

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра фізики

Збірник
контрольних тестових завдань
для практичних робіт з фізики
(механіка, молекулярна фізика, термодинаміка,
основи електрики)

Тернопіль, 2015

Збірник контрольних тестових завдань для практичних робіт з фізики (механіка, молекулярна фізика, термодинаміка, основи електрики) / О. Крамар.- Тернопіль: Тайп, 2015.- 87 с.

Методичний посібник містить рекомендації щодо організації самостійної роботи студентів із практичними задачами семестрового завдання з фізики та при підготовці до модульних контролів у вигляді тестування по матеріалу двосеместрового курсу з фізики, що, зокрема, читається для студентів денної форми навчання (скорочений курс) у ТНТУ імені Івана Пулюя за навчальними планами підготовки бакалаврів за галузями знань 0505 "Машинобудування та матеріалобробка", 0601 "Будівництво та архітектура", 0701 "Транспорт і транспортна інфраструктура".

Укладач – **Крамар О.І., к.ф.-м.н., доц. каф. фізики ТНТУ ім. І.Пулюя**

Рецензенти – **Скоренький Ю.Л., к.ф.-м.н., зав. каф. фізики ТНТУ ім. І. Пулюя**
Довгоп'ятий Ю.М., асист. каф. фізики ТНТУ ім. І. Пулюя

Комп'ютерне оформлення тексту – **Крамар О.І.**

Рекомендовано до друку кафедрою фізики ТНТУ ім. І. Пулюя, протокол № 4 від 09.12.2015 р.

Схвалено методичною комісією факультету по роботі з іноземними студентами ТНТУ ім. І. Пулюя, протокол № 5 від 17.12.2015 р.

ЗМІСТ

ВСТУП. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО РОБОТИ З ТЕСТАМИ	4
1 РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	5
2 РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ СЕМЕСТРОВОГО ЗАВДАННЯ ТА МОДУЛЬНИХ КОНТРОЛІВ.....	7
2.1 Питання на модульний контроль	9
2.2 Типові задачі на модульний контроль	11
2.3 Приклади розв'язування та оформлення задач по темах семестрового завдання	15
2.4 Зразки модульних тестів.....	27
3 МЕТОДИКА РОБОТИ З ТЕСТОВОЮ БАЗОЮ ЕЛЕКТРОННОГО ДИСТАН ЦІЙНОГО КУРСУ	87

ВСТУП. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО РОБОТИ З ТЕСТАМИ

Однією із складових загальної мети викладання курсу фізики є оволодіння студентами засобами і методами розв'язування конкретних задач з курсу фізики, вироблення вміння застосовувати фізичні явища і закони при вирішенні інженерних задач. Метою даного методичного посібника є надання допомоги студентам стосовно методичних підходів до розв'язування фізичних задач та правильної підготовки до модульного тестування по перевірці знань з фізики.

Проведення контрольних заходів для перевірки знань є важливим елементом навчання. Можливість оперативно та адекватно оцінити навчальні досягнення студентів під час семестру сприяє корекції навчального процесу, дозволяє досягти більшої об'єктивності при підсумковому контролі знань. Одним з можливих інструментів контролю знань є застосування тестів. Насамперед варто зауважити, що тестування, попри відомі переваги (швидкість перевірки, поліваріантність, глибоке охоплення навчальної програми) ні в якому разі не варто абсолютизувати як єдино можливий метод проведення модульного контролю (зокрема, кожен викладач є вільним у виборі методів, форм та способів навчання і контролю поточних знань студентів). Апробований досвід показує, що контрольний тест обов'язково повинен містити певну кількість різних за ступенем складності запитань (оптимально, 10-15 завдань). Концепція поділу завдань (початкового, середнього, достатнього та високого рівнів) добре зарекомендувала себе і відображена при формуванні тестів даного посібника.

На наш погляд тест обов'язково мусить містити запитання найпростішого рівня (із таблицею запропонованих варіантів відповідей), які відображають базові поняття. На такі запитання повинні давати відповіді всі студенти, які на якісному понятійному рівні володіють навчальним матеріалом. Модульний тест повинен також містити задачі (з вибором варіанту відповіді) на кілька логічних кроків, які вимагають володіння навчальним матеріалом на достатньому рівні. Обов'язковим елементом модульного тесту має бути наявність запитань з відкритою формою відповіді ("традиційні" широкі теоретичні запитання), що передбачає перевірку викладачем не запропонованого варіанту відповіді, а вміння студента викласти думку стосовно того чи іншого фізичного явища, записати основні означення та закони, показати навички виведення формул. Нарешті модульна контрольна робота має містити задачу високого рівня складності, розв'язування якої покликане продемонструвати комплексний характер знань студентів.

Також варто застерегти від застосування випадкового підбору тестових запитань засобами електронного курсу та вирішення проблеми валідності тесту лише шляхом розширення кількості запитань у базі – такий спосіб є продуктивним лише при тематичному контролі, тоді як для модульного чи підсумкового контролю більше підходять наперед сформовані варіанти тестів, зразки яких і представлені у даному посібнику (можлива аналогія – тести ЗНО для абітурієнтів).

При роботі над розв'язками тестових завдань доцільно дотримуватися ряду рекомендацій:

- починати необхідно із завдань, які викликають менше труднощів;
- необхідно уважно читати умову завдання, оскільки вибір варіанту відповіді поспіхом, "за першими словами", приводить, як правило, до прикрих помилок;
- навіть до найпростіших завдань бажано робити записи, рисунки, розрахунки, щоб вибір правильного варіанту відповіді не перетворився у перевірку висновків теорії ймовірностей (з "успішним" результатом в 20-25% від загальної суми балів тесту);
- бажано зосереджуватися лише на поточному завданні та не повертатися постійно до раніше розглянутих;
- багато завдань можна розв'язати не шукаючи відразу правильний варіант, а здійснюючи послідовне виключення тих варіантів відповіді, які явно не підходять;
- необхідно застосувати декілька "кіл"-проходжень, захоплюючи важчі завдання;
- обов'язково треба залишити час для перевірки роботи.

У першому семестрі двосеместрового курсу фізики студенти скороченої форми навчання вивчають розділи "Механіка", "Молекулярна фізика", "Термодинаміка", "Основи електрики". Закони механіки, закономірності молекулярної будови речовини та початки електрики є основою сучасної фізики, фундаментом для різних галузей науки і техніки. Їх вивчення під час теоретичних і практичних занять є базою для багатьох інших важливих курсів, зокрема, технічного профілю. Тому основна мета даного курсу — дати пояснення суті фізичних законів та підготувати студентів до їхнього практичного застосування.

Попередні умови: поряд з вивченням розділів "Механіка", "Молекулярна фізика", "Термодинаміка", "Основи електрики" передбачається певний рівень підготовки зі споріднених курсів: "Вища математика", "Теорія ймовірностей і математична статистика".

В результаті вивчення курсу студент повинен

ЗНАТИ:

- фундаментальні фізичні поняття з основ механіки, теорії коливань, молекулярної фізики і термодинаміки, основ електрики;
- основні фізичні явища і закони класичної механіки, молекулярної фізики, електрики;
- систему одиниць фізичних величин SI;
- методи фізичних досліджень.

ВМІТИ:

- розв'язувати фізичні задачі з механіки, молекулярної фізики та основ електрики в межах курсу загальної фізики;
- працювати з найпростішими вимірювальними приладами (масштабною лінійкою, штангенциркулем, мікрометром, індикатором, секундоміром, амперметром, вольтметром, реохордом), фізичним обладнанням, проводити прості експерименти з механіки, молекулярної фізики та термодинаміки, електрики;
- опрацьовувати результати фізичних вимірювань;
- застосовувати фізичні закони та методи фізичних досліджень до інженерних задач.

1 РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

ОСНОВНА

1. Дідух Л.Д. Основи механіки.- Тернопіль: Підручники і посібники, 2010.
2. Трофимова Т.И. Курс фізики.- М.: ВШ, 1985.
3. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики: Навчальний посібник. У 2-х кн. Кн.1: Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм.- 2-ге видання.- К.: Либідь, 2001.
4. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики: Навчальний посібник. У 2-х кн. Кн.2: Оптика. Фізика атома і атомного ядра. Молекулярна фізика і термодинаміка.- К.: Либідь, 2001.
5. Курс фізики /за ред. І.Є. Лопатинського.– Львів: Бескид Біт, 2002.
6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: Навчальний посібник. У 3 трьох томах. Т.1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / за ред. І.М. Кучерука.- 2-ге вид., випр.- К.: Техніка, 2006.
7. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: Навчальний посібник. У 3-х томах. Т.2: Електрика і магнетизм / за ред. І.М. Кучерука.- 2-ге вид., випр.- К.: Техніка, 2006.
8. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс фізики.- М.: ВШ, 1989.
9. Механіка та молекулярна фізика. Лабораторний практикум / Укладачі: Дідух Л.Д., Скоренький Ю.Л., Крамар О.І., Довгоп'ятий Ю.М., Ганкевич В.В.- Тернопіль: ТНТУ, 2009.
10. Електрика та магнетизм: Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу фізики / Пундик А.В.- Тернопіль: ТНТУ, 2007.
11. Загальна фізика: Лабораторний практикум / за ред. І.Т. Горбачука.- К.: ВШ, 1992.
12. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу фізики.- М.: Наука, 1979.
13. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.- М.: ВШ, 1981.

14. Загальний курс фізики: Збірник задач. Навчальний посібник для студентів вузів / Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П. та ін.; За ред. І.П. Гаркуші.- 2-ге вид., стереотип.- К.: Техніка, 2004.
15. Рыбакова Г.И. Сборник задач по общей физике.- М.: Высшая школа, 1984.
16. Горбунова О.И., Зайцева А.М., Красников С.Н. Задачник-практикум по общей физике. Термодинамика и молекулярная физика.- М.: Просвещение, 1978.
17. Гельфгат І.М. Збірник різнорівневих завдань для державної підсумкової атестації з фізики.- Харків: Гімназія, 2010.
18. Фізика: типові тестові завдання / за ред. М.О. Альшиної.- Харків: Факт, 2011.
19. Ненашев І.Ю. Фізика. Експрес-підготовка. ЗНО-2012.- К.: Літера ЛТД, 2012.

ДОДАТКОВА

- Д1. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие (в 3-х т.).- Т.1: Механика. Молекулярная физика.- 3-е изд., испр.- М.: Наука, 1986.
- Д2. Савельев И.В. Курс общей физики: Учебное пособие (в 3-х т.).- Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика.- 3-е изд., испр.- М.:Наука, 1988.
- Д3. Пундик А. Курс фізики: Опорний конспект лекцій для студентів заочної форми навчання (фізичні основи механіки, молекулярна фізика і термодинаміка).- 2-ге вид., доп.- Тернопіль: ТДТУ, 2003.
- Д4. Пундик А. Курс фізики: Опорний конспект лекцій для студентів заочної форми навчання (електрика і магнетизм).- 2-ге видання, доп.- Тернопіль: ТДТУ, 2003.
- Д5. Нікіфоров Ю.М. Фізика: Конспект вибраних лекцій для студ. заочної форми навчання.- Тернопіль: ТДТУ, 2008.
- Д6. Дідух Л.Д. Електродинаміка (електронний навчальний курс).- Тернопіль: ТНТУ, 2009.
- Д7. Сивухин Д.В. Общій курс фізики.- М.: Наука, 1977-1987.- Т. 1-5.
- Д8. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике.- М.: Наука, 1982.
- Д9. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во вузе.- М.: ВШ, 1981.
- Д10. Беликов Б.С. Решение задач по физике: Общие методы.- М.: ВШ, 1986.
- Д11. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики.- М.: ВШ, 1978.
- Д12. Фізичний практикум / за ред. В.П. Дущенко.- К.: ВШ, 1981.- Ч.1, 2.
- Д13. Відповіді на тести ЗНО / Електронний ресурс. [Порядок доступу] <http://osvita.ua/test/answers/>
- Д14. Кабардин О.Ф., Кабардина И.С., Орлов В.А. Задания для контроля знаний учащихся по физике в средней школе.- М.: Просвещение, 1983.
- Д15. Низамов И.М. Задачи по физике с техническим содержанием.- М.: Просвещение, 1980.
- Д16. Липатов Д.Н. Вопросы и задачи по электротехнике для программированного обучения.- М.: Энергоатомиздат, 1984.

2 РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ СЕМЕСТРОВОГО ЗАВДАННЯ ТА МОДУЛЬНИХ КОНТРОЛІВ

Хоча практичні заняття не передбачені навчальним планом, однак розв'язування типових задач у вигляді семестрового завдання проводиться під час лекцій та лабораторних робіт.

№ п/п	Тематика самостійної роботи студентів над задачами (семестрове завдання, I семестр)	Модуль/ зміст. модуль	Література
1.	Методика розв'язування задач. Кінематика матеріальної точки.	M1/ЗМ1	[12] § 1, с. 19-30
2.	Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла. Сили в механіці.	M1/ЗМ1,2	[12] § 2, с. 30-54
3.	Робота, потужність, енергія. Закони збереження.	M1/ЗМ2	[12] §2, с. 30-54
4.	Обертювий рух твердого тіла.	M1/ЗМ3	[12] § 3, с. 54-63
5.	Механічні коливання і хвилі.	M1/ЗМ5	[12] § 12, с.218-230
6.	МКТ ідеального газу.	M2/ЗМ6	[12] § 5, с. 73-107
7.	Закони термодинаміки.	M2/ЗМ7	[12] § 5, с. 73-107
8.	Реальні гази і рідини.	M2/ЗМ8	[12] § 6-7, с. 107-124
9.	Властивості твердих тіл. Фазові переходи	M2/ЗМ8	[12] § 8, с.124-130
10.	Електростатика.	M2/ЗМ9	[12] § 9, с.140-163
11.	Постійний струм.	M2/ЗМ10	[12] § 10, с.163-187

При підготовці відповідної теми семестрового завдання студент повинен:

- скласти короткий конспект основних законів та формул відповідної теми;
- записати повні умови задач;
- при записі скороченої умови задачі необхідно подавати всі фізичні величини в одиницях SI;
- при необхідності побудувати схематичний рисунок з відповідними позначеннями;
- розв'язок супроводжувати короткими коментарями;
- провести числовий розрахунок шуканих величин;
- виділити відповідь до задачі.

Зразки розв'язування задач подані у посібнику [12] як на початку відповідних глав, так і у розділі "Відповіді та розв'язки". При розв'язуванні задач насамперед необхідно встановити, які фізичні закономірності відповідають даній проблемі. На основі формул, які описують відповідні процеси та явища задачі, необхідно знайти символічний (буквений) розв'язок, а лише потім підставляти числові результати (обов'язково в одній системі одиниць, як правило SI). Потрібні фізичні константи або довідкові дані необхідно брати з таблиць, наведених в кінці посібника. При числових розрахунках результат заокруглюється у відповідності із загальноприйнятими правилами, причому точність кінцевого результату не повинна бути більшою за точність вихідних величин.

Семестрове завдання з курсу загальної фізики

Модуль 1.

1) Кінематика

Приклад розв'язування: [12] §1 [17, 30, 32]

Самостійне розв'язування: [12] §1 [7, 13, 19, 25, 27, 53]

2) Динаміка (сили в природі, імпульс, робота, енергія)

Приклад розв'язування: [12] §2 [25, 30, 108]

Самостійне розв'язування: [12] §2 [29, 33, 147, 51, 58, 67, 80, 122]

3) Обертювий рух твердого тіла

Приклад розв'язування: [12] §3 [10, 27, 40]

Самостійне розв'язування: [12] §3 [7, 15, 24, 26, 30, 42]

4) Механічні коливання та хвилі.

Приклад розв'язування: [12] §12 [6, 22, 27]

Самостійне розв'язування: [12] §12 [10, 12, 24, 31, 47, 57]

Модуль 2.

5) МКТ ідеального газу. Термодинаміка.

Приклад розв'язування: [12] §5 [14, 22, 81]

Самостійне розв'язування: [12] §5 [21, 53, 70, 91, 109, 160, 168, 181, 197]

6) Електростатика.

Приклад розв'язування: [12] §9 [14, 32, 89]

Самостійне розв'язування: [12] §9 [10, 19, 66, 79, 90, 101]

7) Постійний струм.

Приклад розв'язування: [12] §10 [17, 48, 77]

Самостійне розв'язування: [12] §10 [4, 12, 26, 66, 84, 103]

2.1 Питання на модульний контроль

Модуль 1

1. Кінематика матеріальної точки. Рух, його види та способи опису. Переміщення, швидкість, прискорення.
2. Кінематика обертального руху. Кутові швидкість і прискорення, їх зв'язок з лінійними величинами.
3. Сила, маса. Інерціальні системи відліку. Закони Ньютона.
4. Імпульс тіла. Закон збереження імпульсу. Реактивний рух.
5. Закон всесвітнього тяжіння. Сила тяжіння. Вага.
6. Деформація, її види. Сила пружності. Закон Гука.
7. Сили тертя та види тертя.
8. *Неінерціальні системи відліку. Сили інерції.
9. Енергія як міра кількості руху і взаємодії. Робота сили. Потужність.
10. Кінетична енергія, її зв'язок з роботою.
11. Потенціальна енергія тіла у полі сил тяжіння, сил пружності.
12. Консервативні і дисипативні сили. Закон збереження повної механічної енергії.
*Удар тіл.
13. Момент сили та момент інерції. Основний закон динаміки обертального руху.
14. Розрахунок моменту інерції тіл. Теорема Штейнера.
15. Кінетична енергія та робота при обертальному русі твердого тіла.
16. Момент імпульсу тіла. Закон збереження моменту імпульсу. Гіроскопічний ефект.
17. *Основи спеціальної теорії відносності (постулати Ейнштейна; перетворення Лоренца; релятивістська зміна розмірів тіл та часових проміжків; взаємозв'язок маси та енергії).
18. Вільні гармонічні коливання, їх характеристики (амплітуда, фаза, частота, період).
19. Швидкість та прискорення при коливальному русі. Енергія гармонічних коливань.
20. Фізичний та математичний маятники. Зведена довжина фізичного маятника.
21. Згасаючі коливання. Коефіцієнт згасання. Логарифмічний декремент згасання.
22. Додавання коливань. Биття.
23. Вимушені коливання. Резонанс.
24. Поздовжні та поперечні механічні хвилі. Рівняння біжучої хвилі.
25. Інтерференція механічних хвиль, умови її виникнення.
26. Звук та його основні характеристики.

Примітка: символом * позначені питання для самостійного опрацювання (розглядаються студентами, які прагнуть отримати додаткові бали).

Модуль 2

1. Статистичний і термодинамічний методи дослідження фізичних властивостей макроскопічних систем. Параметри стану. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.
2. Модель ідеального газу. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу. Середня кінетична енергія молекул. Абсолютна шкала температур.
3. Рівняння Клапейрона-Менделєєва. Ізопроеци.
4. Внутрішня енергія ідеального газу. Розподіл енергії за ступенями вільності молекул.
5. Розподіл Максвелла молекул за швидкостями. Дослід Штерна.
6. Барометрична формула. Розподіл частинок в потенціальному полі.
7. *Середня довжина вільного пробігу молекул. Явища переносу в нерівноважних системах (дифузія, теплопровідність, внутрішнє тертя).
8. Робота та кількість теплоти. Перший закон термодинаміки, його застосування до ізопроеци.
9. Теплоємність, її види. Елементарна теорія теплоємності ідеального газу.
10. Адіабатний процес, його рівняння. Робота при адіабатному процесі.
11. Оборотні та необоротні процеси. Цикли. Цикл Карно та його коефіцієнт корисної дії.
12. Другий закон термодинаміки та його статистичний зміст. Поняття про ентропію.
13. Реальні гази. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Критичний стан.
14. *Поверхневий натяг рідини. Змочування. Капілярні явища.
15. *Особливості будови кристалічних твердих тіл. Теплове розширення твердих тіл.
16. Електричні заряди, їх властивості. Закон Кулона.
17. Електричне поле. Напруженість електричного поля. Силові лінії. Принцип суперпозиції полів.
18. *Потік напруженості електричного поля. Теорема Гауса для електростатичного поля у вакуумі.
19. Робота по переміщенню заряду в електростатичному полі. Потенціал, різниця потенціалів. Зв'язок між напруженістю і потенціалом. Еквіпотенціальні поверхні.
20. Провідники в електростатичному полі. Поле всередині і за межами провідника.
21. Електричне поле в діелектриках. Механізми поляризації діелектриків. Відносна діелектрична проникність середовища.
22. Електроємність провідників. Конденсатори, їх з'єднання. Енергія електростатичного поля.
23. Постійний електричний струм, умови його існування та основні характеристики. Закон Ома для ділянки кола (в інтегральній та диференціальній формах).
24. Електричний опір металів, причини його виникнення. Опір циліндричного провідника, з'єднання опорів. Температурна залежність опору металів.
25. Електрорушійна сила. Закон Ома для неоднорідної ділянки кола та повного кола.
26. Правила Кірхгофа, приклади їх застосування. Робота та потужність в колі постійного струму. Закон Джоуля-Ленца.
27. *Струм в електролітах. Закони електролізу.
28. *Струм в газах. Самостійний та несамостійний розряди.

Примітка: символом * позначені питання для самостійного опрацювання (розглядаються студентами, які прагнуть отримати додаткові бали).

2.2 Типові задачі на модульний контроль

Модуль 1

Тема 1. Кінематика.

1.1 Човен рухається перпендикулярно до берега зі швидкістю $7,2 \text{ км/год}$. Течія зносить його на 150 м вниз по річці, ширина якої $0,5 \text{ км}$. Знайти: 1) швидкість течії річки, 2) час, витрачений на переправу через річку.

1.2 Тіло падає вертикально з висоти $19,6 \text{ м}$ з нульовою початковою швидкістю. За який час тіло пройде: 1) перший 1 м свого шляху? 2) останній 1 м свого шляху? Опір повітря не враховувати.

1.3 Вагон рухається рівносповільнено з від'ємним прискоренням $-0,5 \text{ м/с}^2$. Початкова швидкість вагона 54 км/год . Через який час і на якій відстані від початкової точки руху вагон зупиниться?

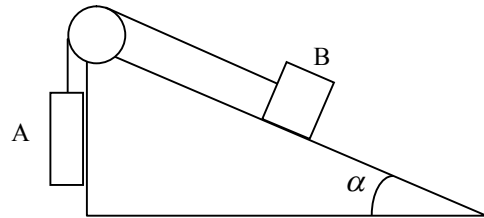
1.4 Залежність пройденого тілом шляху s від часу t задається рівнянням $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де $C = 0,14 \text{ м/с}^2$, $D = 0,01 \text{ м/с}^3$. 1) Через який час після початку руху прискорення тіла становитиме 1 м/с^2 ? 2) Чому дорівнює середнє прискорення тіла за цей проміжок часу?

1.5 Камінь, кинутий горизонтально, впав на землю через $0,5 \text{ с}$ на відстані 5 м по горизонталі від місця кидання. 1) З якої висоти було кинуто камінь? 2) З якою початковою швидкістю його було кинуто? 3) З якою швидкістю він впав на землю? 4) Який кут утворює траєкторія каменя з горизонтом в точці його падіння на землю? Опором повітря знехтувати.

Тема 2. Динаміка (сили в природі, імпульс, робота, енергія).

2.1 Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює з горизонтом кут 45° . Залежність пройденої тілом відстані від часу задається виразом $s = Ct^2$, де $C = 1,73 \text{ м/с}^2$. Знайти коефіцієнт тертя тіла до площини.

2.2 Невагомий блок закріплений на вершині похилої площини, яка утворює з горизонтом кут 30° . Тягарці А та В однакової маси 1 кг з'єднані ниткою та перекинуті через блок. Знайти: 1) прискорення, з яким рухаються тягарці, 2) силу натягу нитки. Коефіцієнт тертя тягарця В до похилої площини становить $0,1$. Тертям в блоці та масою блока знехтувати.



2.3 Штучний супутник Землі рухається по коловій орбіті в площині екватора із заходу на схід. На якій відстані від поверхні Землі повинен знаходитися цей супутник, щоб він був нерухомий відносно спостерігача, який знаходиться на Землі?

2.4 З вежі висотою 25 м горизонтально кинуто камінь зі швидкістю 15 м/с . Знайти кінетичну та потенціальну енергію каменя через 1 с після початку руху. Маса каменя $0,2 \text{ кг}$. Опором повітря знехтувати.

2.5 Автомобіль масою 2 т рухається під гору. Нахил гори становить 4 м на кожні 100 м шляху. Коефіцієнт тертя становить $0,08$. Знайти: 1) роботу, яку виконує двигун автомобіля на шляху 3 км , 2) потужність, яку розвиває двигун, якщо відомо, що цей шлях було пройдено за 4 хв .

2.6 Ковзаняр масою 70 кг , стоячи на ковзанах на льоду, кидає в горизонтальному напрямку камінь масою 3 кг зі швидкістю 8 м/с . Знайти, на яку відстань відкотиться при цьому ковзаняр, якщо відомо, що коефіцієнт тертя ковзанів до льоду дорівнює $0,02$.

2.7 Куля, випущена з пістолета, летить горизонтально та застрягає у тілі сферичної форми, підвішеному на дуже легкому жорсткому стержні. Маса кулі в 1000 разів менша за масу тіла. Відстань від точки підвісу стержня до центра тіла сферичної форми становить 1 м . Знайти швидкість кулі, якщо відомо, що стержень з тілом відхилився від удару на 10° .

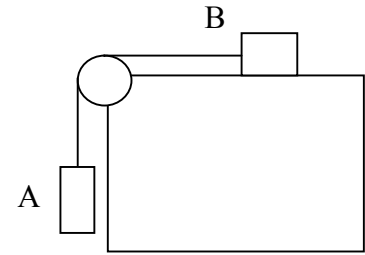
2.8 Стріляючи з рогатки хлопчик натягнув гумовий шнур так, що його довжина стала більшою на 10 см. З якою швидкістю полетів камінь масою 20 г? Для натягування гумового шнура на 1 см потрібна сила 9,8 Н. Опором повітря при польоті каменя знехтувати.

2.9 Два тягарці масами 2 кг та 1 кг з'єднані ниткою, перекинутою через невагомий блок, підвішений до стелі. Знайти: 1) прискорення, з яким рухаються тягарці; 2) силу натягу нитки. Тертям у блоці та масою блока знехтувати.

Тема 3. Обертювий рух твердого тіла.

3.1 До ободу колеса, яке має форму диска і може обертатися відносно осі симетрії, прикладена дотична сила 98 Н. Радіус колеса 0,5 м, маса 50 кг. Знайти: 1) кутове прискорення колеса, 2) через який час після початку дії сили колесо буде мати швидкість, яка відповідає 100 об/с?

3.2 Блок масою 1 кг закріплений на кінці стола (див. рисунок). Вантажі А та В, що мають по 1 кг, з'єднані ниткою і перекинуті через блок. Коефіцієнт тертя вантажу В до стола 0,1. Блок вважати однорідним диском. Тертям в блоці знехтувати. Знайти: 1) прискорення, з яким рухаються вантажі; 2) сили натягу ниток.



3.3 Хлопчик котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю 7,2 км/год. На яку відстань обруч може викотитися на гірку за рахунок своєї кінетичної енергії? Нахил гірки становить 10 м на кожні 100 м шляху.

3.4 Однорідна мідна куля радіусом 10 см обертається зі швидкістю, яка відповідає частоті 2 об/с, навколо осі, яка проходить через її центр. Яку роботу треба виконати, щоб збільшити кутову швидкість обертання кулі вдвічі? Густина міді 8600 кг/м³.

3.5 Колесо, обертаючись рівносповільнено при гальмуванні, зменшило за 1 хв швидкість обертання від 300 до 180 об/хв. Момент інерції колеса становить 2 кг·м². Знайти: 1) кутове прискорення колеса, 2) гальмівний момент, 3) роботу гальмування, 4) кількість обертів, зроблених колесом за цю хвилину.

3.6 Горизонтальна платформа масою 80 кг та радіусом 1 м обертається з кутовою швидкістю 20 об/хв. В центрі платформи стоїть людина і тримає у розставлених руках гирі. Яке число обертів за хвилину буде робити платформа, якщо людина опустить руки та зменшить свій момент інерції від 2,94 кг·м² до 0,98 кг·м²? Платформу вважати однорідним диском.

Тема 4. Механічні коливання та хвилі.

4.1 Рівняння руху точки має вигляд $x = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)$ см. Знайти: 1) період коливань, 2) максимальну швидкість точки, 3) її максимальне прискорення.

4.2 Точка здійснює гармонічне коливання. Період коливань 2 с, амплітуда 50 мм, початкова фаза дорівнює нулю. Знайти швидкість точки в момент часу, коли зміщення точки від положення рівноваги становить 25 мм.

4.3 До пружини підвішений вантаж. Максимальна кінетична енергія коливань вантажу становить 1 Дж, амплітуда коливань 5 см. Знайти коефіцієнт пружності.

4.4 Знайти амплітуду та початкову фазу гармонічного коливання, отриманого в результаті додавання однаково напрямлених коливань, які задаються рівняннями $x = 0,02 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

м та $x = 0,03 \sin\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ м.

4.5 Чому дорівнює логарифмічний декремент згасання математичного маятника, якщо за 1 хв амплітуда коливань зменшилася у два рази? Довжина маятника 1 м.

4.6 Звукові коливання, що мають частоту 500 Гц та амплітуду $0,25 \text{ мм}$, поширюються у повітрі. Довжина хвилі становить 70 см . Знайти: 1) швидкість поширення коливань, 2) максимальну швидкість частинок повітря.

Модуль 2

Тема 5. Молекулярно-кінетична теорія ідеального газу. Термодинаміка.

5.1 12 г газу займають об'єм 4 л при температурі 10°C . Після нагрівання при сталому тиску його густина становила $6 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$. До якої температури нагріли газ?

5.2 В посудині об'ємом 2 л знаходиться 10 г кисню під тиском 680 мм рт. ст. . Знайти: 1) середню квадратичну швидкість молекул газу, 2) число молекул у посудині, 3) густину газу. Молярна маса кисню $0,032 \text{ кг/моль}$.

5.3 Чому дорівнюють питомі теплоємності при сталому об'ємі та при сталому тиску деякого двоатомного газу, якщо його густина при нормальних умовах (температура 0°C , тиск 760 мм рт. ст.) становить $1,43 \text{ кг/м}^3$?

5.4 Гелій знаходиться у закритій посудині об'ємом 2 л при температурі 20°C та тиску 10^5 Па . 1) Яку кількість теплоти треба надати гелію, щоб збільшити його температуру на 100°C ? 2) Якою буде середня квадратична швидкість його молекул при новій температурі? 3) Який встановиться тиск? 4) Якою буде густина гелію? 5) Якою буде енергія теплового руху його молекул? Молярна маса гелію $0,004 \text{ кг/моль}$.

5.5 Пасажирський літак здійснює польоти на висоті 8300 м . За допомогою компресора в салоні підтримується постійний тиск, який відповідає висоті 2700 м . У скільки разів густина повітря у салоні більша від густини повітря за бортом, якщо зовнішня температура -20°C , а температура у літаку $+20^\circ\text{C}$?

5.6 $6,5 \text{ г}$ водню при температурі 27°C розширюється вдвічі при сталому тиску за рахунок надходження тепла ззовні. Знайти: 1) роботу розширення, 2) зміну внутрішньої енергії газу, 3) кількість теплоти, наданої газу. Молярна маса водню $0,002 \text{ кг/моль}$.

5.7 В посудині під поршнем знаходиться 1 г азоту. 1) Яку кількість теплоти необхідно затратити, щоб нагріти азот на 10°C ? 2) Наскільки при цьому підніметься поршень? Маса поршня 1 кг , площа його поперечного перерізу 10 см^2 . Тиск над поршнем становить 10^5 Па . Молярна маса азоту $0,028 \text{ кг/моль}$.

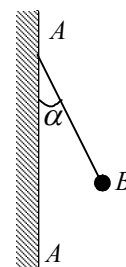
5.8 В посудині під поршнем знаходиться газ при нормальних умовах (температура 0°C , тиск 760 мм рт. ст.). Відстань між дном посудини та дном поршня становить 25 см . Коли на поршень положили вантаж масою 20 кг , він опустився на $13,4 \text{ см}$. Вважаючи стиск адіабатним, знайти відношення $\frac{C_p}{C_v}$. Площа поперечного перерізу поршня 10 см^2 ; масою поршня знехтувати.

5.9 Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, здійснює за один цикл роботу $7,35 \cdot 10^4 \text{ Дж}$. Температура нагрівника 100°C , температура охолоджувача 0°C . Знайти: 1) ККД (коефіцієнт корисної дії) машини, 2) кількість теплоти, яку отримує машина за один цикл від нагрівника, 3) кількість теплоти, яку віддає машина за один цикл охолоджувачу.

Тема 6. Електростатика.

6.1 В центр квадрата, у вершинах якого знаходиться по позитивному заряду $q=2 \text{ нКл}$, поміщено негативний заряд Q . Знайти величину цього заряду, якщо результуюча сила, яка діє на кожен заряд, дорівнює нулю.

6.2 На рисунку зображені рівномірно заряджена нескінченна площина AA і однойменно заряджена кулька B масою $m=4 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$ і зарядом $q=6,67 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$. Сила натягу нитки, на якій висить кулька, дорівнює $F=4,9 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$. Знайти поверхневу густину заряду на площині AA .



6.3 Електрон летить від однієї пластини плоского конденсатора до іншої. Різниця потенціалів між пластинами дорівнює 3 кВ ; відстань між пластинами 5 мм . Знайти: 1) силу, яка діє на електрон, 2) прискорення електрона, 3) швидкість, з якою електрон прилітає до другої пластини, 4) поверхневу густину заряду на пластинах конденсатора.

6.4 Вісім заряджених водяних крапель радіусом 1 мм і зарядом 10^{-10} Кл кожна зливаються в одну загальну водяну краплю. Знайти потенціал великої краплі.

6.5 Між пластинами плоского конденсатора, які знаходяться на відстані 1 см одна від одної, прикладена різниця потенціалів 100 В . До одної з пластин прилягає плоскопаралельна пластинка кристалічного бромистого талію ($\epsilon = 173$) товщиною $9,5 \text{ мм}$. Після відключення конденсатора від джерела напруги пластинку кристалу забирають. Яка буде після цього різниця потенціалів між пластинами конденсатора?

6.6 За допомогою електрометра порівнювали між собою ємності двох конденсаторів. Для цього їх заряджали до різних потенціалів: 300 В та 100 В , відповідно. Потім їх з'єднали паралельно, причому виміряна різниця потенціалів між обкладками стала рівною 250 В . Знайти відношення ємності першого та другого конденсаторів.

Тема 7. Постійний струм.

7.1 Котушка із мідного дроту має опір $10,8 \text{ Ом}$. Маса мідного дроту $3,41 \text{ кг}$. Скільки метрів дроту і якого діаметру намотано на котушці? Густина міді 8600 кг/м^3 , питомий опір міді $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

7.2 Елемент з е.р.с. $1,1 \text{ В}$ та внутрішнім опором 1 Ом замкнутий на зовнішній опір 9 Ом . Знайти: 1) силу струму в колі, 2) спад напруги на зовнішній ділянці кола, 3) спад напруги на елементі, 4) ККД елемента.

7.3 Визначити силу струму, яку показує амперметр на схемі. Е.р.с. батареї становить $2,1 \text{ В}$, опори $R_1=5 \text{ Ом}$, $R_2=6 \text{ Ом}$, $R_3=3 \text{ Ом}$. Опором амперметра та батареї знехтувати.

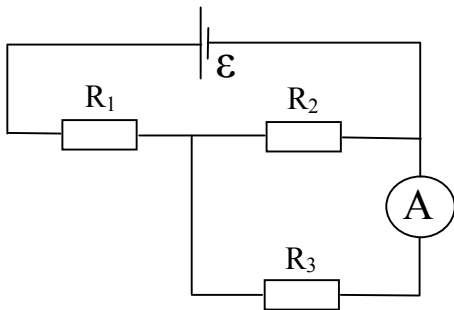


Рисунок до задачі 7.3

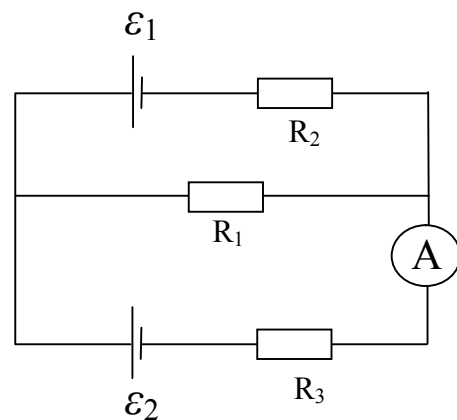


Рисунок до задачі 7.5

7.4 В електричному колі послідовно приєднані батарея з е.р.с. 120 В , амперметр, резистор з опором 10 Ом та електричний чайник. Амперметр показує 2 А . Через який час закипить $0,5 \text{ л}$ води, яка знаходиться в чайнику при початковій температурі 4°C ? Опором батареї та амперметра знехтувати. ККД чайника 76% , густина води 1000 кг/м^3 , питома теплоємність води $c=4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$.

7.5 Яку силу струму показує міліамперметр у схемі, якщо е.р.с. першого джерела становить 2 В , е.р.с. другого джерела становить 3 В , $R_1=1000 \text{ Ом}$, $R_2=500 \text{ Ом}$, $R_3=200 \text{ Ом}$ та опір амперметра $R_A=200 \text{ Ом}$? Внутрішнім опором джерел струму знехтувати.

7.6 При отриманні алюмінію електролізом розчину Al_2O_3 в розплавленому кріоліті проходив струм $2 \cdot 10^4 \text{ А}$ при різниці потенціалів на електродах 5 В . 1) Знайти час, протягом якого буде виділено 10^3 кг алюмінію. 2) Скільки джоулів електричної енергії при цьому буде затрачено?

2.3 Приклади розв'язування та оформлення задач по темах семестрового завдання.

1) Камінь падає з висоти 1200 м. Який шлях пройде камінь за останню секунду свого руху?

Дано:

$$h_0 = 1200 \text{ м}$$

$$t_1 = 1 \text{ с}$$

$$s_1 = ?$$

Загальне кінематичне рівняння зміни висоти тіла з часом при вільному падінні має вигляд:

$$h = h_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \quad (1)$$

Виберемо додатній напрям осі ОУ вгору та пов'яжемо початок координат із землею (див. рисунок). Оскільки тіло падає без початкової швидкості, то $v_{0y} = 0$. Проекція прискорення вільного падіння $g_y = -g$. Таким чином, на основі (1) маємо:

$$h = h_0 - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

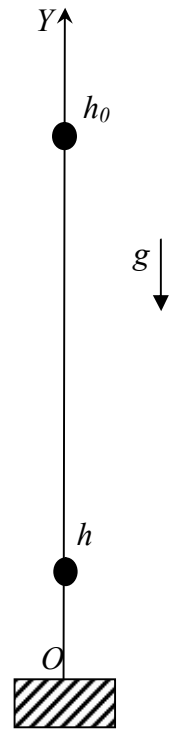
В точці падіння $h=0$, тому розв'язуючи (2) маємо вираз для часу падіння:

$$t_n = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1200 \text{ м}}{9,81 \text{ м/с}^2}} \approx 15,64 \text{ с}.$$

Знайдемо тепер координату, яку матиме камінь у момент часу на одну секунду менший за час падіння, $t = t_n - t_1 = 14,64 \text{ с}$. Для цього підставимо у вираз (2) знайдений час t :

$$h_1 = 1200 \text{ м} - \frac{9,81 \text{ м/с}^2 (14,64 \text{ с})^2}{2} \approx 150 \text{ м}.$$

Оскільки початок відліку зв'язаний із землею, то знайдена висота дорівнюватиме відстані, яку пролетів камінь за останню секунду руху $s_1 = h_1 = 150 \text{ м}$.



2) Похила площина, яка утворює кут 25° з площиною горизонту, має довжину 2 м. Тіло, яке рухається рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час 2 с. Знайти коефіцієнт тертя тіла до площини.

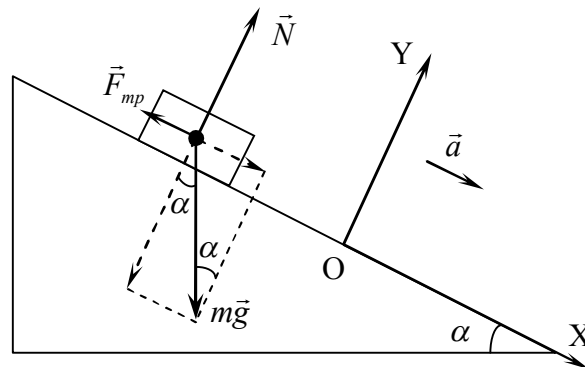
Дано:

$$\alpha = 25^\circ$$

$$s = 2 \text{ м}$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$\mu = ?$$



Тіло рухається вздовж площини рівноприскорено без початкової швидкості. Таким чином:

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2 \text{ м}}{(2 \text{ с})^2} = 1 \text{ м/с}^2$$

Запишемо другий закон Ньютона для тіла на похилій площині:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp}. \quad (1)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі ОХ:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{mp}. \quad (2)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі ОУ:

$$0 = N - mg \cos \alpha . \quad (3)$$

З рівняння (3) маємо $N = mg \cos \alpha$. Оскільки сила тертя $F_{\text{тр}}$ пов'язана з величиною сили нормальної реакції опори виразом $F_{\text{тр}} = \mu N$, то $F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha$. Таким чином на основі (2) маємо:

$$\begin{aligned} ma &= mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha , \\ a &= g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha , \\ \mu g \cos \alpha &= g \sin \alpha - a , \\ \mu &= \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha} = \frac{9,8 \text{ м/с}^2 \sin(25^\circ) - 1 \text{ м/с}^2}{9,8 \text{ м/с}^2 \cos(25^\circ)} = 0,35 . \end{aligned}$$

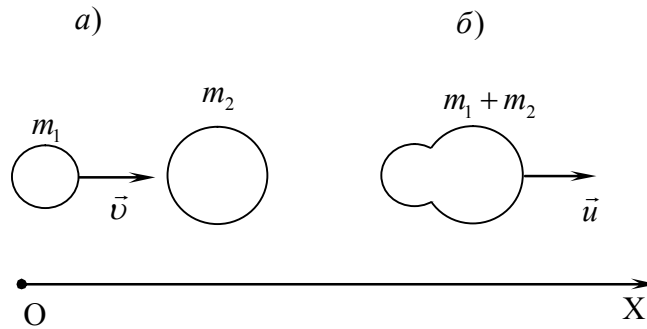
3) Куля масою m_1 , яка летить з швидкістю 5 м/с , вдаряється у нерухому кулю масою m_2 . Удар прямий, непружний. Знайти швидкість куль після удару, а також частину кінетичної енергії першої кулі, яка пішла на збільшення внутрішньої енергії цих куль. Розглянути два випадки: 1) $m_1 = 2 \text{ кг}$, $m_2 = 8 \text{ кг}$; 2) $m_1 = 8 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$.

Дано:

- 1) $m_1 = 2 \text{ кг}$
 $m_2 = 8 \text{ кг}$
 2) $m_1 = 8 \text{ кг}$
 $m_2 = 2 \text{ кг}$
 $v = 5 \text{ м/с}$

u - ?

$\frac{Q}{W_{k1}}$ - ?



Застосуємо закон збереження імпульсу: імпульс системи до взаємодії $m_1 \vec{v}$, після непружного удару $(m_1 + m_2) \vec{u}$. Для замкнутої механічної системи імпульс зберігається.

$$m_1 \vec{v} = (m_1 + m_2) \vec{u} .$$

Спроектуємо вектори на вибраний напрям осі OX (див. рисунок):

$$m_1 v = (m_1 + m_2) u .$$

Таким чином:

$$u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} .$$

Закон збереження енергії для випадку непружного зіткнення матиме вигляд:

$$W_{k1} = W_k + Q ,$$

тут W_{k1} - кінетична енергія першої кулі до зіткнення, W_k - сумарна кінетична енергія куль після зіткнення, Q - кількість тепла, яка виділилася при непружному ударі та пішла на збільшення внутрішньої енергії куль.

$$\begin{aligned} \frac{m_1 v^2}{2} &= \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + Q , \\ Q &= \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} . \end{aligned}$$

Таким чином:

$$\frac{Q}{W_{k1}} = \frac{\frac{m_1 v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}}{\frac{m_1 v^2}{2}} = 1 - \frac{(m_1 + m_2) u^2}{m_1 v^2} = 1 - \frac{(m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 v}{m_1 + m_2} \right)^2}{m_1 v^2} = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

Підставимо числові дані з умови задачі:

$$1) u = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} = \frac{2 \text{ кг} \cdot 5 \text{ м/с}}{2 \text{ кг} + 8 \text{ кг}} = 1 \text{ м/с}; \quad \frac{Q}{W_{k1}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{8 \text{ кг}}{2 \text{ кг} + 8 \text{ кг}} = 0,8.$$

$$2) u = \frac{8 \text{ кг} \cdot 5 \text{ м/с}}{8 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} = 4 \text{ м/с}; \quad \frac{Q}{W_{k1}} = \frac{2 \text{ кг}}{8 \text{ кг} + 2 \text{ кг}} = 0,2.$$

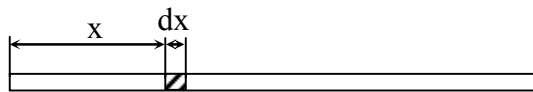
4) Визначити момент інерції тонкого однорідного стержня довжиною 30 см і масою 100 г відносно осі, яка перпендикулярна до стержня і проходить через: 1) його кінець, 2) його середину, 3) точку, яка лежить на відстані третини довжини від його кінця.

Дано:

$$m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$$

$$l = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$$

$I = ?$



1) На відстані x від кінця стержня ділянка dx матиме масу $dm = \rho S dx$, де ρ - густина матеріалу стержня, S - площа поперечного перерізу стержня.

Будемо розглядати стержень як сукупність матеріальних точок, причому момент інерції кожної з них визначається виразом $I = mr^2$. Таким чином:

$$dI = dm x^2 = \rho S x^2 dx.$$

Тоді загальний момент інерції визначатиметься інтегралом:

$$I = \int_0^l \rho S x^2 dx = \rho S \frac{x^3}{3} \Big|_0^l = \rho S \frac{l^3}{3}.$$

Оскільки маса всього стержня $m = \rho V = \rho S l$, то $\rho S = \frac{m}{l}$ і тому:

$$I = \frac{l^3}{3} \cdot \frac{m}{l} = \frac{1}{3} m l^2. \quad (1)$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 10^{-1} \text{ кг} \cdot (0,3 \text{ м})^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2) Для розрахунку моменту інерції стержня відносно осі, яка проходить через його середину, скористаємося теоремою Штейнера:

$$I = I_0 + m d^2,$$

I - момент інерції відносно осі, яка не проходить через центр мас, I_0 - момент інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр мас, d - віддаль між цими осями, m - маса тіла.

Оскільки $d = \frac{l}{2}$, то:

$$\frac{1}{3} m l^2 = I_0 - m \left(\frac{l}{2} \right)^2 \Rightarrow I_0 = \frac{m l^2}{3} - \frac{m l^2}{4} = \frac{1}{12} m l^2, \quad (2)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot 10^{-1} \text{ кг} \cdot (0,3 \text{ м})^2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

3) Для розрахунку моменту інерції стержня відносно осі, що проходить через точку, яка лежить на відстані третини довжини від його кінця, знову скористаємося теоремою

Штейнера та результатом попереднього пункту. Оскільки $d = \frac{l}{2} - \frac{l}{3} = \frac{l}{6}$, то:

$$I = I_0 + md^2 = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{6}\right)^2 = \frac{4}{36}ml^2 = \frac{1}{9}ml^2, \quad (3)$$

$$I = \frac{1}{9} \cdot 1 \cdot 10^{-1} \text{ кг} \cdot (0,3 \text{ м})^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

5) Два тіла масами 0,25 кг та 0,15 кг зв'язані тонкою ниткою, перекинutoю через блок. Блок закріплений на краю горизонтального стола, по поверхні якого ковзає тіло з більшою масою. З яким прискоренням рухаються тіла і якими є сили натягу ниток T_1 та T_2 по обидва боки від блока? Коефіцієнт тертя тіла до поверхні стола становить 0,2. Маса блока дорівнює 0,1 кг і її можна вважати рівномірно розподіленою по ободу. Масою нитки і тертям в підшипниках осі блока знехтувати.

Дано:

$$m = 0,1 \text{ кг}$$

$$m_1 = 0,25 \text{ кг}$$

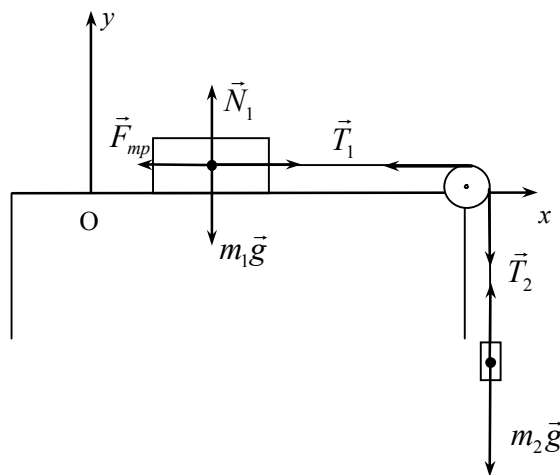
$$m_2 = 0,15 \text{ кг}$$

$$\mu = 0,2$$

$$1) a - ?$$

$$2) T_1 - ?$$

$$3) T_2 - ?$$



Всі зв'язані тіла системи будуть рухатися з однаковим прискоренням.

Запишемо другий закон Ньютона для бруска на столі:

$$m_1 \vec{a} = \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{F}_{mp}. \quad (1)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі ОХ:

$$m_1 a = T_1 - F_{mp}.$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі ОУ:

$$0 = N_1 - m_1 g.$$

Сила тертя може бути знайдена за формулою $F_{mp} = \mu N_1 = \mu m_1 g$.

Таким чином:

$$m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \quad (2)$$

Запишемо другий закон Ньютона для другого тіла:

$$m_2 \vec{a} = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g}. \quad (3)$$

Спроектуємо сили на вибраний напрям осі ОУ:

$$-m_2 a = T_2 - m_2 g. \quad (4)$$

Оскільки блок має масу, то сили натягу T_1 та T_2 не будуть рівними. Маса блока рівномірно розподілена по ободу, тому можемо скористатися для блока формулою моменту інерції для кільця $I = mR^2$. Прискорене обертання блока обумовлене рівнодійним моментом сил, причому момент сили натягу нитки T_1 будемо вважати додатнім (сила викликає обертання блока проти годинникової стрілки), а сили натягу T_2 – від'ємним (сила викликає обертання блока за годинниковою стрілкою). Скористаємося основним законом динаміки обертального руху:

$$I\varepsilon_z = M_p = T_1 R - T_2 R = (T_1 - T_2) R. \quad (5)$$

Між кутовим прискоренням ε та тангенціальним прискоренням a точок на краю блока має місце зв'язок:

$$a = \varepsilon R \Rightarrow \varepsilon = \frac{a}{R}.$$

Таким чином отримуємо (обертання йде за годинниковою стрілкою, тому кутове прискорення від'ємне):

$$\begin{aligned} -mR^2 \frac{a}{R} &= (T_1 - T_2) R, \\ ma &= T_2 - T_1 \end{aligned} \quad (6)$$

У підсумку отримуємо систему рівнянь (2), (4) та (6):

$$\begin{cases} m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \\ -m_2 a = T_2 - m_2 g \\ ma = T_2 - T_1 \end{cases}; \begin{cases} m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \\ m_2 a = m_2 g - T_2 \\ ma = T_2 - T_1 \end{cases} \quad (7)$$

Для відшукування величини прискорення додамо всі рівняння системи (7) та отримаємо:

$$(m_1 + m_2 + m)a = m_2 g - \mu m_1 g.$$

Таким чином:

$$a = \frac{(m_2 - \mu m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = \frac{(0,15 \text{ кг} - 0,2 \cdot 0,25 \text{ кг}) \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{0,15 \text{ кг} + 0,25 \text{ кг} + 0,1 \text{ кг}} = 1,96 \text{ м/с}^2.$$

Сили натягу ниток (на основі виразів із системи (7)):

$$T_1 = m_1 a + \mu m_1 g = m_1 (a + \mu g) = 0,25 \text{ кг} \cdot (1,96 \text{ м/с}^2 + 0,2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2) = 0,98 \text{ Н}$$

$$T_2 = m_2 g - m_2 a = m_2 (g - a) = 0,15 \text{ кг} \cdot (9,8 \text{ м/с}^2 - 1,96 \text{ м/с}^2) = 1,18 \text{ Н}$$

б) Максимальна швидкість точки, яка здійснює гармонічні коливання, становить 10 см/с , максимальне прискорення становить 100 см/с^2 . Визначити циклічну частоту коливань, їх період та амплітуду. Записати рівняння коливань, якщо початкова фаза дорівнює нулю.

Дано:

$$v_{\max} = 10 \text{ см/с} = 0,1 \text{ м/с}$$

$$a_{\max} = 100 \text{ см/с}^2 = 1 \text{ м/с}^2$$

$$\varphi_0 = 0$$

$$1) \omega - ?$$

$$2) T - ?$$

$$3) A - ?$$

$$4) x(t) - ?$$

Загальне рівняння коливань має вигляд:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Швидкість точки знайдемо шляхом диференціювання координати по часу:

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (1)$$

Прискорення точки знайдемо шляхом диференціювання швидкості по часу:

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi). \quad (2)$$

Таким чином $v_{\max} = A\omega$, $a_{\max} = A\omega^2$. Знайдемо відношення амплітуд прискорення (2) та швидкості (1):

$$\frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \omega = \frac{1 \text{ м/с}^2}{0,1 \text{ м/с}} = 10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}} \approx 0,63 \text{ с}.$$

Амплітуда коливань:

$$A = \frac{v_{\max}}{\omega} = \frac{0,1 \text{ м/с}}{10 \frac{\text{рад}}{\text{с}}} = 0,01 \text{ м.}$$

Рівняння коливань має вигляд: $x = 0,01 \cos(10t)$.

7) Хвиля з періодом 1,2 с та амплітудою 2 см поширюється зі швидкістю 15 м/с. Яким є зміщення точки, яка знаходиться на відстані 45 м від джерела хвиль, в момент часу 4 с.

Дано:

$$T = 1,2 \text{ с}$$

$$A = 0,02 \text{ м}$$

$$v = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$x = 45 \text{ м}$$

$$t = 4 \text{ с}$$

$$y = ?$$

Рівняння біжучої плоскої хвилі:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx),$$

де величина $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - кутове хвильове число.

Віддаль, на яку поширюється хвиля за період T - довжина хвилі λ .

$$\lambda = vT.$$

$$\lambda = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,2 \text{ с} = 18 \text{ м.}$$

Циклічна частота коливання:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,14}{1,2 \text{ с}} \approx 5,23 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Таким чином зміщення точки від положення рівноваги:

$$y = 0,02 \text{ м} \cdot \sin\left(5,23 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 4 \text{ с} - \frac{2 \cdot 3,14}{18 \text{ м}} \cdot 45 \text{ м}\right) \approx 0,0173 \text{ м} = 1,73 \text{ см.}$$

8) Колба місткістю 4 л містить деякий газ масою 0,6 г під тиском 200 кПа. Визначити середню квадратичну швидкість молекул газу.

Дано:

$$V = 4 \text{ л} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$p = 200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$m = 0,6 \text{ г} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

$$\bar{v}_{\text{кв}} = ?$$

Середня квадратична швидкість визначається виразом:

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (1)$$

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow \frac{RT}{\mu} = \frac{pV}{m}. \quad (2)$$

Підставимо (2) в (1):

$$\bar{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3pV}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{6 \cdot 10^{-4} \text{ кг}}} = 2000 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

9) Знаючи функцію розподілу молекул за швидкостями визначити середню арифметичну швидкість молекул.

Дано:

$$f(v)$$

$$\bar{v} = ?$$

Функція розподілу молекул за швидкостями:

$$f(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_0}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{2k_B T}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\mu}{2RT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{\mu v^2}{2RT}}. \quad (1)$$

Середня швидкість за означенням:

$$\bar{v} = \frac{1}{N} \sum_i v_i = \frac{1}{N} \int_0^\infty v dN = \int_0^\infty f(v) v dv \quad (2)$$

Підставивши (1) в (2), отримуємо:

$$\bar{v} = \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\mu}{2RT} \right)^{\frac{3}{2}} v^3 e^{-\frac{\mu v^2}{2RT}} dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\mu}{2RT} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty v^3 e^{-\frac{\mu v^2}{2RT}} dv.$$

Цей інтеграл можна звести до табличного:

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2} = \frac{a^{-2}}{2},$$

при умові, що $a = \frac{\mu}{2RT}$.

У підсумку отримуємо:

$$\bar{v} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\mu}{2RT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\mu}{2RT} \right)^{-2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{\mu}{2RT} \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

10) Визначити питому теплоємність при сталому об'ємі суміші газів, яка утворена 5 л водню та 3 л гелію, що знаходяться до змішування при однакових умовах.

Дано:

$$V_1 = 5 \text{ л} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$V_2 = 3 \text{ л} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$\mu_2 = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$c_V - ?$

Кількість теплоти, яку необхідно затратити на нагрівання суміші, можна виразити двома способами:

$$Q = c_V m \Delta T = c_V (m_1 + m_2) \Delta T, \quad (1)$$

де c_V - питома теплоємність при сталому об'ємі суміші, m_1 - маса водню, m_2 - маса гелію;

$$Q = Q_1 + Q_2 = c_{V1} m_1 \Delta T + c_{V2} m_2 \Delta T = (c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2) \Delta T, \quad (2)$$

де c_{V1} - питома теплоємність водню при сталому об'ємі, c_{V2} - питома теплоємність гелію при сталому об'ємі

Порівнюємо праві частини рівностей (1) та (2):

$$c_V (m_1 + m_2) = c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2. \quad (3)$$

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m = \frac{pV\mu}{RT}. \quad (4)$$

Оскільки умови, в яких знаходяться гази, однакові, то:

$$m_1 = \frac{pV_1\mu_1}{RT}, m_2 = \frac{pV_2\mu_2}{RT}. \quad (5)$$

Питома теплоємність при сталому об'ємі c_V пов'язана з молярною теплоємністю при сталому об'ємі C_V співвідношенням:

$$c_V = \frac{1}{\mu} C_V = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Rightarrow c_{V1} = \frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{i_1}{2} R, c_{V2} = \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{i_2}{2} R, \quad (6)$$

причому кількість ступенів вільності для двоатомного газу водню $i_1 = 5$ та одноатомного газу гелію $i_2 = 3$.

Підставимо (5) та (6) в (3):

$$c_V \left(\frac{pV_1\mu_1}{RT} + \frac{pV_2\mu_2}{RT} \right) = c_{V1} \frac{pV_1\mu_1}{RT} + c_{V2} \frac{pV_2\mu_2}{RT},$$

$$c_V (V_1\mu_1 + V_2\mu_2) = c_{V1} V_1\mu_1 + c_{V2} V_2\mu_2 = \frac{1}{\mu_1} \cdot \frac{i_1}{2} R \cdot V_1\mu_1 + \frac{1}{\mu_2} \cdot \frac{i_2}{2} R \cdot V_2\mu_2,$$

$$c_V (V_1\mu_1 + V_2\mu_2) = \frac{i_1}{2} R V_1 + \frac{i_2}{2} R V_2.$$

У підсумку отримуємо вираз для питомої теплоємності суміші у вигляді:

$$c_V = \frac{R}{2} \cdot \frac{i_1 V_1 + i_2 V_2}{V_1\mu_1 + V_2\mu_2},$$

$$c_V = \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{2} \cdot \frac{5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 + 3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} + 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \approx 6421 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

11) Кисень при незмінному тиску 80 кПа нагрівається. Його об'єм збільшується від 1 м^3 до 3 м^3 . Знайти: 1) зміну внутрішньої енергії кисню; 2) виконану при розширенні роботу; 3) надану газу кількість теплоти.

Дано:

$$p = 80 \text{ кПа} = 8 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$V_1 = 1 \text{ м}^3$$

$$V_2 = 3 \text{ м}^3$$

$$i=5$$

$$Q - ?$$

При $p = \text{const}$ перший закон термодинаміки матиме вигляд:

$$Q = A + \Delta U. \quad (1)$$

Виконана газом робота може бути знайдена на основі виразу:

$$A = p(V_2 - V_1) = 8 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot (3 \text{ м}^3 - 1 \text{ м}^3) = 160 \cdot 10^3 \text{ Дж} \quad (2)$$

Зміна внутрішньої енергії задається виразом:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T, \quad (3)$$

де i – кількість ступенів вільності молекул.

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва для двох станів при $p = \text{const}$:

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2,$$

та знайдемо їх різницю:

$$p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1). \quad (4)$$

Підставимо (4) в (3):

$$\Delta U = \frac{i}{2} p(V_2 - V_1) = \frac{i}{2} A = \frac{5}{2} \cdot 160 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 400 \cdot 10^3 \text{ Дж}. \quad (5)$$

Тоді на основі (1) отримуємо з урахуванням (2) та (5):

$$Q = 160 \cdot 10^3 \text{ Дж} + 400 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 560 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 560 \text{ кДж}.$$

12) Ідеальний газ, який здійснює цикл Карно, отримав від нагрівника кількість теплоти $4,2 \text{ кДж}$ та виконав роботу 590 Дж . Знайти термічний ККД цього циклу. У скільки разів температура нагрівника більша за температуру охолоджувача?

Дано:

$$Q_1 = 4200 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = 590 \text{ Дж}$$

$$1) \eta - ?$$

$$2) \frac{T_1}{T_2} - ?$$

ККД теплової машини можна розрахувати за формулою:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) \cdot 100\%, \quad (1)$$

де Q_1 - кількість теплоти, отримана робочим тілом від нагрівника,

Q_2 - кількість теплоти, передана робочим тілом охолоджувачу.

ККД ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \cdot 100\%, \quad (2)$$

де T_1 - абсолютна температура нагрівника, T_2 - абсолютна температура охолоджувача.

На основі (1) маємо: $\eta = \left(1 - \frac{590 \text{ Дж}}{4200 \text{ Дж}}\right) \cdot 100\% = 14\%$.

На основі (2) маємо:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \frac{\eta}{100\%}} = \frac{100\%}{100\% - \eta} = \frac{100}{86} = 1,16.$$

13) Кисень перебуває під тиском 7 МПа, його густина 100 кг/м³. Знайти температуру кисню.

Дано:

$$p = 7 \text{ МПа} = 7 \cdot 10^6 \text{ Па}$$

$$\rho = 100 \text{ кг/м}^3$$

$$\mu = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

T - ?

Для реальних газів справедливе рівняння Ван-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

де a та b – поправки Ван-дер-Ваальса (для кисню $a = 0,136 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}$,

$$b = 3,17 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}).$$

Виразимо масу газу через густину:

$$m = \rho V,$$

Таким чином рівняння Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(\frac{m}{\rho} - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

$$\left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(\frac{1}{\rho} - \frac{b}{\mu} \right) m = \frac{m}{\mu} RT,$$

$$\left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(\frac{1}{\rho} - \frac{b}{\mu} \right) = \frac{RT}{\mu},$$

$$T = \left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(\frac{1}{\rho} - \frac{b}{\mu} \right) \frac{\mu}{R},$$

$$T = \left(7 \cdot 10^6 \text{ Па} + \frac{(100 \text{ кг/м}^3)^2 \cdot 0,136 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}}{\left(32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \right)^2} \right) \left(\frac{1}{100 \text{ кг/м}^3} - \frac{3,17 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \right) \cdot \frac{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 287 \text{ К}.$$

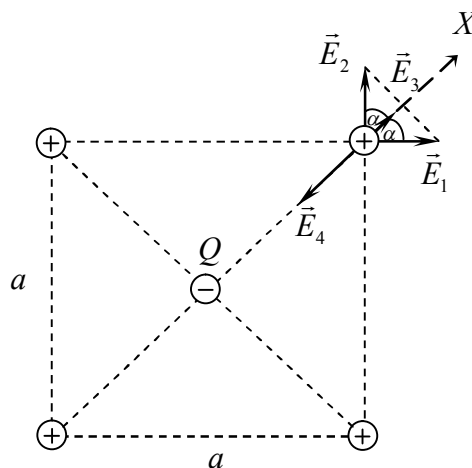
14) У вершинах квадрата знаходяться однакові заряди 0,3 нКл кожен. Який від'ємний заряд треба помістити в центр квадрата, щоб сила взаємного відштовхування додатних зарядів була зрівноважена силою притягання від'ємного заряду?

Дано:

$$q = 0,3 \text{ нКл} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Q - ?



Скористаємося принципом суперпозиції електричних полів. Оскільки заряди зрівноважені, то векторна сума напруженостей полів в точці, де знаходиться довільний заряд, повинна дорівнювати нулю. Розглянемо дію інших зарядів на пробний, який знаходиться у одній з вершин квадрата. Результируючий вектор напруженості поля:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4 = 0. \quad (1)$$

Виберемо напрям осі ОХ для проектування вздовж діагоналі квадрата. Тоді:

$$E_1 \cos \alpha + E_2 \cos \alpha + E_3 - E_4 = 0. \quad (2)$$

Оскільки заряди вважаються точковими, то можна використати формулу $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$, де r – відстань від заряду до точки, де шукається поле. Оскільки діагональ квадрата $d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow d = \sqrt{2}a$, то можемо записати:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{a^2} \cos \alpha + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{a^2} \cos \alpha + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{2a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = 0,$$

$$q \left(\cos 45^\circ + \cos 45^\circ + \frac{1}{2} \right) - 2Q = 0,$$

$$q \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \right) - 2Q = 0,$$

$$Q = \frac{\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} q = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4}\right) q = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 0,25\right) \cdot 3 \cdot 10^{-10} \text{ Кл} \approx 2,9 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}.$$

Отже, в центр квадрата треба помістити від'ємний заряд величиною $2,9 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$.

15) Конденсатори з електроємностями $C_1=2 \text{ мкФ}$, $C_2=2 \text{ мкФ}$, $C_3=3 \text{ мкФ}$, $C_4=1 \text{ мкФ}$ з'єднані так, як показано на рисунку. Різниця потенціалів на обкладках четвертого конденсатора становить 100 В . Знайти заряди і різниці потенціалів на обкладках кожного конденсатора, а також загальний заряд і різницю потенціалів батареї конденсаторів.

Дано:

$$C_1 = C_2 = 2 \text{ мкФ} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

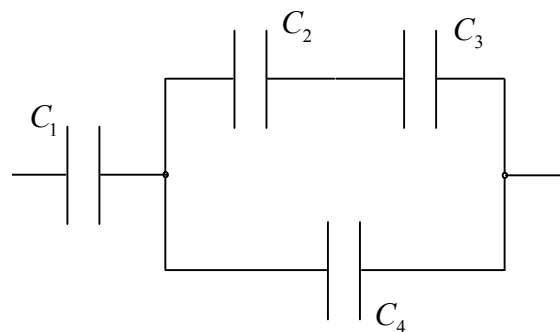
$$C_3 = 3 \text{ мкФ} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_4 = 1 \text{ мкФ} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_4 = 100 \text{ В}$$

$$1) q - ?$$

$$2) U - ?$$



Заряд на четвертому конденсаторі:

$$q_4 = C_4 U_4 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 100 \text{ В} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}. \quad (1)$$

Оскільки конденсатори C_2 та C_3 з'єднані послідовно, то вони матимуть однакові заряди $q_2 = q_3$, а тому:

$$C_2 U_2 = C_3 U_3 \Rightarrow U_3 = \frac{C_2 U_2}{C_3} = \frac{2}{3} U_2. \quad (2)$$

Оскільки конденсатор C_4 під'єднаний паралельно до послідовно з'єднаних C_2 та C_3 , то для напруг отримуємо:

$$U_2 + U_3 = U_4, \quad (3)$$

$$U_2 + \frac{2}{3}U_2 = U_4 \Rightarrow U_2 = \frac{3}{5}U_4 = \frac{3}{5} \cdot 100 \text{ В} = 60 \text{ В}. \quad (4)$$

Тоді:

$$U_3 = \frac{2}{3}U_2 = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ В} = 40 \text{ В}. \quad (5)$$

Таким чином:

$$q_2 = C_2 U_2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 60 \text{ В} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}, \quad (6)$$

$$q_3 = C_3 U_3 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 40 \text{ В} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}. \quad (7)$$

Конденсатор C_1 під'єднаний до блоку конденсаторів C_2 , C_3 та C_4 послідовно, тому:

$$q_1 = q_{234} = q_2 + q_4 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл} + 1 \cdot 10^{-4} \text{ Кл} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}. \quad (8)$$

Напруга на першому конденсаторі може бути знайдена з виразу:

$$q_1 = C_1 U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 110 \text{ В}. \quad (9)$$

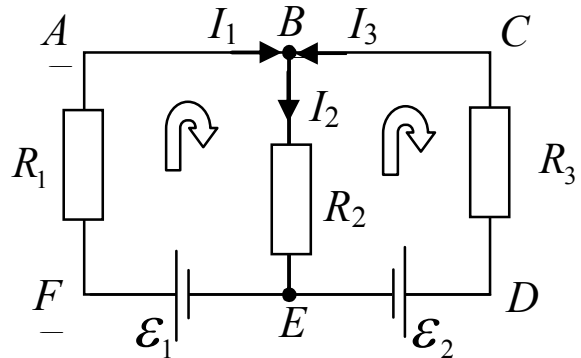
Загальний заряд на всій батареї:

$$q = q_1 = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл},$$

загальна напруга на батареї:

$$U = U_1 + U_{234} = U_1 + U_4 = 110 \text{ В} + 100 \text{ В} = 210 \text{ В}.$$

16) Визначити силу струму I_3 в резисторі з опором R_3 та напругу U_3 на кінцях резистора, якщо $\mathcal{E}_1 = 4 \text{ В}$, $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$. Внутрішнім опором джерел струмів знехтувати.



Дано:

$$\mathcal{E}_1 = 4 \text{ В}$$

$$\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$$

$$R_1 = 2 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 1 \text{ Ом}$$

$$1) I_3 - ?$$

$$2) U_3 - ?$$

Застосуємо перше правило Кірхгофа для вузла B . Алгебраїчна сума струмів, які сходяться у вузлі, дорівнює нулю, тобто сума вхідних сил струмів дорівнює сумі вихідних.

$$I_1 + I_3 = I_2. \quad (1)$$

Застосуємо друге правило Кірхгофа для замкнутого контуру $ABEF$ (напрямок обходу виберемо за годинниковою стрілкою). Алгебраїчна сума спадів напруг (добутків сил струму на опори відповідних ділянок) дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., які діють у цьому контурі.

При цьому сили струму та е.р.с. вважаються додатними, якщо їх напрямок співпадає з напрямком вибраного обходу контуру і від'ємними, якщо вони напрямлені протилежно до нього.

$$\mathcal{E}_1 = I_1 R_1 + I_2 R_2. \quad (2)$$

Аналогічно для замкнутого контуру $BCDE$ (напрямок обходу виберемо за годинниковою стрілкою):

$$-\mathcal{E}_2 = -I_2 R_2 - I_3 R_3. \quad (3)$$

Для запису системи рівнянь (1)-(3) використаємо числові значення величин:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2, \\ 4 = 2I_1 + 6I_2, \\ 3 = 6I_2 + I_3. \end{cases} \quad \begin{cases} I_1 = I_2 - I_3, \\ 2 = I_2 - I_3 + 3I_2, \\ 3 = 6I_2 + I_3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_2 = 0,5 + 0,25I_3, \\ 6 = 3 + 1,5I_3 + I_3. \end{cases}$$

Таким чином отримуємо шукану сила струму:

$$3 = 2,5I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{3}{2,5} A = 1,2 A.$$

На основі закону Ома для однорідної ділянки кола спад напруги на кінцях резистора R_3 :

$$U_3 = I_3 R_3 = 1,2 A \cdot 1 \text{ Ом} = 1,2 B.$$

17) До акумулятора з е.р.с. $2 B$ та внутрішнім опором $0,5 \text{ Ом}$ приєднано провідник. Визначити: 1) опір провідника, при якому потужність, яка виділяється на ньому, максимальна; 2) потужність, яка при цьому виділяється у провіднику.

Дано:

$$\mathcal{E} = 2 B$$

$$r = 0,5 \text{ Ом}$$

$$1) R - ?$$

$$2) P - ?$$

Застосуємо закон Ома для повного кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (1)$$

Потужність, яка виділяється у провіднику:

$$P = UI = I^2 R. \quad (2)$$

На основі умови екстремуму функції $P = \left(\frac{\mathcal{E}}{R + r} \right)^2 R$ шуканий опір можна розрахувати, якщо прирівняти до нуля похідну по R від функції $P(R)$:

$$\frac{dP}{dR} = 0. \quad (3)$$

$$\frac{dP}{dR} = \frac{-2\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^3} + \frac{\mathcal{E}^2}{(R + r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{(R + r)^3} (-2R + r + R) = 0. \quad (4)$$

Таким чином $r - R = 0 \Rightarrow R = r = 0,5 \text{ Ом}$.

Шукана потужність:

$$P = \left(\frac{2 B}{0,5 \text{ Ом} + 0,5 \text{ Ом}} \right)^2 \cdot 0,5 \text{ Ом} = 2 Bm.$$

2.4 Зразки модульних тестів

Модуль 1.

Варіант 1.

1) **(1 бал)** При рівномірному русі пішохід проходить за 10 с шлях 15 м. Який шлях він пройде при русі з тією ж швидкістю за 2 с?

А	Б	В	Г
3 м	30 м	1,5 м	7,5 м

2) **(1 бал)** На повороті при швидкості 20 м/с автомобіль рухається з доцентровим прискоренням 5 м/с². Визначте радіус повороту.

А	Б	В	Г
4 м	40 м	50 м	80 м

3) **(1 бал)** Як буде рухатися тіло масою 2 кг під дією сили 4 Н?

А	Б	В	Г	Д
рівномірно, зі швидкістю 2 м/с	рівноприскорено, з прискоренням 2 м/с ²	рівноприскорено, з прискорення 0,5 м/с ²	рівномірно, зі швидкістю 0,5 м/с	рівноприскорено, з прискоренням 8 м/с ²

4) **(1 бал)** Основний закон динаміки обертального руху має вигляд:

А	Б	В	Г
$\vec{M} = I\vec{\epsilon}$	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{L} = I\vec{\omega}$	$F = kx$

5) **(1 бал)** Закон збереження механічної енергії стверджує, що...

А	Б	В	Г
повна потенціальна енергія системи рівна повній кінетичній енергії	повна механічна енергія замкнутої ізольованої системи не змінюється з часом	умовою стійкості механічної системи є мінімальність її потенціальної енергії	імпульс замкнутої системи з часом не змінюється

6) **(1 бал)** Період коливань математичного маятника дорівнює 0,5 с. Чому дорівнює циклічна частота коливань маятника?

А	Б	В	Г
0,5 с ⁻¹	2 с ⁻¹	π с ⁻¹	4 π с ⁻¹

7) **(2 бали)** Матеріальна точка рухається в площині рівномірно і прямолінійно по закону $x = 4 + 3t$, $y = 3 - 4t$, де x, y – координати тіла, м; t – час, с. Яке значення швидкості тіла?

А	Б	В	Г	Д
1 м/с	3 м/с	5 м/с	7 м/с	серед наведених відповідей немає правильної

8) **(2 бали)** Внаслідок удару футбольний м'яч набув швидкості 30 м/с. У верхній точці траєкторії швидкість м'яча становила 20 м/с. Визначте найбільшу висоту м'яча над землею. Вважайте $g=10$ м/с², опір повітря не враховуйте.

А	Б	В	Г	Д
15 м	20 м	25 м	30 м	серед наведених відповідей немає правильної

9) **(3 бали)** Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 9, п. 2.1).

10) **(3 бали)** Завдання з відкритою формою відповіді з переліку запитань до модуля 1 (див. с. 9, п. 2.1).

11) **(3 бали)** Типова задача з переліку завдань до модуля 1 (див. с. 11-12, п. 2.2).