА

Керівники: **к.ф.-м.н., доц. Б Шелестовський**

Вчений секретар: **ас. І. Габрусєва**

УДК 517.9

Г.В. Габрусєв, к.ф.-м.н., доц.; І.Ю. Габрусєва

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ЧИСЛОВИЙ МЕТОД ПОБУДОВИ ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ В КОНТАКТНИХ ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

H.V. Habrusiev, Ph.D., Assoc. Prof.; I.Yu. Habrusieva

NUMERICAL METHOD OF SOLVING SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS IN CONTACT PROBLEMS OF ELASTICITY THEORY

Різноманітні методики розв'язання контактних задач механіки деформівного твердого тіла найчастіше зводяться до визначення розв'язків систем лінійних рівнянь відносно невідомих, що є коефіцієнтами розкладу в ряд шуканих функцій. Наприклад задача про визначення контактних напружень при тиску параболічного штампа на попередньо напружену плиту (рис.1) зводиться до співвідношення

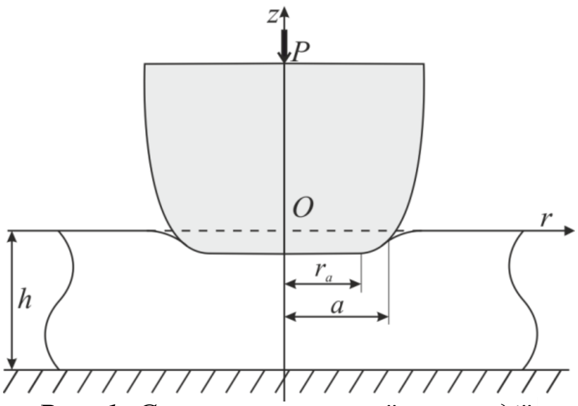

Рис. 1. Схема контактної взаємодії параболічного штампа та шару

$$k_1\sum_{n=1}^{\infty}a_n\int_0^{\infty}\Delta(\alpha)\Psi_n(\alpha)\left\{J_0(\alpha r)-J_0(\alpha a)\right\}d\alpha = \omega^*(r),\ 0\le r\le a; \qquad (1)$$

$$\Psi_n(\alpha)=\int_0^a rJ_0\left(\frac{\lambda_n}{a}r\right)J_0(\alpha r)dr,$$

де $J_0(x)$ – функція Бесселя, λ_n – її додатні корені, $\Delta(\alpha)$ – відома функція, $\omega^*(r)$ – функція, що визначає форму штампа, k_1 – коефіцієнт, що характеризує початкові деформації, a_n – невідомі коефіцієнти, які визначають розклад в ряд функції розподілу контактних напружень під штампом.

Виходячи із міркувань забезпечення необхідної точності в (1) обмежуються скінченною кількістю доданків N. Для визначення a_n найчастіше вибирають на відрізку $[0,a]$ N точок та підставляють їх в (1). У результаті отримується система відносно невідомих a_n. Проте такий підхід має суттєві недоліки, оскільки залежить від вибору точок відрізка $[0,a]$, а збільшення N не завжди приводить до збільшення точності розв'язання задачі. Уникнути їх можна помноживши обидві частини (1) на $rJ_0\left(\frac{\lambda_q}{a}r\right)$, $q=\overline{1,N}$ та проінтегрувавши на відрізку $[0,a]$ одержане співвідношення по r. У результаті отримується система

$$\sum_{n=1}^{N}a_n\int_0^{\infty}\Delta(\alpha)\Psi_n(\alpha)\left[\Psi_q(\alpha)-K_qJ_0(\alpha a)\right]d\alpha=\frac{w_q}{k_1},\ q=\overline{1,N}; \qquad (2)$$

$$K_q=\int_0^a rJ_0\left(\frac{\lambda_q}{a}r\right)dr;\quad w_q=\int_0^a r\omega^*(r)J_0\left(\frac{\lambda_q}{a}r\right)dr,$$

яка уже не містить r, а отже не залежить від вибору точок відрізка $[0,a]$.

Суттєвою перевагою такого підходу є те, що збільшення числа N, тобто кількості рівнянь системи (2), приводить до збільшення точності розв'язання задачі.