Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Кафедра автоматизації технологічних процесів і виробництв

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА ЛІТЕРАТУРА

Теорія автоматичного керування

Методичні вказівки для розрахункової роботи № 3

Межі стійкості, показники якості та корекція лінійних систем

Тернопіль 2015

ПРИЙНЯТІ СКОРОЧЕННЯ

А-ланка - аперіодична ланка;
АЧХ - амплітудно-частотна характеристика;
АФЧХ - амплітудно-фазочастотна характеристика;
РД-ланка - реальна диференціююча ланка;
Д-ланка - диференціююча ланка;
І-ланка - інтегруюча ланка;
ІІ-ланка - ідеальна інтегруюча ланка;
ІД-ланка - ідеальна диференціююча ланка;
ЛАЧХ - логарифмічна амплітудно-частотна характеристика;
ЛФЧХ - логарифмічна фазочастотна характеристика;
ЗЗ - зворотній зв'язок;
П-ланка - пропорційна ланка;
РД-ланка - реальна диференціююча ланка;
РІ-ланка - реальна інтегруюча ланка;
ФЧХ - фазочастотна характеристика.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ

Задача 1

За логарифмічним критерієм стійкості знайти запас стійкості системи за амплітудою та фазою. Система задана передавальною функцією у розімкнутому стані і має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 1.

Нехай задана передавальна функція системи у розімкнутому стані.

$$W(p)=\frac{6p^2+2}{(p^2+0.5p+1)(4p^2+8p+1)}$$

Для знаходження запасу стійкості спочатку знайдемо та накреслимо ЛАЧХ та ЛФЧХ.

$$L(\omega)=20\lg\left|\frac{-6\omega^2+2}{(-\omega^2+0.5\,j\,\omega+1)(-4\,\omega^2+8j\omega+1)}\right|$$

$$\Psi(\omega)=\arg\left|\frac{-6\omega^2+2}{(-\omega^2+0.5\,j\,\omega+1)(-4\,\omega^2+8j\omega+1)}\right|$$

Будуємо на одному графіку ЛАЧХ та ЛФЧХ (рис. 1).

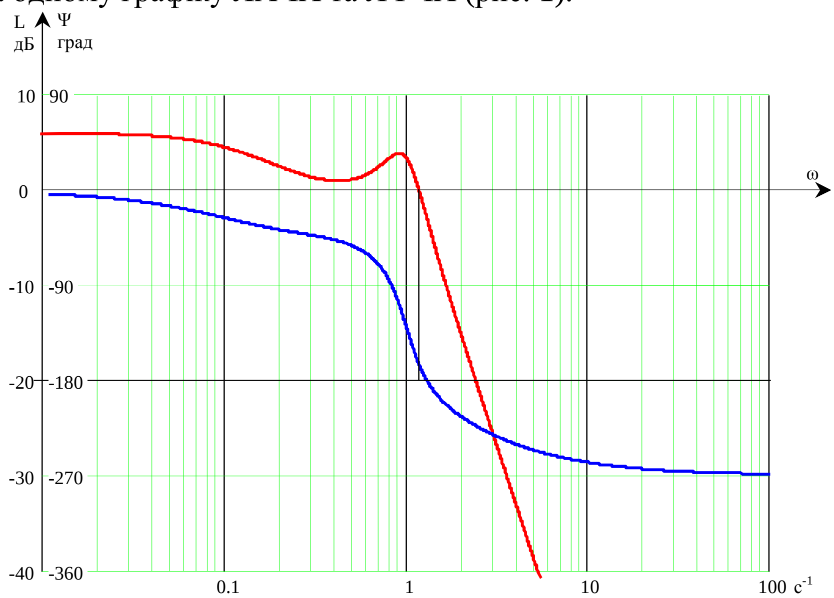


Рис. 1. ЛАЧХ та ЛФЧХ системи

Із графіка видно, ЛАЧХ перетинає нульову лінію коли ЛФЧХ вище -180 градусів, отже система стійка. Визначимо запас по амплітуді та фазі.

З графіка видно, що частота при котрій ЛАЧХ перетинає нульову лінію знаходиться коло 1 $с^{-1}$. Знаходимо запас по фазі. Він визначається як відстань між прямою -180 градусів і ЛФЧХ у точці де ЛАЧХ рівна 0.

Знайти значення частоти точними методами практично неможливо, тому використовуючи MathCad розв'яжемо рівняння $L(\omega)=0$ наближеними методами.

Задаємось початковим наближенням

$\omega := 1$

і шукаємо частоту на котрій ЛАЧХ перетне нульову лінію.

Описуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ:

$L(w) := 20\cdot\log(|W\ (j\,w)|)$

givei

$L(\omega) = 0$

$\omega1 := \mathrm{Find}(\omega)$

$\omega1 = 1.17631$

Фаза при цьому рівна $\Psi(\omega1) = -164.66982$, а запас по фазі $180+\Psi(\omega1) = 15.33018$

Знаходимо запас по амплітуді. Він визначається як значення ЛАЧХ у точці де ЛФЧХ перетинає у позитивному напрямку горизонтальну пряму на рівні -180 градусів.

Знайти значення частоти точними методами практично неможливо, тому використовуючи MathCad розв'яжемо рівняння $\psi(\omega) = -180$ наближеними методами.

Задаємось початковим наближенням

$\omega := 1$

і шукаємо частоту на котрій ЛФЧХ перетне нульову лінію.

$\mathrm{Arg}(x) := \frac{180}{\pi} \cdot \mathrm{if}(\arg(x) > 0, -2\cdot\pi + \arg(x), \arg(x))$

$\Psi(w) := \mathrm{Arg}(W(j\cdot w))$

given

$\Psi(\omega) = -180$

$\omega1 := \mathrm{find}(\omega)$

$\omega1 = 1.29929$

ЛАЧХ при цьому рівна $L(\omega1) = -2.90357$, отже запас по амплітуді (запас за коефіцієнтом підсилення) рівний 2.9035 дБ.

Задача 2

За логарифмічним критерієм стійкості знайти запас стійкості системи за амплітудою та фазою. Система задана передавальною функцією у розімкнутому стані і має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Відомо, що система у розімкнутому стані стійка. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 2.

Нехай задана передавальна функція системи у розімкнутому стані.

$$W(p) = \frac{10}{(3p^2 + 0.5p + 1)}$$

Для знаходження запасу стійкості спочатку знайдемо та накреслимо ЛАЧХ та ЛФЧХ.

$$L(\omega) = 20\lg\left|\frac{10}{(-3\omega^2 + 0.5\,j\,\omega + 1)}\right|$$

$$\Psi(\omega) = \arg\left|\frac{-6\omega^2 + 2}{(-\omega^2 + 0.5\,j\,\omega + 1)(-4\,\omega^2 + 8j\omega + 1)}\right|$$

Будуємо на одному графіку ЛАЧХ та ЛФЧХ (Рис. 2).

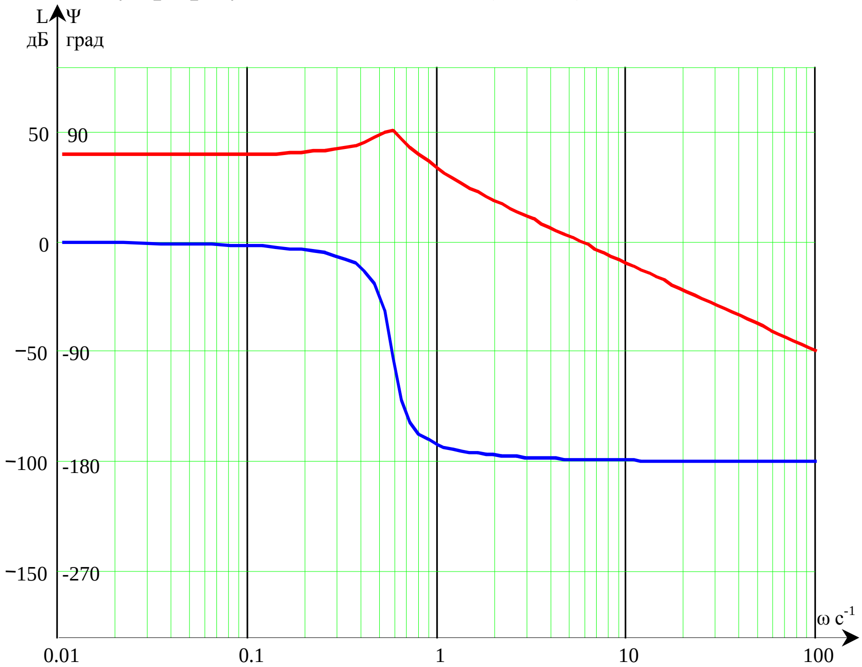


Рис. 2. ЛАЧХ та ЛФЧХ системи

Із графіка видно, ЛФЧХ не перетинає лінію -180 градусів, отже система стійка. Визначимо запас по амплітуді та фазі. Для цього проведемо розрахунок у MathCad

З графіка видно, що частота при котрій ЛАЧХ перетинає нульову лінію знаходиться коло 6 c^{-1}.

Знаходимо запас по фазі. Він визначається як відстань між прямою -180 градусів і ЛФЧХ у точці де ЛАЧХ рівна 0.

Описуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ:

$L(w) := 20 \cdot \log(|W(jw)|)$

Знайти значення частоти точними методами практично неможливо, тому використовуючи MathCad розв'яжемо рівняння $L(\omega) = 0$ наближеними методами.

Задаємось початковим наближенням $\omega_L := 6$ і шукаємо частоту на котрій ЛАЧХ перетне нульову лінію.

Given

$L(\omega_L) = 0$

$\omega_L := \mathrm{Find}(\omega_L)$

$\omega_L = 5.801$

Фаза при цьому рівна $\Psi(\omega_L) = -178.338$, а запас по фазі $\Psi(\omega_L) + 180 = 1.662$

Запас за амплітудою рівний нескінченості так як ЛФЧХ не перетинає у позитивному напрямку горизонтальну пряму на рівні -180 градусів.

Задача 3

За АФЧХ знайти запас стійкості системи за амплітудою. Система задана передавальною функцією у розімкнутому стані і має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Відомо, що система у розімкнутому стані стійка. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 3.

Нехай задана передавальна функція системи у розімкнутому стані.

$$W(p) = \frac{2}{(p^2 + 0.5p + 1)(8p + 1)}$$

спочатку знайдемо комплексну передавальну функцію

$$W(j\omega) = \frac{2}{(1 - \omega^2 + 0.5j\omega)(8j\omega + 1)}$$

Тепер виділимо окремо дійсну і уявну складові та побудуємо АФЧХ.

$$W(j\omega) = \frac{2}{(1 - \omega^2 + 0.5j\omega)(8j\omega + 1)}$$

$R(w) := \mathrm{Re}(W(j \cdot w))$

$I(w) := \mathrm{Im}(W(j \cdot w))$

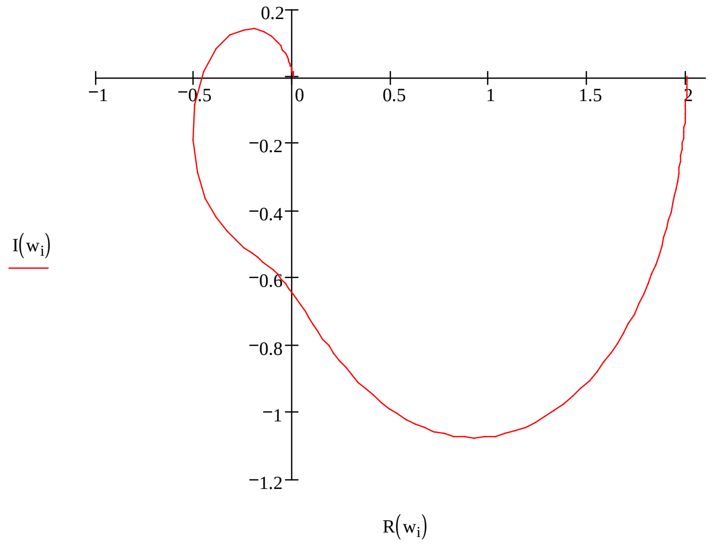


Рис. 3.АФЧХ системи

Із АФЧХ видно, що система стійка та що АФЧХ перетинає від'ємну вісь приблизно при $R(\omega) = 0.5$. Уточнено значення ω, для цього розв'яжемо рівняння $I(\omega) = 0$. Розв'язок проводимо чисельним методом у MathCad

given
I(w1) = 0
A := find(w1)

Звідки $\omega_A = 1.031$ і $R(\omega_A) = -0.464$.

Запас за амплітудою рівний $h = 1 + R(\omega_A) = 0.536$.

Легко бачити, щоб систему перевести на границю стійкості коефіцієнт підсилення слід збільшити у $(-1)/R(\omega_A) = 2.156$ рази, тобто на $-20\lg(-R(\omega_A)) = 6.67$дБ.

Задача 4

Система складається із 3 ланок, що з'єднані послідовно: регулятора із передавальною функцією W_p, ланки чистого запізнення W_T із затримкою T та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_o. Система охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Перевірити стійкість системи. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 4.

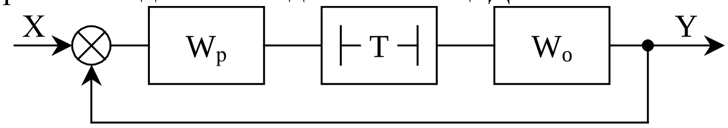


Рис. 4. Система управління

Нехай задано, що передавальна функція регулятора рівна $W_p = 6$, затримка рівна 0.5 с., а передавальна функція об'єкта керування $W_o = \dfrac{p+1}{p^2+3p+1}$

Передавальна функція ланки чистого запізнення, як відомо, визначається за формулою

$$W_T = e^{-pT} = e^{-p}$$

Тоді передавальна функція розімкнутої системи визначається за формулою

$$W(p) = W_p W_T W_o$$

$$W(p) = 6\frac{(p+1)e^{-0.5p}}{p^2+3p+1}$$

Так як система має передавальну функцію, що не є відношенням двох поліномів її аналіз не можливий за допомогою алгебраїчних критеріїв стійкості. Тому для аналізу використовуємо критерій на основі побудови АФЧХ.

Підставляємо у W(p) замість p jω

$$W(j\omega) = 6\frac{(j\omega+1)e^{-0.5j\omega}}{-\omega^2+3j\omega+1}$$

і будуємо АФЧХ

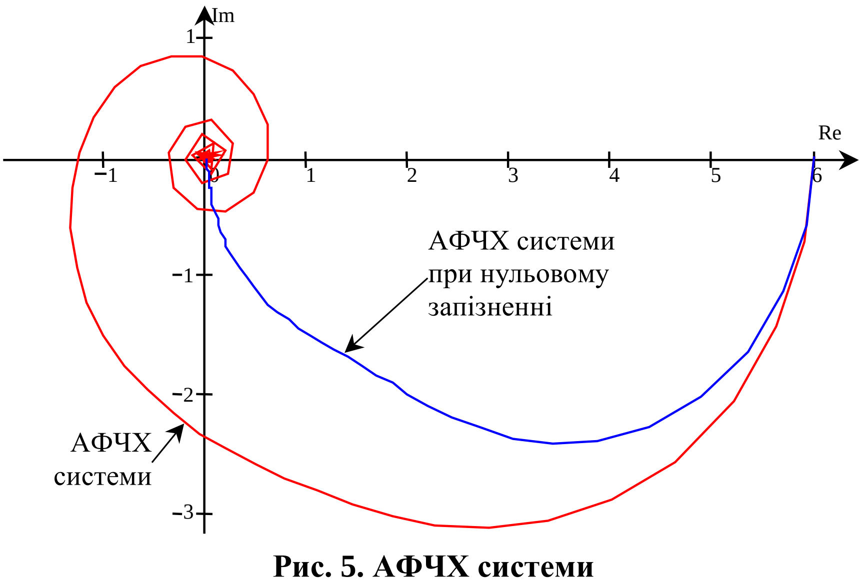


Рис. 5. АФЧХ системи

Також для ілюстрації дії ланки запізнення на тому ж графіку будуємо АФЧХ системи без запізнення.

Так як система у розімкнутому стані є стійкою, а у замкнутому стані АФЧХ охоплює точку з координатами (-1,0) то система у замкнутому стані нестійка. Хоча така ж сама система при відсутності запізнення є стійкою.

Задача 5

Знайти значення коефіцієнта k при котрому система є стійкою. Система має одиничний від’ємний зворотній зв’язок. Аналіз провести за критерієм Гурвіца. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 5.

Нехай задана система із передавальною функцією у розімкнутому стані

$$W_р(p) = \frac{p+k}{p^3+4p^2+8p+1}$$

Передавальна функція системи у замкнутому стані рівна

$$W_з(p) = \frac{W_р(p)}{1+W_р(p)} = \frac{p+k}{p^3+4p^2+8p+1} \cdot \frac{1}{1+\dfrac{p+k}{p^3+4p^2+8p+1}}$$

$$W_з(p) = \frac{p+k}{p^3+4p^2+9p+(1+k)}$$

Характеристичне рівняння системи рівне

$D(p) = p^3+4p^2+9p+(1+k)$

Рівняння має 3 порядок. Значення коефіцієнтів

$a_0 = 1$, $a_1 = 4$, $a_2 = 9$, $a_3 = k+1$.

Для того, щоб коефіцієнти були одного знака потрібно, щоб

$a_3 = k+1 > 0$

Звідки випливає перша умова на коефіцієнт k: k>-1.

Інші умови випливають із аналізу мінорів визначника Гурвіца

Запишемо сам визначник

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & (k+1) & 0 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & 4 & (k+1) \end{vmatrix}$$

Випишемо всі потрібні визначники

$\Delta_1 = a_1 = 4$,

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 4 & (k+1) \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 4\cdot 9 - (k+1),$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 20 & 0 \\ 2 & 21 & -10 \\ 0 & 3 & 20 \end{vmatrix} = (k+1)\,\Delta_2,$$

Для стійкості системи необхідно, щоб всі визначники були позитивні, отже необхідно, щоб виконувались умови

$\Delta_1 > 0$

$\Delta_2 = 4\cdot 9 - (k+1) > 0$

$\Delta_3 = (k+1)\,\Delta_2 > 0$

Так як друга умова дає $\Delta_2 > 0$, то умова на Δ_3 є наслідком умови $(k+1) > 0$.

Із умови на Δ_2 слідує

$4\cdot 9 - (k+1) > 0$ і $k < 35$

Отже враховуючи вищезгадану умову, що $(k+1) > 0$ $(k>-1)$ маємо інтервал зміни k у котрому система стійка: $-1<k<35$.

Задача 6.

Замкнута система має одиничний від’ємний зворотній зв’язок (рис. 8) і складається із регулятора із передавальною функцією $\dfrac{k}{Tp+1}$ та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_0, що наведена у таблиці Д 6. Знайти інтервал зміни значення параметрів T>0 та k>0 при котрому система є стійкою. Аналіз провести за допомогою критерію Гурвіца..

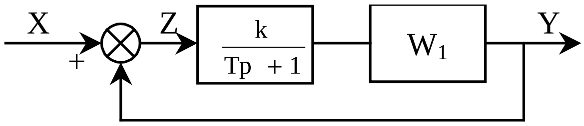


Рис. 6. Система

Нехай об'єкт регулювання має передавальну функцію

$$W_0(p) = \frac{p+1}{4p^2+p+1}$$

Передавальна функція системи у замкнутому стані рівна

$$W_p(p) = \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)} = \frac{p+1}{4p^2+p+1}\cdot\frac{k}{Tp+1}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{p+1}{4p^2+p+1}\cdot\dfrac{k}{Tp+1}}$$

$$W_p(p) = \frac{(p+1)k}{(4p^2+p+1)(Tp+1)+k(p+1)}$$

Характеристичний поліном рівний

$$D(p) = (4p^2+p+1)(Tp+1)+k(p+1) = 4Tp^3+(T+4)p^2+(T+1+k)p+k+1$$

Рівняння має 3 порядок. Значення коефіцієнтів

$a_0 = 4T$, $a_1 = T + 4$, $a_2 = T + 1 + k$, $a_3 = k+1$.

Із необхідної умови стійкості, слідує, що коефіцієнти a_i мають бути одного знака. Так як за умовою $T > 0$, а отже і $a_0 > 0$ умови на коефіцієнти запишуться у виді:

$a_1 = T + 4>0$

$a_2 = T + 1 + k>0$

$a_3 = k+1>0$

Ці умови задовольняються автоматично, так як і T і k є величинами позитивними.

Складаємо визначник Гурвіца

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T+4 & k+1 & 0 \\ 4T & T+1+k & 0 \\ 0 & T+4 & k+1 \end{vmatrix}$$

Випишемо всі потрібні визначники

$\Delta_1 = a_1 = T + 4,$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} T+4 & k+1 \\ 4T & T+1+k \end{vmatrix} = (T+4)(T+1+k) - 4T(k+1) = T^2 + 4T + T + 4 + Tk + 4k - 4Tk - 4T =$$

$$= T^2 + T + 4 + 4k - 3Tk$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} T+4 & k+1 & 0 \\ 4T & T+1+k & 0 \\ 0 & T+4 & k+1 \end{vmatrix} = (k+1)\,\Delta_2 = (k+1)(T^2 + T + 4 + 4k - 3Tk),$$

Границя стійкості буде отримана коли Δ_1 або Δ_2 або Δ_3 стануть рівні 0.

Отже маємо 3 умови, стійкості системи

$T + 4 > 0$

$T^2 + T + 4 + 4k - 3Tk > 0$

$(k+1)(T^2 + T + 4 + 4k - 3Tk) > 0$

За умовою задачі k позитивною величиною, тому остання нерівність є наслідком передостанньої нерівності і може бути виключена із розгляду, З іншого боку так як T є величиною позитивною, то перша нерівність задовольняється відразу, тому залишається одна нерівність яка разом із умовами $T > 0$ та $k>0$ описує область допустимих значень T та k:

$T^2 + T + 4 + 4k - 3Tk > 0$

З нерівності слідує

$3Tk - 4k < T^2 + T + 4$

Можливі 3 варіанти

якщо 3T - 4 > 0 умову на k можна переписати так: $k < \dfrac{T^2 + T + 4}{3T - 4}$

при 3T-4<0 маємо умову на k: $k > \dfrac{T^2 + T + 4}{3T - 4}$ $k = \dfrac{T^2 + T + 4}{3T - 4}$

при 3T - 4 = 0 (T = 4/3) нерівність можна переписати у вигляді $0 < T^2 + T + 4$, а так як T = 4/3 > 0 то умова $T^2 + T + 4 > 0$ справджується завжди і k може приймати будь-яке значення.

Область допустимих значень К та T можна зобразити графічно (заштрихована область на рис. 7, що не включає саму криву).

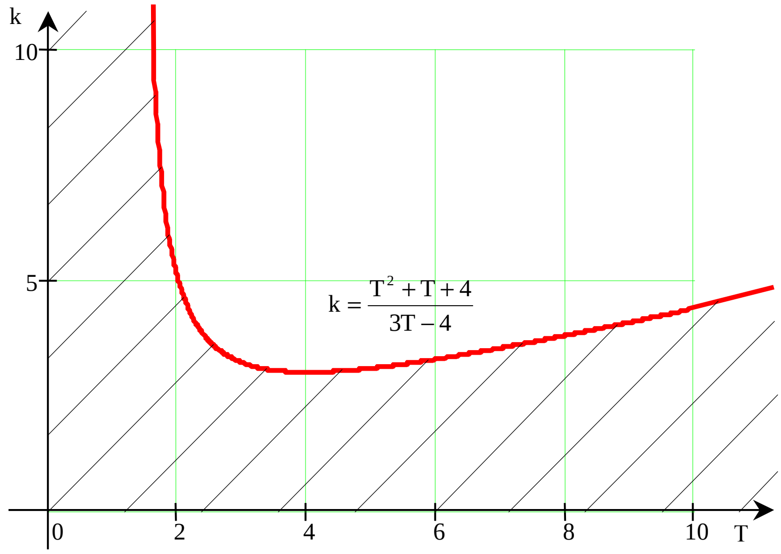


Рис. 7. Область допустимих значень параметрів k та T.

Задача 7

Замкнута система має одиничний від'ємний зворотній зв'язок (рис. 8) і складається із регулятора із передавальною функцією $\dfrac{k}{2p+1}$ та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_1, що наведена у таблиці Д 7. Знайти інтервал зміни значення коефіцієнта k при котрому система є стійкою. Аналіз провести методом D-розбиття за одним параметром.

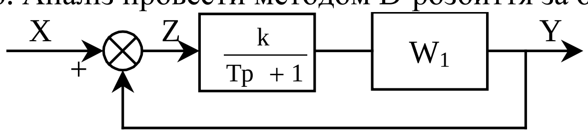


Рис. 8.

Нехай ланка W_1 має передавальну функцію

$$W_1(p) = \frac{p+1}{3p^2 + p + 1}$$

Передавальна функція системи у замкнутому стані рівна

$$W_з(p) = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} = \frac{p+1}{3p^2+p+1} \cdot \frac{k}{2p+1} \cdot \frac{1}{1 + \dfrac{p+1}{3p^2+p+1} \cdot \dfrac{k}{2p+1}}$$

$$W_з(p) = \frac{(p+1)k}{(3p^2+p+1)(2p+1) + k(p+1)}$$

Характеристичне рівняння системи рівне

$D(p) = (3p^2 + p + 1)(2p+1) + k(p+1) = 0$

Підставляємо замість p jω і розв'язуємо рівняння відносно k:

$$k = -\frac{(-3\omega^2 + j\omega + 1)(2j\omega + 1)}{j\omega + 1}$$

І будуємо графік зміни дійсної та уявної частин k(ω) при зміні частоти від -∞ до +∞.

Штрихуємо криву з лівої сторони почитаючі із точки з частотою ω = -∞ рухаючись в бік збільшення частот. Як відомо переходу кореня у площині коренів із лівої півплощини півплощини у праву відповідає перехід у просторі параметрів через штриховку у область D-розбиття без штриховки, і навпаки.

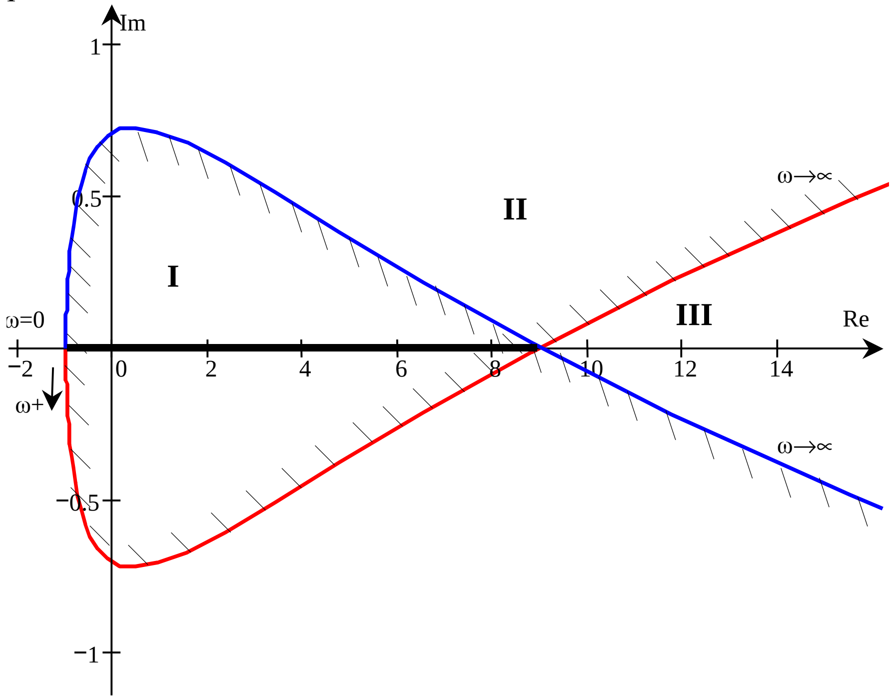


Рис. 9. D - розбиття за 1 параметром

Штрихуємо криву з лівої сторони починаючі із точки з частотою ω = -∞ рухаючись в бік збільшення частот. Як відомо переходу кореня у площині коренів із лівої півплощини півплощини у праву відповідає перехід у просторі параметрів через штриховку у область D-розбиття без штриховки, і навпаки.

Частина площини параметрів, на яку дивиться найбільша частина штриховок є областю-претендентом у котрій, можливо, система є стійкою, у всіх решті областей система не стійка. Якщо при русі точки у площини параметрів системи перетнеться лінія чи точка із подвійною штриховкою, то в площині коренів уявну вісь перетнуть відразу пара коренів.

Серед областей найбільшу кількість штриховок має область I, тому вважаємо її областю претендентом. Перевіряємо систему на стійкість при будь-якому значенні параметра k, що відповідає цій області. Легко бачити, що зручно взяти значення k = 0 , тоді характеристичне рівняння буде рівним

$D_0(p) = (3p^2 + p + 1)(2p + 1) = 6p^3 + 5p^2 + 3p + 1$

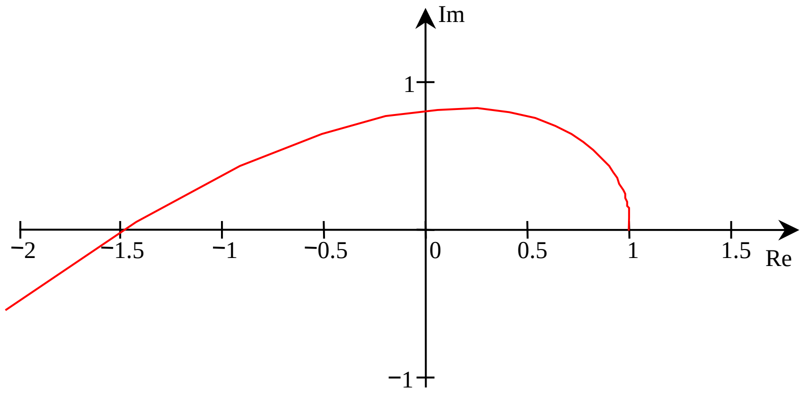


Рис. 10. Годограф Михайлова при k = 0.

Будуємо годограф Михайлова. Для цього замінюємо p на jω.

$D_0(j\omega) = -6j\omega^3 - 5\omega^2 + 3j\omega + 1$

Виділяємо дійну і уявну частини

$U(\omega) = Re(D_0(j\omega)) = -5\omega^2 + 1, \; V(\omega) = Im(D_0(j\omega)) = -6j\omega^3 + 3j\omega$

та будуємо годограф. З виду годографа випливає, що система стійка. Отже область I на рис. 9 є областю стійкості. Так як параметр k може приймати лише дійсні значення, то область стійкості простягається від k = -1 до k = 9.

У принципі, іноді простіше не штрихувати області, а перевірити кожну із областей, що отримана у результаті D – розбиття на стійкість. Прии цьому немає змісту перевіряти області де значення параметрів є фізично не реалізованими. Наприклад, якщо із умов фізичної реалізації коефіцієнт k може бути лише додатнім числом, немає потреби аналізувати область II у котрій коефіцієнт k є виключно комплексною величиною або набуває від'ємне значення

Задача 8

Система має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 8 і охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Визначити залежність уставленого значення, що досягає система при подачі на вхід одиничної функції від параметра системи k.

Нехай задана система із передавальною функцією у розімкнутому стані

$$W_p(p) = \frac{k}{(p+1)(2p^2+8p+1)}$$

Для визначення наявності уставленого режиму і уставленого значення на виході слід спочатку проаналізувати стійкість системи. Проаналізуємо стійкість системи при охопленні її одиничним зворотнім зв'язком. Так як один із параметрів є змінною використовуємо для аналізу критерій Гурвіца.

Передавальна функція системи охопленої одиничним зворотнім зв'язком визначається за формулою

$$W_з(p) = \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)} = \frac{k}{(p+1)(2p^2+8p+1)+k}$$

Характеристичне рівняння

$D(p) = (p+1)(2p^2 + 8p + 1) + k = 2p^3 + 10p^2 + 9p + 1 + k$

Характеристичне рівняння має 3 степінь і наступні коефіцієнти

$a_0 = 2$, $a_1 = 10$, $a_2 = 9$, $a_3 = 1+k$

Необхідні умови стійкості $a_0 = 2 > 0$, $a_1 = 10 > 0$, $a_2 = 9 > 0$, $a_3 = 1+k>0$ приводять до єдиної умови на k: $k > -1$

Записуємо визначник Гурвіца

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \quad \Delta = \begin{vmatrix} 10 & 1+k & 0 \\ 2 & 9 & 0 \\ 0 & 10 & 1+k \end{vmatrix}$$

Визначаємо значення мінорів:

$\Delta_1 = a_1 = 10$. Умова $\Delta_1 > 0$ виконується для всіх k

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & 1+k \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 90 - 2 - 2k = 88 - 2k > 0$$

Умова $\Delta_2 > 0$ виконується для $k < 44$

$\Delta_3 = \Delta_2 (1+k) > 0$

Умова $\Delta_3 > 0$ випливає із умов $k < 44$ та $k > -1$. Отже інтервал зміни k коли є сенс говорити про уставлений режим є таким $-1 < k < 44$.

Знайдемо уставлене значення при подачі на вхід одиничної функції.

Зображення шуканої вихідної функції буде отримано якщо на вхід системи подати одиничну функцію $X_0(t) = 1$, що має зображення $X_0(p) = \frac{1}{p}$. Зображення шуканої вихідної функції: $H_0(p) = W_з(p)\, X_0(p) = \frac{k}{(p+1)(2p^2+8p+1)+k} \cdot \frac{1}{p}$

Якщо уставлений режим досягається то уставлене значення рівне

$$\lim_{t\to\infty} H_0(t) = \lim_{p\to 0+} pH_0(p) = \lim_{p\to 0+} p\frac{k}{(p+1)(2p^2+8p+1)+k} \cdot \frac{1}{p} = \frac{k}{1+k}$$

Задача 9

Для системи задане характеристичне рівняння (таблиця Д 9). Визначити чи перевищує ступінь стійкості заданої системи одиницю.

Ступінь стійкості - це дійсна частина крайнього правого кореня характеристичного рівняння взята із протилежним знаком.

Як відомо, визначення коренів характеристичного рівняння в багатьох практично важливих випадках можливо лише чисельними методами. Проте у більшості випадків їх шукати і не потрібно необхідно лише оцінити положення коренів відносно заданої прямої.

Для прикладу розглянемо характеристичне рівняння $D(p) = 0$. Позначимо його корінь із найбільшою дійсною частиною через p_1. Тепер розглянемо зміщене рівняння

$Q(q) = D(q - \mu) = 0$

Зрозуміло, що його корені q_i є коренями попереднього рівняння зсунутими по дійсній осі вправо на μ. І якщо корені рівняння $Q(q) = 0$ знаходяться на комплексній площині зліва від уявної осі корені початкового рівняння $D(p) = 0$ знаходяться зліва від прямої $Re(z) = \mu$. А для перевірки положення коренів зміщеного рівняння можна скористатись розглянутими раніше методами аналізу стійкості.

Якщо зсунуте рівняння має корені із від'ємною дійсною частиною корені початкового рівняння знаходяться зліва від прямої $Re(z) = \mu$.

Нехай задано характеристичне рівняння

$$D(p) = p^4 + 5p^3 + 15p^2 + 20p + 10 = 0$$

Здійснимо підстановку $p = q - 1$ та обчислимо коефіцієнти перетвореного полінома

$$Q(q) = q^4 + q^3 + 6q^2 + q + 1 = 0$$

Перевіряємо рівняння на розміщення коренів у лівій півплощині. Для цього застосовуємо критерій Михайлова. Підставляємо замість q $j\omega$

$$Q(q) = \omega^4 - j\omega^3 - 6\omega^2 + j\omega + 1 = 0$$

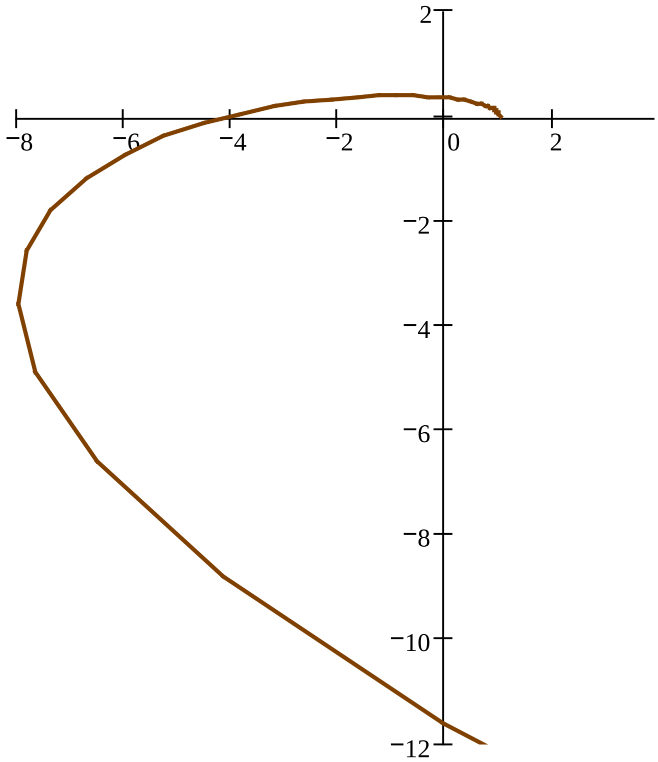


Рис. 11. Годограф Михайлова

Дійсна і уявна частини характеристичного рівняння

$U(\omega) = Re(Q(j\omega)) = \omega^4 - 6\omega^2 + 1$

$V(\omega) = Im(Q(j\omega)) = -j\omega^3 + j\omega$

Будуємо годограф (Рис. 11). Як видно з рисунка годограф проходить послідовно через 4 квадранти проти годинникової стрілки, отже характеристичне рівняння $Q(q) = 0$ не має жодного кореня із додатною дійсною частиною, а тому початкова система має ступінь стійкості більший за 1.

Задача 10

Система має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 10 і охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Перевірити чи ступінь стійкості системи у замкнутому стані μ перевищує 1.

Нехай задана система із передавальною функцією у розімкнутому стані

$$W_p(p) = \frac{5}{(p+1)(2p^2+8p+1)}$$

Спочатку визначимо передавальну функцію системи у замкнутому стані. Передавальна функція системи охопленої одиничним зворотнім зв'язком визначається за формулою

$$W_з(p) = \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)} = \frac{5}{(p+1)(2p^2+8p+1)+5}$$

Характеристичне рівняння системи

$D(p) = (p+1)(2p^2 + 8p + 1) + 5 = 2p^3 + 10p^2 + 9p + 6$

Зсунуте рівняння визначимо

$Q(q) = D(q - \mu) = 0$

$Q(q) = (q - \mu)(2(q - \mu)^2 + 8(q - \mu) + 1) + 5$

вважаємо μ рівним заданій величини μ = 1

$Q(q) = q(2(q - 1)^2 + 8(q - 1) + 1) + 5$

$Q(q) = 2q^3 + 4q^2 - 5q + 5$

Якщо зсунуте рівняння має корені із від'ємною дійсною частиною корені початкового рівняння знаходяться зліва від прямої Re(z) = μ.

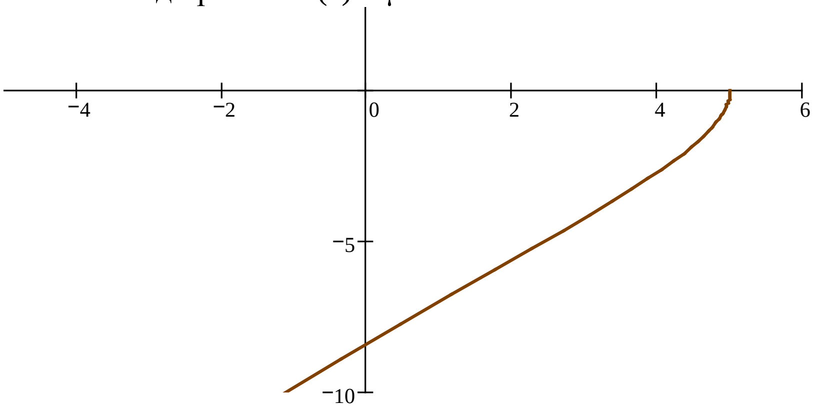


Рис. 12. Годограф Михайлова

Тепер проаналізуємо нове характеристичне рівняння за критерієм Михайлова. Підставляємо замість q jω

$Q(j\omega) = -2j\omega^3 - 4\omega^2 - 5j\omega + 5$

Дійсна і уявна частини характеристичного рівняння

$U(\omega) = Re(Q(j\omega)) = -4\omega^2 + 5$

$V(\omega) = Im(Q(j\omega)) = -2j\omega^3 - 5j\omega$

Будуємо годограф (Рис. 12). Як видно з рисунка годограф не проходить послідовно через 3 квадранти проти годинникової стрілки, отже характеристичне рівняння Q(q) = 0 має хоча б один корінь із додатною дійсною частиною, а тому початкова система має ступень стійкості менше 1.

Задача 11

Знайти інтегральну оцінку похибки перехідного процесу J_{20} у системі, що має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 11 та структурну схему зображену на наступному рисунку.

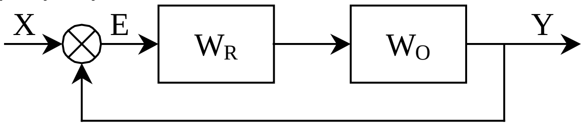


Рис. 13. Структурна схема системи

Нехай передавальна функція регулятора $W_R(p) = 10$, а передавальна функція об'єкта регулювання рівна $W_O(p)=\dfrac{1}{0.1p+1}$

Передавальна функція системи у розімкнутому стані

$$W_p(p)=W_R(p)\cdot W_O(p)=\frac{10}{0.1p+1}$$

Спочатку проаналізуємо стійкість системи. Для цього побудуємо АФЧХ.

Комплексна передавальна функція системи у розімкнутому стані

$$W_p(j\omega)=\frac{10}{0.1j\omega+1}$$

На основі $W_p(j\omega)$ будуємо АФЧХ (рис. 14). Система у розімкнутому стані стійка, АФЧХ не охоплює точку з координатами (-1, 0), а тому система стійка і у замкнутому стані і можна визначати оцінки похибки. Якщо система є нестійкою про інтегральні показники якості системи не може бути і мови.

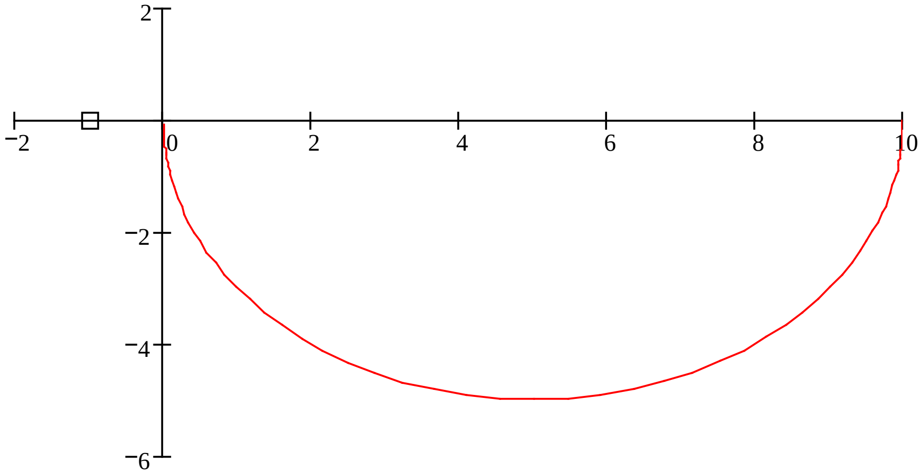


Рис. 14. АФЧХ системи

Тепер для оцінки якості системи знайдемо передавальну функцію системи за похибкою. При наявності одиничного зворотного зв'язку вона, як відомо, визначається за формулою

$$W_E(p)=\frac{1}{1+W_p(p)}=\frac{1}{1+\dfrac{10}{0.1p+1}}=\frac{0.1p+1}{0.1p+11}$$

При подачі на вхід одиничної функції зображення похибки буде рівним

$$E(p)=W_E(p)\cdot\frac{1}{p}=\frac{0.1p+1}{0.1p+11}\cdot\frac{1}{p}$$

де $1/p$ - зображення одиничної функції.

Для подальшого аналізу визначаємо встановлене значення похибки

$$e_\infty=\lim_{t\to\infty}E(t)=\lim_{p\to 0+}pE(p)=\lim_{p\to 0+}p\cdot\frac{0.1p+1}{0.1p+11}\cdot\frac{1}{p}=\frac{1}{11}=0.091$$

Тепер визначимо зображення перехідної складової похибки

$$E_п(p)=E(p)-\frac{e_\infty}{p}=\frac{0.1p+1}{0.1p+11}\cdot\frac{1}{p}-\frac{1}{11}\cdot\frac{1}{p}=\left(\frac{0.1p+1}{0.1p+11}-\frac{1}{11}\right)\cdot\frac{1}{p}=\left(\frac{p}{0.1p+11}\right)\cdot\frac{1}{11}\cdot\frac{1}{p}$$

$$E_п(p)=\frac{1}{11}\cdot\frac{1}{0.1p+11}$$

Як відомо квадратична інтегральна оцінка похибки визначається як інтеграл

$$J_{20}=\int_0^\infty (E_п(t))^2dt$$

де $E_п(t)$ - перехідна складова похибки, що дорівнює $E_п(t)=E(t)-e_\infty$.

Що за рівністю Парсеваля рівний

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|E_п(j\omega)\right|^2 d\omega$$

Де $E_п(p)$ – зображення за Лапласом функції похибки.

Підставляємо вираз для зображення уставленої похибки у інтеграл і отримаємо:

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{1}{11}\cdot\frac{1}{0.1j\omega+11}\right|^2 d\omega$$

Цей інтеграл можна обчислити у замкнутій формі, проте так як нас інтересує лише числове значення обчислимо значення у MathCad

$$J_{20} := \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\left(\left|\frac{1}{11}\cdot\frac{1}{0.1\cdot j\cdot\omega+1}\right|\right)^2 d\omega$$

$$J_{20} = 0.041$$

Задача 12

Знайти інтегральну оцінку якості (похибки) перехідного процесу у системі, що складається із регулятора (W_R), ланки чистого запізнення на час T та об'єкта регулювання (W_O) параметри котрих задані у таблиці Д 12 і та структурну схему зображену на наступному рисунку.

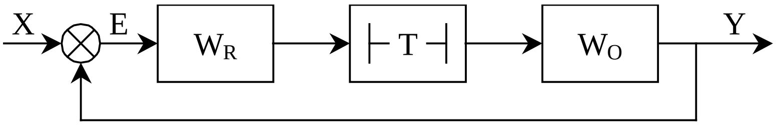


Рис. 15. Структурна схема системи

Нехай передавальна функція регулятора $W_R(p) = 5+0.4p$, час запізнення T = 0.1 с, а передавальна функція об'єкта регулювання рівна $W_O(p) = \frac{3}{2p+1}$

Передавальна функція системи у розімкнутому стані

$$W_p(p) = W_R(p)W_Z(p)\cdot W_O(p) = \frac{3(5+0.4p)}{2p+1}\cdot e^{-0.1p}$$

Спочатку проаналізуємо стійкість системи. Для цього побудуємо АФЧХ.

Комплексна передавальна функція системи у розімкнутому стані

$$W_p(j\omega) = \frac{15+1.2j\omega}{2j\omega+1}\cdot e^{-0.1j\omega}$$

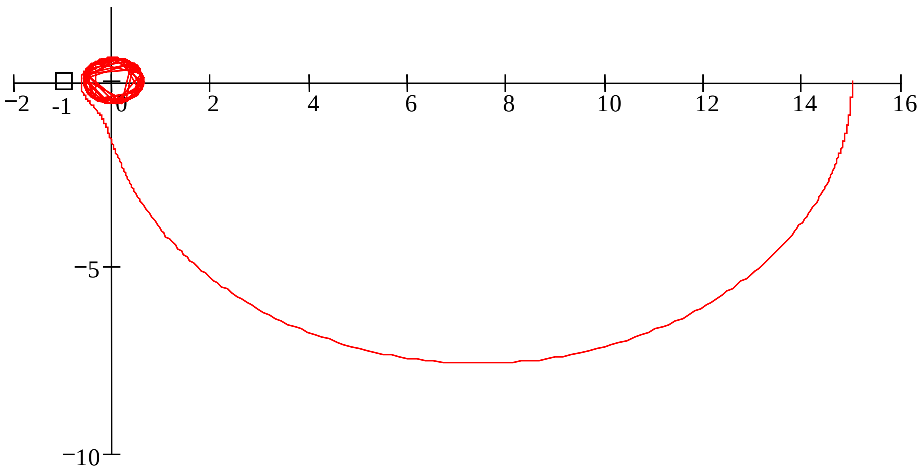


Рис. 16. АФЧХ системи

На основі $W_p(j\omega)$ будуємо АФЧХ (Рис. 16). Система у розімкнутому стані стійка, АФЧХ не охоплює точку з координатами (-1, 0), а тому система стійка і у замкнутому стані і можна визначати оцінки похибки. Якщо система є нестійкою про інтегральні показники якості системи не може бути і мови.

Тепер для оцінки якості системи знайдемо передавальну функцію системи за похибкою. При наявності одиничного зворотного зв'язку вона, як відомо, визначається за формулою

$$W_E(p) = \frac{1}{1+W_p(p)} = \frac{1}{1+\frac{15+1.2p}{2p+1}\cdot e^{-0.1p}} = \frac{2p+1}{2p+1+(15+1.2p)e^{-0.1p}}$$

При подачі на вхід одиничної функції зображення похибки буде рівним

$$E(p) = W_E(p)\cdot\frac{1}{p} = \frac{2p+1}{2p+1+(15+1.2p)e^{-0.1p}}\cdot\frac{1}{p}$$

де $1/p$ - зображення одиничної функції.

Для подальшого аналізу визначаємо встановлене значення похибки

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} E(t) = \lim_{p\to 0+} pE(p) = \lim_{p\to 0+} p\cdot\frac{2p+1}{2p+1+(15+1.2p)e^{-0.1p}}\cdot\frac{1}{p} = \frac{2\cdot 0+1}{2\cdot 0+1+(15+1.2\cdot 0)e^{-0.1\cdot 0}} =$$

$$= \frac{1}{1+15\cdot 1} = \frac{1}{16} = 0.0625$$

Тепер визначимо зображення перехідної складової похибки

$$E_п(p) = E(p) - \frac{e_\infty}{p} = \frac{2p+1}{2p+1+(15+1.2p)e^{-0.1p}}\cdot\frac{1}{p} - \frac{1}{16\,p}$$

Як відомо квадратична інтегральна оцінка похибки визначається як інтеграл

$$J_{20} = \int_0^\infty \left(E_п(t)\right)^2 dt$$

де $E_п(t)$ - перехідна складова похибки, що дорівнює $E_п(t) = E(t) - e_\infty$.

Що за рівністю Парсеваля рівний

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|E_п(j\omega)\right|^2 d\omega$$

Де $E_п(p)$ – зображення за Лапласом функції похибки.

Підставляємо вираз для зображення уставленої похибки у інтеграл і отримаємо:

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{2j\omega+1}{2j\omega+1+(15+1.2j\omega)e^{-0.1j\omega}}\cdot\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{16\,j\omega}\right|^2 d\omega$$

Цей інтеграл не обчислюється у замкнутій формі, проте нас інтересує лише числове значення, яке ми у MathCad

$$J_{20} := \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} \left[\left|\frac{2j\cdot\omega+1}{2(j\cdot\omega)+1+(15+1.2j\cdot\omega)e^{-0.1\cdot(j\cdot\omega)}}\cdot\frac{1}{j\cdot\omega} - \frac{1}{16\cdot j\cdot\omega}\right|\right]^2 d\omega$$

$$J_{20} = 0.098$$

Для ілюстрації обчислимо значення тої ж похибки при відсутності затримки

$$J_{20} := \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty} \left[\left|\frac{2j\cdot\omega+1}{2(j\cdot\omega)+1+(15+1.2j\cdot\omega)}\cdot\frac{1}{j\cdot\omega} - \frac{1}{16\cdot j\cdot\omega}\right|\right]^2 d\omega$$

$$J_{20} = 0.032$$

Бачимо, що введення затримки, що складає лише 5% від максимальної сталої часу значно погіршило інтегральну оцінку якості.

Задача 13

Знайти інтегральну оцінку якості (похибки) перехідного процесу J_{20} системі, що має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 13.

Нехай передавальна функція системи у розімкнутому стані має вигляд

$$W_p(p)=\frac{5}{4p^4+3p^3+5p^2+p+1}$$

Спочатку визначимо передавальну функцію системи у замкнутому стані. Передавальна функція системи охопленої одиничним зворотнім зв’язком визначається за формулою

$$W_з(p)=\frac{W_p(p)}{1+W_p(p)}=\frac{5}{4p^4+3p^3+5p^2+p+1+5}$$

Тепер визначимо стійкість системи

Характеристичне рівняння

$D(p) = 4p^4+3p^3+5p^2+p+1$

Підставляємо замість p jω, отримаємо

$D(j\omega) = 4\omega^4-3j\omega^3-5\omega^2+j\omega+1$

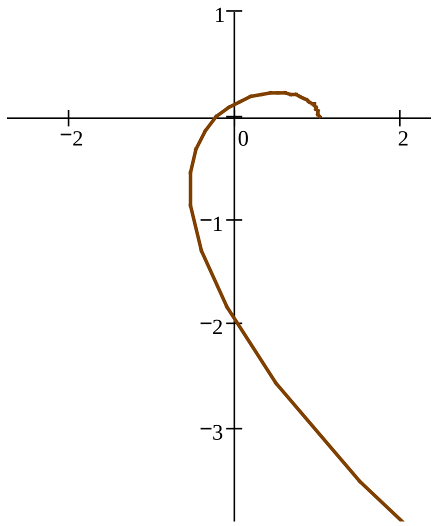


Рис. 17. Годограф

Виділяємо дійсну і уявну частини

$U(\omega) = \mathrm{Re}(D(j\omega)) = 4\omega^4-5\omega^2+1$ $V(\omega) = \mathrm{Im}(D(j\omega)) = -3\omega^3+\omega$

Та будуємо годограф Михайлова (Рис. 17)

Так як система стійка можна визначати параметри похибки системи. У випадку нестійкої системи оцінка похибки системи не має змісту.

Перехідна функція за похибкою визначається як

$$W_E(p)=\frac{1}{1+W_p(p)}=\frac{1}{1+\dfrac{5}{4p^4+3p^3+5p^2+p+1}}=\frac{4p^4+3p^3+5p^2+p+1}{4p^4+3p^3+5p^2+p+6}$$

Зображення похибки системи при подачі на вхід одиничної функції рівна

$$E(p) = W_E(p)\cdot\frac{1}{p}=\frac{4p^4+3p^3+5p^2+p+1}{4p^4+3p^3+5p^2+p+6}\cdot\frac{1}{p}$$

Уставлене значення похибки

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty}E(t)=\lim_{p\to 0+}pE(p)=\lim_{p\to 0+}p\cdot\frac{4p^4+3p^3+5p^2+p+1}{4p^4+3p^3+5p^2+p+6}\cdot\frac{1}{p}=\frac{1}{6}$$

Перехідне значення похибки визначається за формулою

$$E_п(p)=E(p)-\frac{e_\infty}{p}=\frac{4p^4+3p^3+5p^2+p+1}{4p^4+3p^3+5p^2+p+6}\cdot\frac{1}{p}-\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{p}$$

Як відомо квадратична інтегральна оцінка похибки визначається як інтеграл

$$J_{20}=\int_0^\infty (E_п(t))^2dt$$

де $E_п(t)$ - перехідна складова похибки, що дорівнює $E_п(t) = E(t) - e_\infty$.

Що за рівністю Парсеваля рівний

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|E_п(j\omega)\right|^2 d\omega$$

Підставляємо вираз для зображення уставленої похибки у інтеграл і отримаємо:

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{4\omega^4 - 3j\omega^3 - 5\omega^2 + j\omega + 1}{4\omega^4 - 3j\omega^3 - 5\omega^2 + j\omega + 6}\cdot\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{j\omega}\right|^2 d\omega$$

Цей інтеграл можна обчислити у замкнутій формі, проте так як нас інтересує лише числове значення обчислимо значення у MathCad

$$Ep(p) := \frac{4\cdot p^4 + 3\cdot p^3 + 5\cdot p^2 + p + 1}{\left(4\cdot p^4 + 3\cdot p^3 + 5\cdot p^2 + p + 6\right)}\cdot\frac{1}{p} - \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{p}$$

$$J_{20} := \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\left[\int_{-\infty}^{\infty}\left(\left|Ep(i\cdot\omega)\right|\right)^2 d\omega\right]$$

$$J_{20} = 0.184$$

Задача 14

Визначити значення коефіцієнтів помилки C_{g0} та C_{g1} за керуючим впливом для системи що має одиничний зворотній зв’язок і передавальну функцію у розімкнутому стані, задану згідно варіанта у таблиці Д 14.

Нехай система має передавальну функцію у розімкнутому стані рівну

$$W_p(p) = \frac{1}{(p^2 + 2p + 6)}\cdot\left(10 + \frac{1}{p}\right)$$

Спочатку визначимо передавальну функцію за похибкою, вона як відомо для систем із одиничним зворотнім зв’язком визначається за формулою

$$W_E(p) = \frac{1}{1 + W_p(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{(p^2 + 2p + 6)}\cdot\left(10 + \frac{1}{p}\right)} = \frac{(p^2 + 2p + 6)p}{(p^2 + 2p + 6)p + 10p + 1}$$

Коефіцієнти похибки за задаючим впливом є коефіцієнтами розкладу у ряд Тейлора передавальної функції $W_E(p)$

$C_{g0} = W_E(0) = 0$

$$C_{gi} = \frac{1}{i!}\cdot\frac{d^i}{dp^i}W_E(p)\bigg|_{p=0} =$$

$$C_{gi} = \lim_{p\to 0}\frac{-1}{\left(1 + \frac{1}{(p^2 + 2p + 6)}\cdot\left(10 + \frac{1}{p}\right)\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{(p^2 + 2p + 6)}\cdot\left(-\frac{1}{p^2}\right) - \left(10 + \frac{1}{p}\right)\cdot\frac{2p + 2}{(p^2 + 2p + 6)^2}\right) =$$

$$= \lim_{p\to 0}\frac{1}{\left(p + \frac{1}{(p^2 + 2p + 6)}\cdot(10\,p + 1)\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{(p^2 + 2p + 6)} + \left(10\,p^2 + p\right)\cdot\frac{2p + 2}{(p^2 + 2p + 6)^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{6}\cdot\right)^2}\cdot\frac{1}{6} = 6$$

Задача 15

Перехідна функція системи описується рівнянням, заданим у таблиці Д 15. Знайти час встановлення, час регулювання $t_{5\%}$, перерегулювання, період коливань, та встановлене значення похибки регулювання.

Нехай перехідна функція системи визначається рівнянням

$$h(t) = 1.2 - 0.33e^{-t}\sin(3t) - 0.7e^{-t}\cos(3t)$$

Будуємо графік перехідної функції

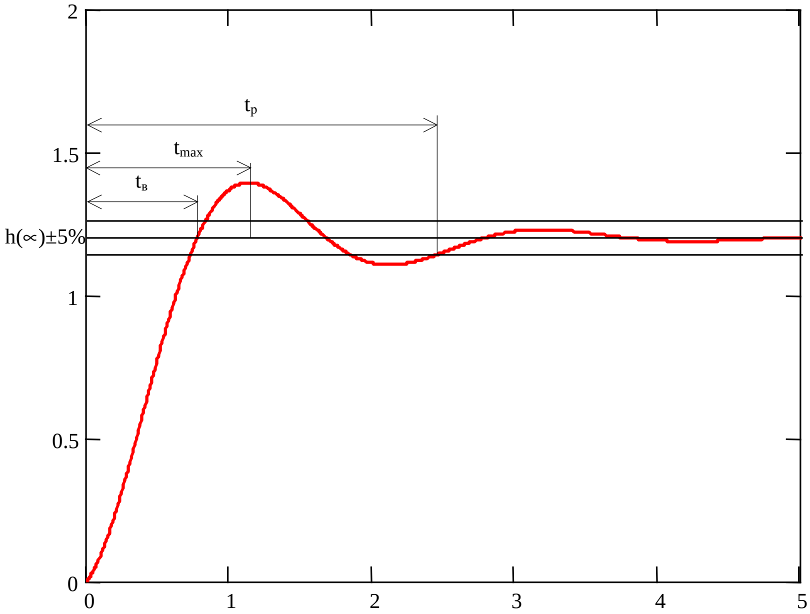


Рис. 18. Перехідна функція системи

Спочатку знаходимо уставлене значення

$$h(\infty) = \lim_{t\to\infty} h(t) = \lim_{t\to\infty}(1.2 - 0.33e^{-t}\sin(3t) - 0.7e^{-t}\cos(3t) - 0.5e^{2t}) = 1.2$$

Уставлене значення похибки регулювання

$$\varepsilon(\infty) = |h(\infty) - 1| \cdot 100\% = 20\%$$

Період коливань можна легко визначити за допомогою формули

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

де ω - колова частота коливань, що має найбільшу амплітуду. У даному випадку ω = 3, тому $T = \frac{2\pi}{3} = 2.094$

Тепер визначаємо перерегулювання. Із графіка видно, що перехідна функція досягає максимального значення при t ≈ 1. Уточнюємо значення перехідної функції за допомогою MathCad.

Задаємо початкове наближення

$t := 1$

given

$t_{max} := \text{Maximize}(h, t)$

Точка максимуму $tmax = 1.131$ $t_{max} = 1.131$

Значення максимуму перехідної функції

$h(t_{max}) = 1.393$

На основі обчислених значень шукаємо пере регулювання

$$\sigma = \left|\frac{h(t_{max}) - h(\infty)}{h(0) - h(\infty)}\right| = 0.161 = 16\%$$

Знаходимо час регулювання, це, як відомо час, після закінчення якого відхилення характеристики h(t) від сталого значення h(∞) стає і залишається меншим заданої похибки.

Із графіка видно, що час регулювання визначається останнім перетином графіка h(t) та горизонталі 0.95 h(∞) коло точки t = 2.5 - тобто розв’язком рівняння h(t) = 0.95 h(∞) із початковим наближенням t = 2.5.

Проводимо розрахунок у MathCad

$t := 2.5$

given

$h(t) = hinf \cdot 0.95$

$tp := \text{find}(t)$

tp = 2.438

Отже час регулювання рівний 2.438 с.

Задача 16

Система має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Передавальна функція системи у розімкнутому стані задана у таблиці Д 16. За допомогою побудови дійсної частотної характеристики визначити параметри перехідного процесу без побудови перехідної функції.

Нехай передавальна функція системи у розімкнутому стані визначається за формулою

$$W_p(p) = 20 \cdot \frac{3p+1}{p^2+2p+1}$$

Визначаємо передавальну функцію системи у замкнутому стані

$$W(p) = \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)} = \frac{60p+20}{p^2+62p+21}$$

Комплексна передавальна функцію системи у замкнутому стані визначаться за формулою

$$W(j\omega) = \frac{60j\omega+20}{21-\omega^2+62j\omega}$$

Розділяємо комплексну передавальну функцію на дійсну і уявну частини, для чого помножимо чисельник і знаменник на вираз, комплексно спряжений із знаменником (на $21-\omega^2-62j\omega$)

$$W(j\omega) = \frac{(60j\omega+20)(21-\omega^2-62j\omega)}{(21-\omega^2+62j\omega)(21-\omega^2-62j\omega)} = \frac{3700\omega^2+420+20j\omega-60j\omega^3}{\left(21-\omega^2\right)^2+62^2\omega^2} =$$

$$= \frac{3700\omega^2+420+j(20\omega-60j\omega^3)}{\left(21-\omega^2\right)^2+62^2\omega^2}$$

Дійна частотна характеристика системи

$$U(\omega) = \frac{3700\omega^2+420}{\left(21-\omega^2\right)^2+62^2\omega^2}$$

Будуємо графік ДЧХ у лінійному діапазоні зміни частот (рис. 19). Як видно ДЧХ позитивна, у жодній точці не переходить через 0, і має викид на початковій частині. Похідна ДЧХ по частоті змінює знак, тому перехідний процес не монотонний.

Знаходимо інтервал суттєвих частот ДЧХ. Інтервал суттєвих частот ДЧХ це інтервал частот $0<\omega<\omega_{сч}$ такий, що для всіх частот більших ніж $\omega_{сч}$ $|U(\omega)| < 0.05|U(0)|$

Задаємось початковим наближенням $\omega_1 := 10($ і визначаємо ω_1

Given

$U(\omega_1) = 0.05 \cdot U(0)$

$\omega_1 := \mathrm{Find}(\omega_1)$

$\omega_{сч} = 272$ с$^{-1}$

Уставлене значення при подачі одиничного вхідного сигналу визначається як

$U(0) = 420/21^2 = 0.95$

Знаходимо максимальне значення U(ω). Так як нас інтересує лише наближене значення максимуму, проводимо розрахунок у MathCad

За графіком задаємось початковим наближенням $\omega1 := 2$ та задаємо умови

given

$\omega1 > 0$

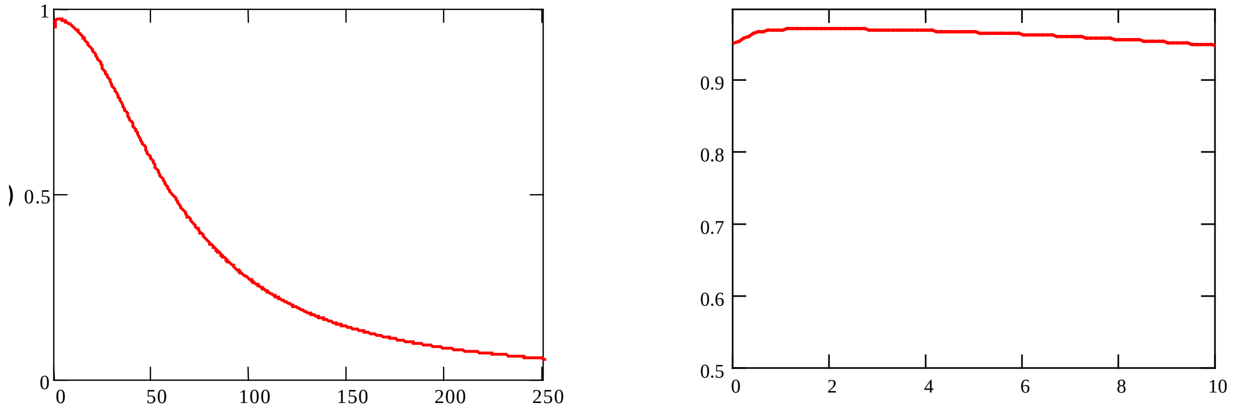
$\omega_{max} := \mathrm{maximize}(U, \omega1)$

Знаходимо $\omega_{max} = 1.72$ і $U(\omega_{max}) = 0.972$.

Перерегулювання у системі

$$\sigma = \frac{1.18U(\omega_{max}) - U(0)}{U(0)} \cdot 100 = 20\%$$

Знаходимо час регулювання, який визначається за такими правилами



а) **б)**

Рис. 19. ДЧХ системи: а) повна б) окіл нульової частоти

Якщо перехідний процес є монотонним, то час регулювання $t_p > \dfrac{4\pi}{\omega_п}$

Якщо перехідний процес є не є монотонним, то час регулювання $t_p > \dfrac{\pi}{\omega_п}$

Де $\omega_п$ - частота на інтервалі суттєвих частот, при котрій ДЧХ перший раз перетинає горизонтальну вісь або при відсутності такого перетину - значення самої частоти $\omega_{сч}$.

У даному випадку ДЧХ не перетинає горизонтальну вісь, тому $\omega_п = \omega_{сч} = 272$ c^{-1}.

Отже час регулювання

$$t_p > \frac{\pi}{\omega_п} = 0.012 \text{ c}$$

Задача 17

Система складається із 3 ланок, що з'єднані послідовно: регулятора із передавальною функцією W_p, ланки чистого запізнення W_T із затримкою T та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_o. Система охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Визначити критичне запізнення, що може створювати ланка чистого запізнення. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 17.

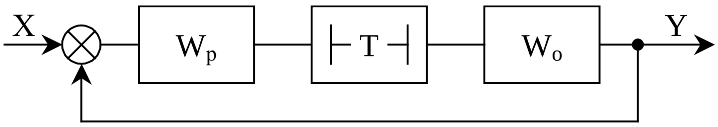


Рис. 20. Система управління

Нехай задано, що передавальна функція регулятора рівна $W_p = 10$, а передавальна функція об'єкта керування $W_o = \dfrac{p+1}{p^2+3p+1}$

Передавальна функція ланки чистого запізнення, як відомо, визначається за формулою

$$W_T = e^{-pT}$$

Тоді передавальна функція розімкнутої системи визначається за формулою

$W(p) = W_p\, W_T\, W_o$

$$W(p) = 10\frac{(p+1)e^{-Tp}}{p^2+3p+1}$$

Так як система має передавальну функцію, що не є відношенням двох поліномів її аналіз не можливий за допомогою алгебраїчних критеріїв стійкості. Тому проводимо аналіз за допомогою ЛАЧХ.

Визначаємо ЛАЧХ та ЛФЧХ системи. Її можна представити у наступній формі

$$L(\omega) = 20\lg\left|10\frac{(j\omega+1)e^{-Tj\omega}}{-\omega^2+3j\omega+1}\right| = 20\lg\left|10\frac{(j\omega+1)}{-\omega^2+3j\omega+1}\right| + 20\lg\left|e^{-Tj\omega}\right|$$

Модуль $\left|e^{-Tj\omega}\right|$ при будь-яких значеннях Т та ω рівний 1, тому другий доданок рівний 0. Отже ЛАЧХ не залежить від запізнення і визначається виразом:

$$L(\omega) = 20\lg\left|10\frac{(j\omega+1)}{-\omega^2+3j\omega+1}\right| = 20\lg|10| + 20\lg|j\omega+1| - 20\lg\left|-\omega^2+3j\omega+1\right| =$$

$$= 20\lg(10) + 10\lg(\omega^2+1) - 10\lg((1-\omega^2)^2+9\omega^2)$$

Тепер визначаємо вираз для ЛФЧХ

$$\Psi(\omega, T) = \arg\left(10\frac{(j\omega+1)e^{-Tj\omega}}{-\omega^2+3j\omega+1}\right) = \arg\left(10\frac{(j\omega+1)}{-\omega^2+3j\omega+1}\right) + \arg\left(e^{-Tj\omega}\right)$$

Як відомо аргумент $e^{-Tj\omega}$ рівний $-T\omega$ у радіанах чи $-\frac{180}{\pi}T\omega$ у градусах, отже

$$\Psi(\omega, T) = \arg\left(10\frac{(j\omega+1)}{-\omega^2+3j\omega+1}\right) - \frac{180}{\pi}T\omega = \Psi(\omega, 0) - \frac{180}{\pi}T\omega$$

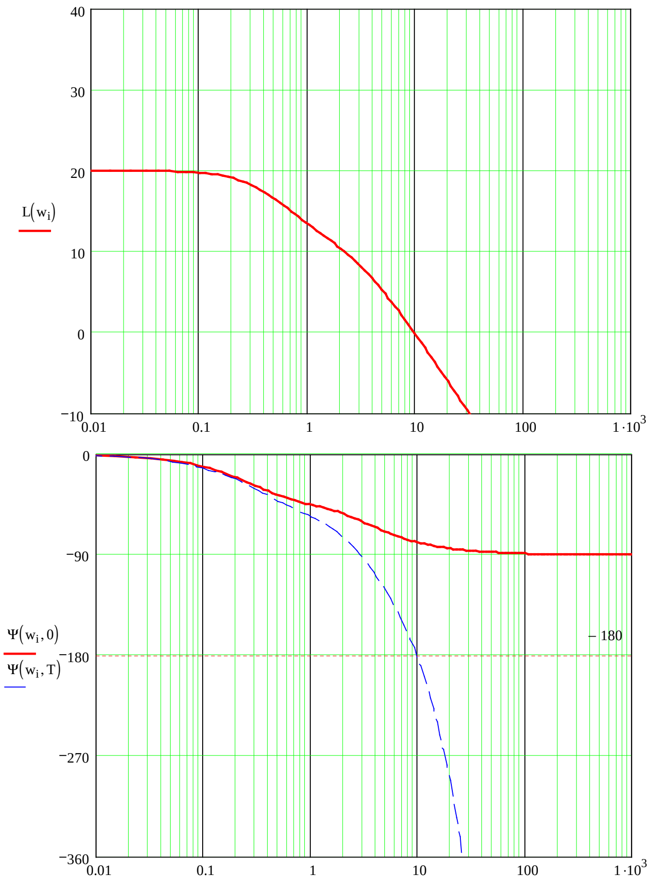


Рис. 21. ЛАЧХ та ЛФЧХ системи при нульовому та критичному запізненні.

Тепер будуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ системи при нульовому запізненні .

Як відомо, запізнення називається критичним якщо при цьому запізненні систем знаходиться на границі стійкості, тобто ЛАЧХ перетинає горизонтальну вісь, а ЛФЧХ горизонталь -180 при критичній частоті $\omega_к$. Тобто при одночасному виконанні умов

$L(\omega_к) = 0$ та $\Psi(\omega_к, T_к) = -180$

Друге рівняння може бути переписано у вигляді

$$\Psi(\omega, 0) - \frac{180}{\pi}T_к\omega_к = -180$$

Звідки

$$T_к = \frac{\pi \cdot \Psi(\omega_к, 0)}{180 \cdot \omega_к} + \frac{\pi}{\omega_к}$$

Тепер лишилось визначити значення критичної частоти $\omega_к$. Так як нас інтересує лише числове значення проводимо розрахунок у середовищі MathCad. У якості початкового наближення вибираємо за графіком значення $\omega_к$ рівним 10 і проводимо уточнення значення за допомогою скрипту.

$\omega_K := 10$

given

$L(\omega_K) = 0$

$\omega_K := \text{find}(\omega_K)$

$\omega_K = 9.698$

Отже $\omega_к$ = 9.698 $с^{-1}$.

Визначаємо тепер $T_к = \dfrac{\pi \cdot \Psi(\omega_к, 0)}{180 \cdot \omega_к} + \dfrac{\pi}{\omega_к}$ = 0.183 с.

Задача 18

Об’єкт керування має передавальну функцію стані задану у таблиці Д 18. Необхідно підібрати параметри ПД регулятора так, щоб забезпечити запас по фазі у всьому діапазоні частот до нової частоти зрізу не менше 45 градусів і не змінити коефіцієнт передачі при нульовій частоті.

Нехай передавальна функція системи у розімкнутому стані визначається формулою

$$W(p) = \frac{10}{p^2 + p + 1}$$

Спочатку будуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ об’єкта і визначаємо наявний запас стійкості та наявну частоту зрізу (рис. 22). Для цього визначаємо комплексну передавальну функцію

$$W_O(j\omega) = \frac{10}{1 - \omega^2 + j\omega}$$

Далі визначаємо ЛАЧХ та ЛФЧХ об’єкта регулювання.

$$L_O(\omega) = 20\lg\left|\frac{10}{1 - \omega^2 + j\omega}\right|$$

$$\Psi_O(\omega) = \arg\left(\frac{10}{1 - \omega^2 + j\omega}\right) = -\arg\left(1 - \omega^2 + j\omega\right) = -90 + \text{arctg}\left(\frac{1 - \omega^2}{\omega}\right)$$

Бачимо, що запас за фазою на бажаній частоті зрізу практично рівний 0, тому система має неприйнятні характеристики, а ЛАЧХ значно менше 0.

Передавальна функція регулятора визначається за формулою

$$W_P(p) = k(Tp + 1)$$

Цей регулятор вносить випередження по фазі на високих частотах і тому може збільшувати запас по фазі.

Комплексна передавальна функція регулятора

$$W_P(j\omega) = k(Tj\omega + 1)$$

Легко бачити, що "точна" ЛАЧХ регулятора визначається за формулою

$$L_P(\omega) = 20\lg k + 10\lg\left(T^2\omega^2 + 1\right)$$

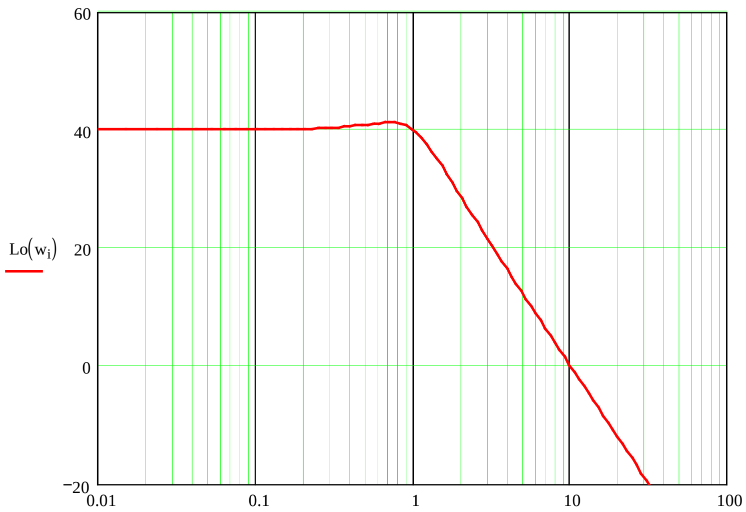
А "точна" ЛФЧХ

$$\Psi_P(\omega) = \arg(W_P) = \text{arctg}\left(\frac{\text{Im}(W_P(p))}{\text{Re}(W_P(p))}\right) = \text{arctg}(T\omega)$$

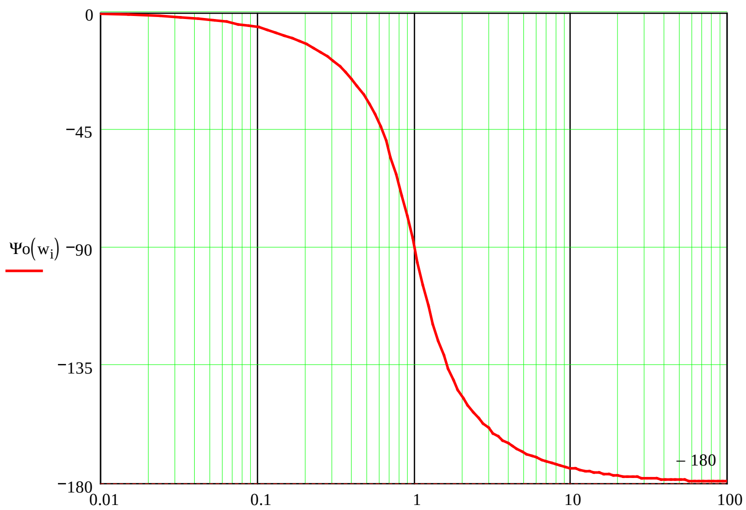
Проте, у даному випадку значно легше використовувати наближені ЛАЧХ та ЛФЧХ, які, як відомо у першому наближенні, визначаються за формулами

$$L_P(\omega) = \begin{cases} 20\lg k & \text{якщо } \omega T \le 1 \\ 20\lg k + 20\lg(\omega T) & \text{якщо } \omega T > 1 \end{cases} \qquad \Psi_P(\omega, T) = \begin{cases} 0 & \text{якщо } \omega T \le 0.1 \\ 45\left(1 + \lg(\omega T)\right) & \text{якщо } 0.1 < \omega T \le 10 \\ 90 & \text{якщо } \omega T > 10 \end{cases}$$

Зауважимо, що ЛФЧХ регулятора залежить у даному випадку лише від одного параметра - добутку $T\omega$.



а)



б)

Рис. 22. ЛАЧХ а) та ЛФЧХ б) системи до корекції

ЛФЧХ послідовно з'єднаних регулятора та об'єкта регулювання є сумою відповідних ЛФЧХ: $\Psi(\omega) = \Psi_O(\omega) + \Psi_P(\omega,T)$. За умовою, необхідно забезпечити, щоб при всіх $\omega < \omega_3$ виконувалась умова: $\Psi(\omega) > -180 + 45 = -135$

Цю умову можна записати у формі $\Psi_O(\omega) > -135 - \Psi_P(\omega,T)$

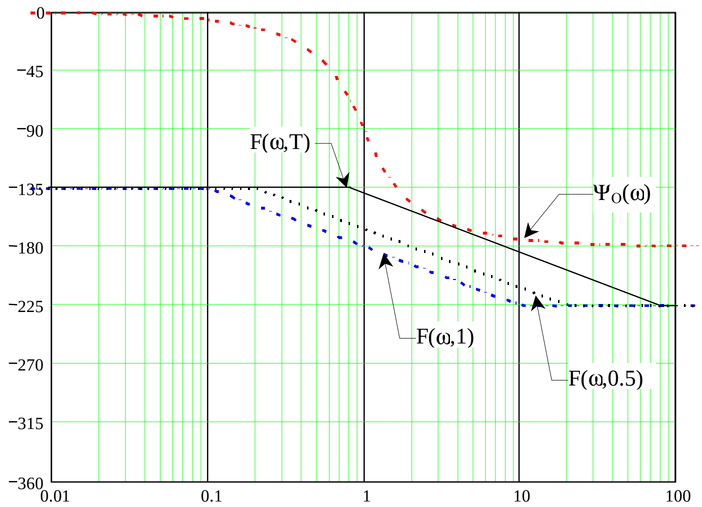


Рис. 23

Отже для задоволення заданої умови необхідно, щоб ЛФЧХ був вище графіка функції

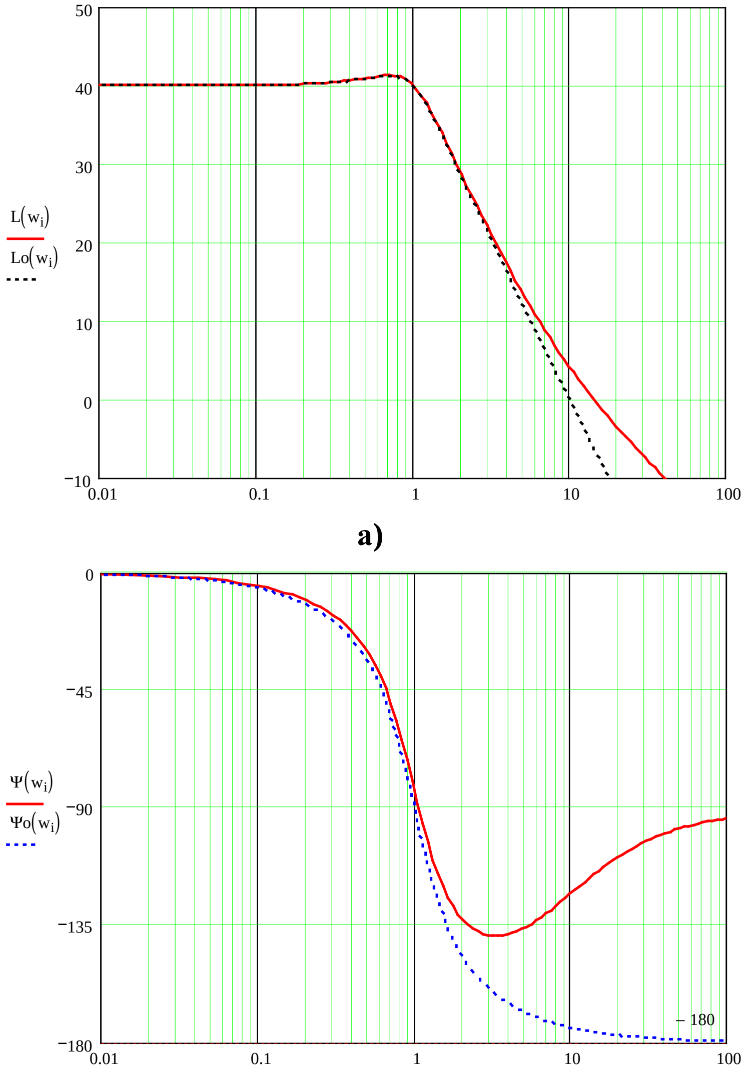
$$F(\omega,T) = -135 - \Psi_P(\omega,T) = \begin{cases} -135 & \text{якщо } \omega T \le 0.1 \\ -135 - 45(1+\lg(\omega T)) & \text{якщо } 0.1 < \omega T \le 10 \\ -225 & \text{якщо } \omega T > 10 \end{cases}$$

а цей графік у процесі не змінює свою форму, а лише переміщається по горизонтальній осі ЛФЧХ у процесі підбору параметра Т.

Будуємо на одному графіку ЛФЧХ об'єкта регулювання і та функцію $F(\omega,T)$ при Т = 1 та при Т = 0.5. Для побудови шуканої функції спочатку проводимо дотичну пряму до графіка $\Psi_O(\omega)$ паралельну похилій ділянці функції $F(\omega,T)$, а потім добавляємо до побудованої прямої горизонтальні частини графіка на рівнях -135 та -225 градусів.

Для визначення значення Т достатньо визначити хоча б одну точку на похилій ділянці графіка $F(\omega,T)$. З графіка видно, що при $\omega = 8\ c^{-1}$ $F(\omega,T) = -180$

Маємо рівняння: $-135 - 45(1+\lg(8\,T)) = -180$, звідки Т = 0.125 с



а)

б)

Рис. 24.

Тепер визначимо k. ЛАЧХ системи визначається як сума ЛАЧХ послідовно ввімкненого регулятора та об'єкта регулювання $L(\omega) = L_P(\omega) + L_O(\omega)$. Із умови задачі слідує, що

$L(0) = L_P(0) + L_O(0) = L_O(0)$, звідки $L_P(0) = 0$. З іншого боку $L_P(0) = 20\lg(k)$, тому k = 1.

ЛАЧХ та ЛФЧХ системи показані на (рис. 24) на котрому пунктиром позначені також ЛАЧХ та ЛФЧХ некоректованої системи.

Як бачимо у визначенні параметрів є похибка, що дає похибку у 4 градуса, якщо така похибка не допустима можна або уточнити параметр Т по точному графіку $\Psi_P(\omega,T)$, або взяти запас у 4 градуса при визначенні функції $F(\omega,T)$, тобто взяти

$$F(\omega,T) = 4\text{-}135 - \Psi_P(\omega,T) = \begin{cases} -131 & \text{якщо } \omega T \le 0.1 \\ -131 - 45(1+\lg(\omega T)) & \text{якщо } 0.1 < \omega T \le 10 \\ -221 & \text{якщо } \omega T > 10 \end{cases}$$

Задача 19

Передавальна об'єкта регулювання задана у таблиці Д19. Визначити параметр П регулятора, що доставляє мінімум інтегральній оцінці J_{20} похибки перехідного процесу замкнутої системи, а перехідний процес у системі є аперіодичним.

Нехай передавальна функція об'єкта регулювання рівна

$$W_O(p) = \frac{1}{p(0.1p+1)}$$

Як відомо передавальна функція П - регулятора визначається за формулою $W_R(p) = k$, тоді передавальна функція замкнутої системи визначається за виразом

$$W_з(p) = \frac{W_O(p)\, W_R(p)}{1+W_O(p)\, W_R(p)} = \frac{k}{p(0.1p+1)+k}$$

Аперіодичність перехідного процесу можна визначити за непрямими ознаками, проте у даному випадку це можна зробити і за характеристичним рівнянням замкнутої системи, що у даному випадку визначається так

$D(p) = p(0.1p+1)+k = 0$, $D(p) = 0.1p^2 + p + k = 0$,

Перехідний процес буде монотонним, якщо корені характеристичного рівняння є дійсними, а детермінант рівняння є позитивним

$D = 1 - 4\cdot 0.1\cdot k \ge 0$

Звідки $k \le 2.5$

Знаходимо передавальну функцію за похибкою

$$W_E(p) = \frac{1}{1+W_O(p)\, W_R(p)} = \frac{p(0.1p+1)}{p(0.1p+1)+k}$$

Зображення похибки системи від керуючого впливу

$$E(p) = W_E(p)\cdot\frac{1}{p} = \frac{(0.1p+1)}{p(0.1p+1)+k}$$

Уставлене значення похибки

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} E(t) = \lim_{p\to 0+} pE(p) = \lim_{p\to 0+} p\cdot\frac{(0.1p+1)}{p(0.1p+1)+k} = 0$$

Перехідне значення похибки визначається за формулою

$$E_п(p) = E(p) - \frac{e_\infty}{p} = \frac{(0.1p+1)}{p(0.1p+1)+k}$$

Як відомо квадратична інтегральна оцінка похибки визначається як інтеграл

$$J_{20} = \int_0^\infty (E_п(t))^2 dt$$

де $E_п(t)$ - перехідна складова похибки, що дорівнює $E_п(t) = E(t) - e_\infty$.

Що за рівністю Парсеваля рівний

$$J_{20} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |E_п(j\omega)|^2 d\omega$$

Підставляємо вираз для зображення уставленої похибки у інтеграл і отримаємо:

$$J_{20}(k) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\frac{(0.1j\omega+1)}{j\omega(0.1j\omega+1)+k}\right|^2 d\omega$$

Задача пошуку мінімуму інтеграла може бути вирішена у замкнутій формі, так як інтеграл може бути обчислений, але так як нас інтересує лише числове значення k обчислення проводимо у MathCad

Так як вклад високих частот у інтеграл незначний замість нескінчених меж інтегрування беремо скінченні

$$J_{20}(k) := \frac{1}{2\cdot\pi}\cdot\int_{-1000}^{1000}\left(\left|E(j\cdot\omega,k)\right|\right)^2 d\omega$$

Приймаємо початкове наближення k

$k := 1$

І за допомогою блока given / minimize знаходимо мінімум функції заданої першим аргументом із обмеженнями заданими у самому блоці given / minimize

given

$k \le 2.5$

$\mathrm{minimize}\left(J_{20}, k\right) = 2.5$

Отже мінімум досягається при граничному значенні коефіцієнта підсилення k =2.5, що і ілюструє графік функції $J_{20}(k)$

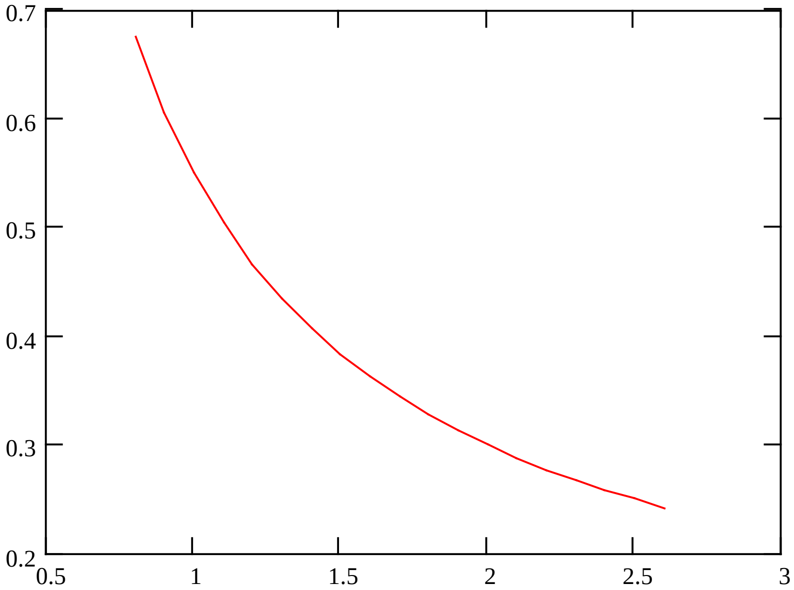


Рис. 25 Графік функції J_{20}(k)

Задача 20

Передавальна функція системи задана виразом у таблиці Д 20. За допомогою встановлення коректуючої ланки забезпечити, щоб ЛАЧХ системи в околі частоти зрізу ω_L ω = (0.3 ω_L - 3 ω_L) мала нахил -20 дБ/дек, а сама частота зрізу лишалась незмінною. Система у розімкнутому стані є стійкою.

Нехай передавальна функція системи у розімкнутому стані задана виразом

$$W(p) = \frac{10}{(2p^2 + 3p + 1)p}$$

Спочатку знаходимо і будуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ некоректованої системи ()

$$L(\omega) = 20\lg\left|W(j\omega)\right|$$

$$\Psi(\omega) = \arg(W(j\omega))$$

Знаходимо спочатку частоту зрізу системи. Наближено вона рівна 1.5 c^{-1}. Уточнення частоти зрізу здійснюємо за розв’язуючі рівняння L(ω) = 0 у MathCad

Given

$L\left(\omega_L\right) = 0$

$\omega_L := \mathrm{Find}\left(\omega_L\right)$

$\omega_L = 1.593$ c^{-1}

Граничні частоти області де нахил ЛАЧХ має становити -20 дБ/дек рівні

$\omega_{min} = 0.3\ \omega_L = 0.478\ c^{-1}$, $\omega_{max} = 3\ \omega_L = 4.78\ c^{-1}$

Легко бачити, що у даному діапазоні частот нахил ЛАЧХ некоректованої системи складає наближено -60 дБ/дек. Для отримання нахилу -20 дБ/дек коректуюча ланка повинна забезпечити підйом на 40 дБ/дек у діапазоні частот від ω_{min} до ω_{max}. Таку характеристику має ланка із передавальною функцією

$$W_K(p) = k\left(\frac{\frac{p}{\omega_{min}}+1}{\frac{p}{\omega_{max}}+1}\right)^2$$

та ЛАЧХ

$$L_K(\omega) = 20\lg k + 20\lg\left(\frac{\omega^2}{\omega_{min}^{\ 2}}+1\right) - 20\lg\left(\frac{\omega^2}{\omega_{max}^{\ 2}}+1\right)$$

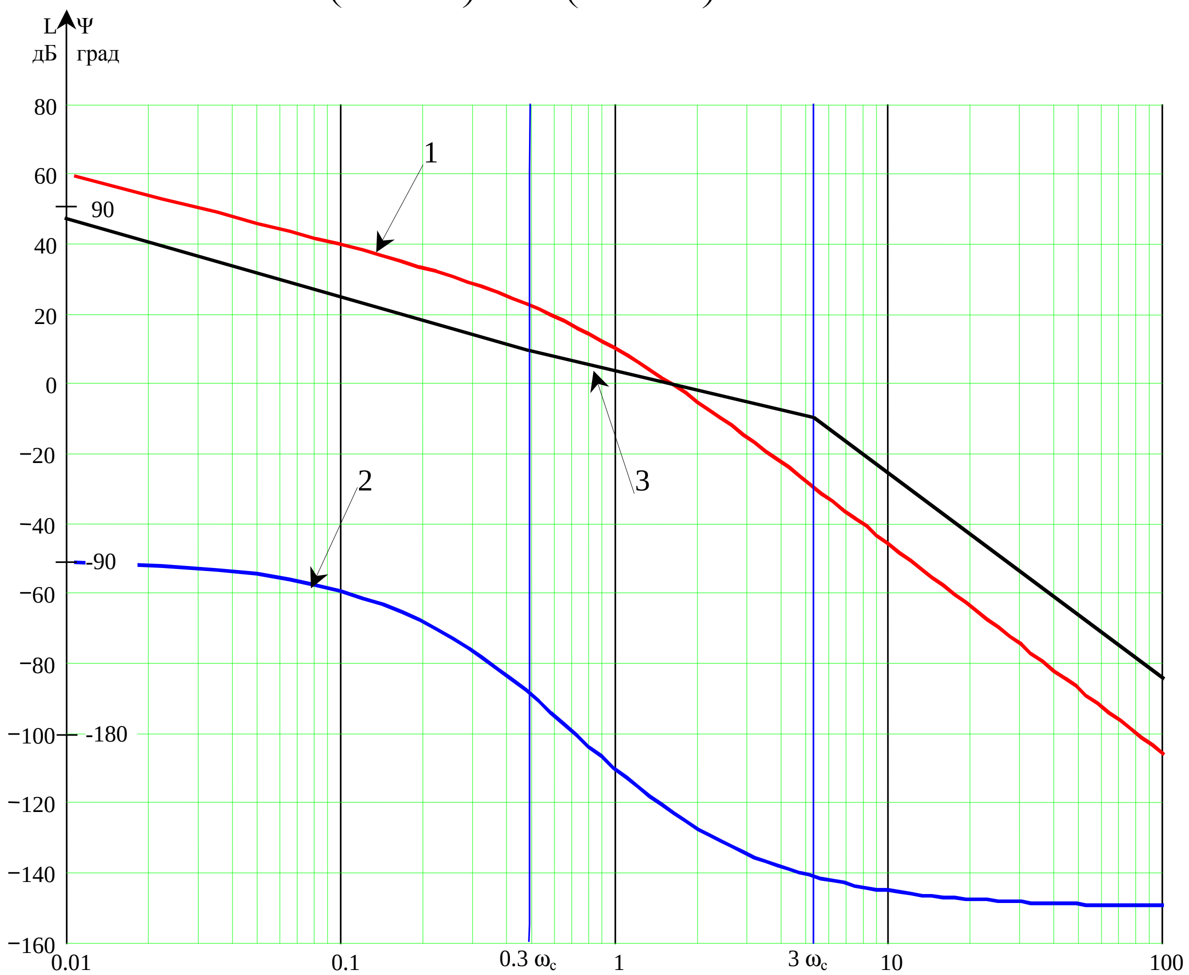


Рис. 26. ЛАЧХ (1), АФЧХ (2) системи до корекції та ЛАЧХ системи після корекції (3)

Лишилось визначити значення параметра k. Параметр k визначається із умови, що на частоті зрізу ЛАЧХ коректуючої ланки рівний 0, тобто $L_K(\omega_L) = 0$. Звідки випливає умова

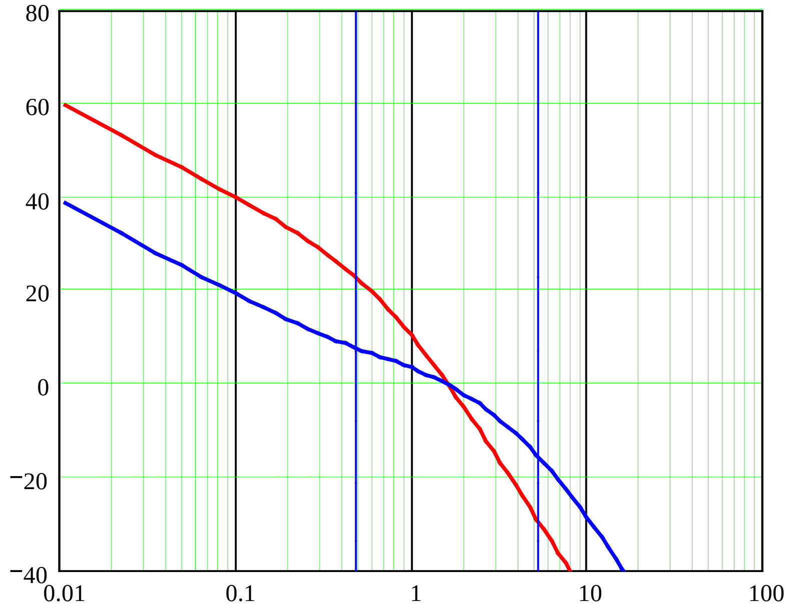
$$20\lg k = -20\lg\left(\frac{\omega_L^{\ 2}}{\omega_{min}^{\ 2}}+1\right) + 20\lg\left(\frac{\omega_L^{\ 2}}{\omega_{max}^{\ 2}}+1\right)$$

Підставляємо вирази для визначення ω_{min} та ω_{max} та проводимо відповідні перетворення і , отримаємо

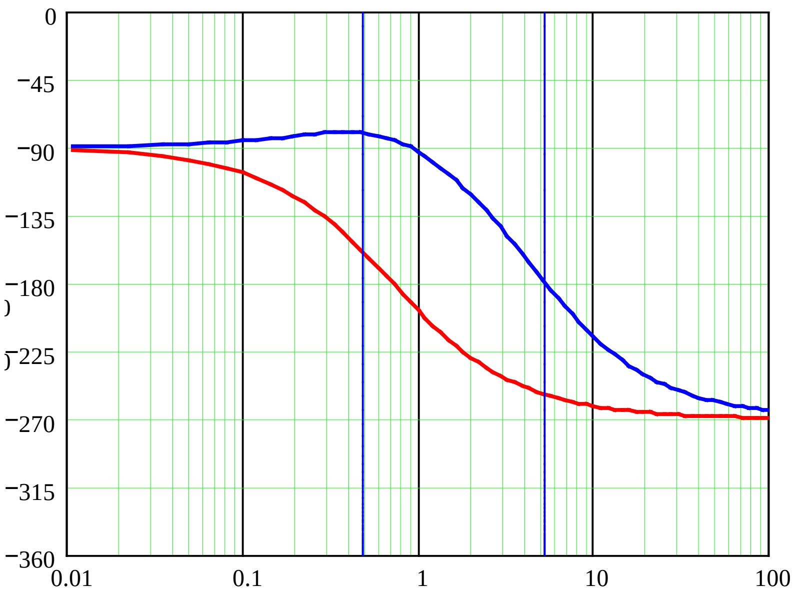
$$\lg k = -\lg\left(\frac{1}{0.3^2}+1\right) + \lg\left(\frac{1}{3^2}+1\right) = -2.1$$

Звідки $k = 10^{-2.1} = 0.0079$.

Будуємо ЛАЧХ та ЛФЧХ системи після корекції.



а)



б)

Рис. 27. ЛАЧХ (а) та ЛФЧХ системи до і після корекції

ДОДАТОК 1. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Задача 1

За логарифмічним критерієм стійкості знайти запас стійкості системи за амплітудою та фазою. Система задана передавальною функцією у розімкнутому стані і має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 1.

Таблиця Д 1

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$W1(p) := \frac{(p+1)\cdot 10}{(12\cdot p^2+p+1)\cdot(0.1\cdot p^2+0.3\cdot p+1)}$	11	$W1(p) := \frac{p^2+2\cdot p+5}{(p^2+2\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.3\cdot p+1)}$
2	$W1(p) := \frac{(p+1)\cdot 10}{(12\cdot p^2+2\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$	12	$W1(p) := \frac{8}{(10\cdot p^2+33\cdot p+1)\cdot(0.1\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$
3	$W1(p) := \frac{8\cdot p+12}{(10\cdot p^2+6\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$	13	$W1(p) := \frac{5\cdot p+5}{(5\cdot p^2+15\cdot p+1)\cdot(0.3\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$
4	$W1(p) := \frac{22\cdot p+14}{(12\cdot p^2+33\cdot p+1)\cdot(0.01\cdot p^2+0.1\cdot p+1)}$	14	$W1(p) := \frac{30\cdot p+11}{(12\cdot p^2+33\cdot p+1)\cdot(0.4\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$
5	$W1(p) := \frac{p^2+5\cdot p+10}{(p^2+p+1)\cdot(0.1\cdot p^2+0.7\cdot p+1)}$	15	$W1(p) := \frac{8\cdot p+8}{(12\cdot p^2+1.5\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$
6	$W1(p) := \frac{18\cdot p+8}{(1.2\cdot p^2+p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$	16	$W1(p) := \frac{14\cdot p+22}{(10\cdot p^2+6\cdot p+1)\cdot(0.01\cdot p^2+0.1\cdot p+1)}$
7	$W1(p) := \frac{2\cdot p+5}{(16\cdot p^2+16\cdot p+1)\cdot(0.4\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$	17	$W1(p) := \frac{12\cdot p+16}{(5\cdot p^2+15\cdot p+1)\cdot(0.1\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$
8	$W1(p) := \frac{5\cdot p+10}{(12\cdot p^2+1.5\cdot p+1)\cdot(0.1\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$	18	$W1(p) := \frac{5\cdot p+8}{(12\cdot p^2+1.5\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$
9	$W1(p) := \frac{(p+1)\cdot 8}{(10\cdot p^2+22\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.4\cdot p+1)}$	19	$W1(p) := \frac{8\cdot p+8}{(12\cdot p^2+p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$
10	$W1(p) := \frac{p^2+2\cdot p+5}{(p^2+p+1)\cdot(0.1\cdot p^2+0.7\cdot p+1)}$	20	$W1(p) := \frac{18\cdot p+8}{(14\cdot p^2+6\cdot p+1)\cdot(0.2\cdot p^2+0.5\cdot p+1)}$

Задача 2

За логарифмічним критерієм стійкості знайти запас стійкості системи за амплітудою та фазою. Система задана передавальною функцією у розімкнутому стані і має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 2.

Таблиця Д 2

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{6-2p}{1+5p+10p^2+2p^3+2p^4}$	11	$\frac{10p+4}{4p^4+8p^3+15p^2+9p+1}$
2	$\frac{9+8p}{1+7p+8p^2+7p^3+p^4}$	12	$\frac{12p+8}{3p^4+15p^3+13p^2+11p+1}$
3	$\frac{4+6p}{1+p+10p^2+5p^3+2p^4}$	13	$\frac{2p+4}{2p^4+13p^3+11p^2+10p+1}$
4	$\frac{13p+3}{4p^4+14p^3+10p^2+13p+1}$	14	$\frac{-6p+6}{3p^4+4p^3+13p^2+14p+1}$
5	$\frac{15p+12}{p^4+8p^3+11p^2+10p+1}$	15	$\frac{5p+4}{p^4+10p^3+11p^2+7p+1}$
6	$\frac{14p+5}{6p^4+12p^3+15p^2+9p+1}$	16	$\frac{7p+14}{p^4+2p^3+13p^2+p+1}$

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
7	$\frac{6p+4}{p^4+9p^3+12p^2+2p+1}$	17	$\frac{10p+10}{p^4+6p^3+7p^2+9p+1}$
8	$\frac{15p+6}{p^4+9p^3+6p^2+7p+1}$	18	$\frac{10p+5}{p^4+7p^3+8p^2+6p+1}$
9	$\frac{12p+6}{2p^4+11p^3+9p^2+12p+1}$	19	$\frac{13p+4}{2p^4+8p^3+13p^2+8p+1}$
10	$\frac{8p+4}{2p^4+10p^3+13p^2+15p+1}$	20	$\frac{4}{3p^4+5p^3+9p^2+4p+1}$

Задача 3

За АФЧХ знайти запас стійкості системи за амплітудою. Система задана передавальною функцією у розімкнутому стані і має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Відомо, що система у розімкнутому стані стійка. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 3.

Таблиця Д 3

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{6+p}{1+6p+9p^2+7p^3+p^4}$	11	$\frac{3+8p}{1+p+10p^2+7p^3+2p^4}$
2	$\frac{8+10p}{1+6p+7p^2+5p^3+p^4}$	12	$\frac{10+9p}{1+6p+10p^2+3p^3+p^4}$
3	$\frac{4+8p}{1+8p+6p^2+7p^3+p^4}$	13	$\frac{3+7p}{1+4p+9p^2+10p^3+4p^4}$
4	$\frac{3+5p}{1+10p+9p^2+7p^3+p^4}$	14	$\frac{3+6p}{1+5p+10p^2+9p^3+2p^4}$
5	$\frac{3+7p}{1+6p+10p^2+5p^3+3p^4}$	15	$\frac{11+2p}{1+4p+10p^2+p^3+p^4}$
6	$\frac{6+8p}{1+7p+9p^2+10p^3+2p^4}$	16	$\frac{10+7p}{1+10p+9p^2+8p^3+p^4}$
7	$\frac{3+p}{1+7p+8p^2+9p^3+p^4}$	17	$\frac{10+8p}{1+10p+10p^2+7p^3+p^4}$
8	$\frac{3+9p}{1+6p+9p^2+5p^3+p^4}$	18	$\frac{4+p}{1+10p+9p^2+8p^3+p^4}$
9	$\frac{7-3p}{1+7p+10p^2+4p^3+p^4}$	19	$\frac{4+p}{1+10p+9p^2+9p^3+3p^4}$
10	$\frac{7+6p}{1+8p+10p^2+4p^3+2p^4}$	20	$\frac{6+5p}{1+9p+6p^2+7p^3+p^4}$

Задача 4

Система складається із 3 ланок, що з'єднані послідовно: регулятора із передавальною функцією W_p, ланки чистого запізнення W_T із затримкою T та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_o. Система охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Перевірити стійкість системи. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 4.

Таблиця Д 4

№	Передавальна функція регулятора	Передавальна функція об'єкта	Затримка ланки чистого запізнення (с)
1	6 + 15 p	$\frac{12+7p}{3p^2+6p+1}$	1

№	Передавальна функція регулятора	Передавальна функція об'єкта	Затримка ланки чистого запізнення (с)
2	38	$\frac{38+5p}{6p^2+16p+1}$	2
3	38 -6 p	$\frac{29+14p}{6p^2+15p+1}$	0.5
4	4 + 14 p	$\frac{8+7p}{5p^2+9p+1}$	4
5	38	$\frac{35+9p}{3p^2+10p+1}$	2
6	18	$\frac{36-9p}{20p^2+16p+1}$	4
7	6 + 5 p	$\frac{32+9p}{4p^2+11p+1}$	1
8	15 - 2 p	$\frac{29+4p}{13p^2+20p+1}$	2
9	29	$\frac{41-11p}{6p^2+14p+1}$	0.1
10	11	$\frac{22+3p}{14p^2+20p+1}$	2
11	25	$\frac{32+10p}{3p^2+4p+1}$	0.1
12	5 - 2 p	$\frac{38+12p}{18p^2+12p+1}$	0.5
13	29 + 13 p	$\frac{12+15p}{5p^2+3p+1}$	2
14	16 + 3 p	$\frac{23+19p}{3p^2+3p+1}$	4
15	12 + 8 p	$\frac{6+12p}{8p^2+16p+1}$	2
16	16	$\frac{26-3p}{10p^2+15p+1}$	1
17	20	$\frac{15+13p}{2p^2+17p+1}$	0.5
18	32 + 16 p	$\frac{16+14p}{6p^2+6p+1}$	2
19	12 + 8 p	$\frac{28+8p}{6p^2+18p+1}$	1
20	$14+\frac{1}{p}$	$\frac{24+9p}{11p^2+8p+1}$	0.5

Задача 5

Знайти значення коефіцієнта k при котрому система є стійкою. Система має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Аналіз провести за критерієм Гурвіца. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 5.

Таблиця Д 5

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\dfrac{k+9p}{3p^3+8p^2+4p+1}$	11	$\dfrac{k+8p}{4p^3+3p^2+5p+1}$
2	$\dfrac{k+7p}{p^3+3p^2+7p+1}$	12	$\dfrac{k+3p}{p^3+5p^2+7p+1}$
3	$\dfrac{k+6p}{7p^3+8p^2+7p+1}$	13	$\dfrac{k+4p}{9p^3+8p^2+9p+1}$
4	$\dfrac{k+10p}{3p^3+7p^2+2p+1}$	14	$\dfrac{k+8p}{8p^3+8p^2+10p+1}$
5	$\dfrac{k+6p}{5p^3+9p^2+5p+1}$	15	$\dfrac{k}{2p^3+10p^2+5p+1}$
6	$\dfrac{k+10p}{2p^3+8p^2+8p}$	16	$\dfrac{k+10p}{4p^3+9p^2+8p+1}$
7	$\dfrac{k+9p}{9p^3+6p^2+8p+1}$	17	$\dfrac{k+9p}{7p^3+9p^2+9p+1}$
8	$\dfrac{k+9p}{10p^3+7p^2+9p+1}$	18	$\dfrac{k+3p}{3p^3+3p^2+9p+1}$
9	$\dfrac{k+4p}{7p^3+5p^2+8p+1}$	19	$\dfrac{k-4p}{5p^3+5p^2+9p+1}$
10	$\dfrac{k-6p}{p^3+4p^2+10p+1}$	20	$\dfrac{k+4p}{p^3+6p^2+4p+1}$

Задача 6

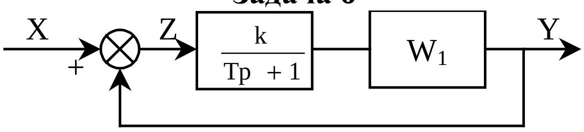


Рис. 28. Система керування

Замкнута система має одиничний від’ємний зворотній зв’язок (Рис. 28) і складається із регулятора із передавальною функцією $\dfrac{k}{Tp+1}$ та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_0, що наведена у таблиці Д 6. Знайти інтервал зміни значення параметрів T>0 та k>0 при котрому система є стійкою. Аналіз провести за допомогою критерію Гурвіца.

Таблиця Д 6

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\dfrac{7+4p}{p^2+3p+1}$	11	$\dfrac{17+5p}{p^2+2p+1}$
2	$\dfrac{20-3p}{3p^2+8p+1}$	12	$\dfrac{20+6p}{9p^2+6p+1}$
3	$\dfrac{15+7p}{3p^2+7p+1}$	13	$\dfrac{7+8p}{3p^2+p+1}$
4	$\dfrac{5-4p}{2p^2+5p+1}$	14	$\dfrac{12+10p}{p^2+p+1}$
5	$\dfrac{19-4p}{10p^2+8p+1}$	15	$\dfrac{4+6p}{4p^2+8p+1}$

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
6	$\frac{17+4p}{2p^2+6p+1}$	16	$\frac{14-p}{5p^2+8p+1}$
7	$\frac{15+2p}{7p^2+10p+1}$	17	$\frac{8+7p}{p^2+8p+1}$
8	$\frac{21-5p}{3p^2+7p+1}$	18	$\frac{9+7p}{3p^2+3p+1}$
9	$\frac{3+6p}{9p^2+5p+1}$	19	$\frac{15+4p}{3p^2+9p+1}$
10	$\frac{12+2p}{7p^2+10p+1}$	20	$\frac{11-4p}{8p^2+8p+1}$

Задача 7

Замкнута система має одиничний від’ємний зворотній зв’язок (Рис. 29) і складається із регулятора із передавальною функцією $\frac{k}{2p+1}$ та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_1, що наведена у таблиці Д 7. Знайти інтервал зміни значення коефіцієнта k при котрому система є стійкою. Аналіз провести методом D-розбиття за одним параметром.

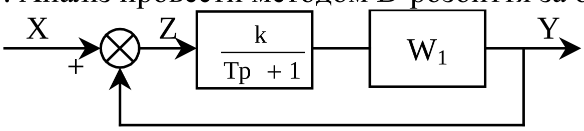


Рис. 29.

Таблиця Д 7

№	Передавальна функція об’єкта	№	Передавальна функція об’єкта
1	$\frac{13+5p}{5p^2+4p+1}$	11	$\frac{4+3p}{5p^2+10p+1}$
2	$\frac{13+8p}{p^2+7p+1}$	12	$\frac{8-p}{2p^2+2p+1}$
3	$\frac{18+4p}{3p^2+10p+1}$	13	$\frac{15+10p}{7p^2+6p+1}$
4	$\frac{16+5p}{7p^2+5p+1}$	14	$\frac{6+8p}{4p^2+7p+1}$
5	$\frac{5-6p}{4p^2+10p+1}$	15	$\frac{2-3p}{4p^2+4p+1}$
6	$\frac{4+8p}{7p^2+6p+1}$	16	$\frac{3-p}{5p^2+5p+1}$
7	$\frac{20+p}{4p^2+3p+1}$	17	$\frac{15+7p}{2p^2+6p+1}$
8	$\frac{3+7p}{p^2+8p+1}$	18	$\frac{9+2p}{6p^2+9p+1}$
9	$\frac{20}{9p^2+p+1}$	19	$\frac{7+4p}{9p^2+6p+1}$
10	$\frac{10-6p}{6p^2+8p+1}$	20	$\frac{9-3p}{8p^2+6p+1}$

Задача 8

Система має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 8 і охоплена одиничним зворотнім зв’язком. Визначити залежність уставленого значення, що досягає система при подачі на вхід одиничної функції від параметра системи k.

Таблиця Д 8

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{k}{p^3+3p^2+9p+1}$	11	$\frac{k}{3p^3+6p^2+8p+1}$
2	$\frac{k}{p^3+9p^2+2p+1}$	12	$\frac{k}{p^3+9p^2+9p+1}$
3	$\frac{k}{p^3+5p^2+10p+1}$	13	$\frac{k}{3p^3+6p^2+6p+1}$
4	$\frac{k}{p^3+9p^2+8p+1}$	14	$\frac{k}{8p^3+9p^2+6p+1}$
5	$\frac{k}{p^3+6p^2+8p+1}$	15	$\frac{k}{3p^3+7p^2+6p+1}$
6	$\frac{k}{2p^3+9p^2+7p+1}$	16	$\frac{k}{3p^3+6p^2+7p+1}$
7	$\frac{k}{9p^3+9p^2+10p+1}$	17	$\frac{k}{7p^3+10p^2+9p+1}$
8	$\frac{k}{8p^3+9p^2+7p+1}$	18	$\frac{k}{p^3+5p^2+8p+1}$
9	$\frac{k}{p^3+6p^2+4p+1}$	19	$\frac{k}{4p^3+9p^2+7p+1}$
10	$\frac{k}{5p^3+5p^2+6p+1}$	20	$\frac{k}{10p^3+9p^2+8p+1}$

Задача 9

Для системи задане характеристичне рівняння (таблиця Д 9). Визначити чи перевищує ступінь стійкості заданої системи одиницю.

Таблиця Д 9

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{11p+3}{4p^4+10p^3+15p^2+\ p+1}$	11	$\frac{8p+13}{p^4+5p^3+15p^2+5p+1}$
2	$\frac{-4p+3}{6p^4+12p^3+12p^2+15p+1}$	12	$\frac{11p+15}{p^4+11p^3+15p^2+15p+1}$
3	$\frac{13p+14}{2p^4+4p^3+14p^2+8p+1}$	13	$\frac{14p+5}{p^4+15p^3+15p^2+3p+1}$
4	$\frac{10p+4}{6p^4+15p^3+13p^2+7p+1}$	14	$\frac{2p+5}{2p^4+12p^3+13p^2+15p+1}$
5	$\frac{9p+3}{3p^4+13p^3+15p^2+8p+1}$	15	$\frac{p+6}{4p^4+14p^3+13p^2+15p+1}$
6	$\frac{-4p+4}{8p^4+12p^3+15p^2+13p+1}$	16	$\frac{-p+6}{p^4+14p^3+13p^2+9p+1}$
7	$\frac{9p+10}{3p^4+7p^3+15p^2+12p+1}$	17	$\frac{7p+8}{2p^4+10p^3+9p^2+14p+1}$
8	$\frac{8p+10}{p^4+11p^3+14p^2+8p+1}$	18	$\frac{3p+4}{2p^4+12p^3+13p^2+7p+1}$

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
9	$\dfrac{3p+16}{p^4+2p^3+15p^2+6p+1}$	19	$\dfrac{-3p+8}{4p^4+4p^3+15p^2+8p+1}$
10	$\dfrac{10p+14}{2p^4+12p^3+13p^2+15p+1}$	20	$\dfrac{13p+12}{2p^4+10p^3+12p^2+11p+1}$

Задача 10

Система має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 10 і охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Перевірити чи ступінь стійкості системи у замкнутому стані μ перевищує 1.

Таблиця Д 10

№	Передавальна функція	μ	№	Передавальна функція	μ
1	$\dfrac{13p+5}{2p^4+10p^3+10p^2+13p+1}$	1	11	$\dfrac{2+p}{2p^4+5p^3+9p^2+10p+1}$	0.5
2	$\dfrac{7p+8}{4p^4+7p^3+13p^2+5p+1}$	0.5	12	$\dfrac{3+9p}{p^4+5p^3+9p^2+6p+1}$	2
3	$\dfrac{8p+5}{3p^4+7p^3+15p^2+2p+1}$	2	13	$\dfrac{2}{6p^4+10p^3+10p^2+6p+1}$	1
4	$\dfrac{6+p}{p^4+7p^3+9p^2+6p+1}$	1	14	$\dfrac{2-3p}{4p^4+4p^3+10p^2+8p+1}$	0.5
5	$\dfrac{8+10p}{p^4+5p^3+7p^2+6p+1}$	0.5	15	$\dfrac{3+8p}{2p^4+7p^3+10p^2+p+1}$	2
6	$\dfrac{4+8p}{p^4+7p^3+6p^2+8p+1}$	2	16	$\dfrac{10+9p}{p^4+3p^3+10p^2+6p+1}$	1
7	$\dfrac{3+5p}{p^4+7p^3+9p^2+10p+1}$	1	17	$\dfrac{3+7p}{4p^4+10p^3+9p^2+4p+1}$	0.5
8	$\dfrac{3+7p}{3p^4+5p^3+10p^2+6p+1}$	0.5	18	$\dfrac{3+6p}{2p^4+9p^3+10p^2+5p+1}$	2
9	$\dfrac{6+8p}{2p^4+10p^3+9p^2+7p+1}$	2	19	$\dfrac{2+2p}{3p^4+7p^3+7p^2+3p+1}$	1
10	$\dfrac{3+p}{p^4+9p^3+8p^2+7p+1}$	1	20	$\dfrac{7-3p}{p^4+4p^3+10p^2+7p+1}$	0.5

Задача 11

Знайти інтегральну оцінку похибки перехідного процесу J_{20} у системі, що має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 11 та структурну схему зображену на наступному рисунку.

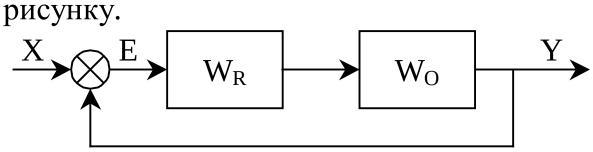


Рис. 30. Структурна схема системи

Таблиця Д 11

№	Передавальна функція		№	Передавальна функція	
	Регулятор	Об'єкт		Регулятор	Об'єкт
1	10	$\dfrac{19}{2p+1}$	11	10	$\dfrac{16}{3p+1}$
2	$7+\dfrac{2}{p}$	$\dfrac{7}{7p+1}$	12	$7+\dfrac{2}{p}$	$\dfrac{5}{3p+1}$

№	Передавальна функція		№	Передавальна функція	
	Регулятор	Об'єкт		Регулятор	Об'єкт
3	3 + 5 p	$\frac{8}{p+1}$	13	3 + 5 p	$\frac{11}{2p+1}$
4	4	$\frac{9}{4p+1}$	14	4	$\frac{18}{3p+1}$
5	$5+\frac{2}{p}$	$\frac{3}{5p+1}$	15	$5+\frac{2}{p}$	$\frac{11}{p+1}$
6	6 + 7 p	$\frac{3}{9p+1}$	16	6 + 7 p	$\frac{19}{3p+1}$
7	4	$\frac{3}{3p+1}$	17	4	$\frac{17}{10p+1}$
8	$6+\frac{4}{p}$	$\frac{20}{4p+1}$	18	$6+\frac{4}{p}$	$\frac{11}{9p+1}$
9	6 + 7 p	$\frac{17}{3p+1}$	19	6 + 7 p	$\frac{4}{p+1}$
10	10	$\frac{15}{9p+1}$	20	10	$\frac{17}{7p+1}$

Задача 12

Знайти інтегральну оцінку якості (похибки) перехідного процесу у системі, що складається із регулятора (W_R), ланки чистого запізнення на час T та об'єкта регулювання (W_O) параметри котрих задані у таблиці Д 12 і та структурну схему зображену на наступному рисунку.

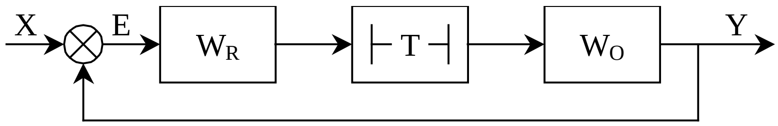


Рис. 31. Структурна схема системи

Таблиця Д 12

№	Передавальна функція		Затримка	№	Передавальна функція		Затримка
	Регулятор	Об'єкт	с		Регулятор	Об'єкт	с
1	10	$\frac{11}{p+1}$	0.2	11	10	$\frac{3}{3p+1}$	0.2
2	3 + 3 p	$\frac{19}{3p+1}$	0.3	12	7	$\frac{20}{4p+1}$	0.3
3	3 + 5 p	$\frac{17}{10p+1}$	0.4	13	3 + 5 p	$\frac{17}{3p+1}$	0.4
4	4	$\frac{11}{9p+1}$	0.1	14	4	$\frac{15}{9p+1}$	0.1
5	$5+\frac{2}{p}$	$\frac{4}{p+1}$	0.3	15	5	$\frac{19}{2p+1}$	0.3
6	6 + 7 p	$\frac{17}{7p+1}$	0.5	16	6 + 7 p	$\frac{7}{7p+1}$	0.5
7	4	$\frac{16}{3p+1}$	0.4	17	4	$\frac{8}{p+1}$	0.4
8	$6+\frac{4}{p}$	$\frac{5}{3p+1}$	0.5	18	10	$\frac{9}{4p+1}$	0.5

№	Передавальна функція		Затримка	№	Передавальна функція		Затримка
	Регулятор	Об’єкт	с		Регулятор	Об’єкт	с
9	6 + 7 р	$\frac{11}{2p+1}$	0.3	19	6 + 7 р	$\frac{3}{5p+1}$	0.3
10	10	$\frac{18}{3p+1}$	0.8	20	10	$\frac{3}{9p+1}$	0.8

Задача 13

Знайти інтегральну оцінку якості (похибки) перехідного процесу J_{20} системі, що має передавальну функцію у розімкнутому стані задану у таблиці Д 13.

Таблиця Д 13

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{6+10p}{(2p^3+7p^2+7p+1)p}$	11	$\frac{3+4p}{(p^3+3p^2+9p+1)p}$
2	$\frac{7+6p}{2p^4+4p^3+10p^2+8p+1}$	12	$\frac{3+6p}{6p^3+5p^2+9p+1}$
3	$\frac{15+5p}{(p^3+3p^2+10p+1)p}$	13	$\frac{3+3p}{(3p^3+3p^2+9p+1)p}$
4	$\frac{11+2p}{p^4+p^3+10p^2+4p+1}$	14	$\frac{2+4p}{(3p^3+5p^2+9p+1)p}$
5	$\frac{9-3p+3p^2}{2p^3+5p^2+8p+1}$	15	$\frac{6+8p}{(2p3+5p2+7p+1)p}$
6	$\frac{10+p+2p^2}{p^3+7p^2+9p+1}$	16	$\frac{21+3p+10p^2}{3p^3+7p^2+2p+1}$
7	$\frac{15+10p+3p^2}{p^3+5p^2+7p+1}$	17	$\frac{3+10p}{(4p^3+9p^2+8p+1)p}$
8	$\frac{4+10p}{(p^3+10p^2+10p+1)p}$	18	$\frac{3+9p+7p^2}{3p^3+10p^2+7p+1}$
9	$\frac{8-4p+3p^2}{3p^3+9p^2+7p+1}$	19	$\frac{17-4p+4p^2}{3p^3+7p^2+9p+1}$
10	$\frac{3-2p}{5p^4+8p^3+10p^2+9p+1}$	20	$\frac{12+5p}{(p^3+3p^2+10p+1)p}$

Задача 14

Визначити значення коефіцієнтів помилки C_0 та C_1 за керуючим впливом для системи що має одиничний зворотній зв’язок і передавальну функцію у розімкнутому стані, задану згідно варіанта у таблиці Д 14.

Таблиця Д 14

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{4+8p}{(5p^3+8p^2+10p+1)p}$	11	$\frac{3+9p}{(4p^3+6p^2+10p+1)p}$
2	$\frac{4+4p}{(p^3+8p^2+10p+1)p}$	12	$\frac{3+4p-4p^2}{6p^3+7p^2+8p+1}$
3	$\frac{2+8p+9p^2}{4p^3+7p^2+5p+1}$	13	$\frac{10+8p}{(2p^3+4p^2+10p+1)p}$
4	$\frac{3+2p+6p^2}{4p^3+5p^2+2p+1}$	14	$\frac{10+5p+4p^2}{5p^3+6p^2+3p+1}$

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
5	$\frac{13+2\,p}{(p^3+p^2+10\,p+1)\,p}$	15	$\frac{8+4\,p}{(p^3+4\,p^2+10\,p+1)\,p}$
6	$\frac{2+p}{(10\,p^3+3\,p^2+10\,p+1)\,p}$	16	$\frac{3-8\,p+6\,p^2}{2\,p^3+p^2+10\,p+1}$
7	$\frac{2+5\,p}{(p^3+8\,p^2+4\,p+1)\,p}$	17	$\frac{2+7\,p}{(p^3+7\,p^2+3\,p+1)\,p}$
8	$\frac{4+7\,p}{(2\,p^3+7\,p^2+9\,p+1)\,p}$	18	$\frac{11+8\,p^2}{6\,p^3+4\,p^2+7\,p+1}$
9	$\frac{5+8\,p+7\,p^2}{8\,p^3+5\,p^2+7\,p+1}$	19	$\frac{7+5\,p}{(p^3+p^2+10\,p+1)\,p}$
10	$\frac{12+3\,p+7\,p^2}{5\,p^3+10\,p^2+6\,p+1}$	20	$\frac{20+8\,p+8\,p^2}{2\,p^3+10\,p^2+7\,p+1}$

Задача 15

Перехідна функція системи описується рівнянням, заданим у таблиці Д 15. Знайти час встановлення, час регулювання $t_{5\%}$, перерегулювання, період коливань, та встановлене значення похибки регулювання.

Таблиця Д 15

№	Перехідна функція	№	Перехідна функція
1	$1.1-0.2\,e^{-t}\sin(4t)-1.4\,e^{-t}\cos(4t)$	11	$0.98-1.4\,e^{-2t}\sin(t)-1.4\,e^{-2t}\cos(t)$
2	$1.02-1.4\,e^{-t}\sin(2\,t)-1.01\,e^{-t}\cos(2\,t)$	12	$0.98-1.7\,e^{-2t}\sin(5\,t)-0.75\,e^{-2t}\cos(5\,t)$
3	$1.05-0.3\,e^{-3t}\sin(4t)-1.\,e^{-2t}\cos(4t)$	13	$0.98-1.4\,e^{-4t}\sin(t)-0.86\,e^{-4t}\cos(t)$
4	$1.02-1.4\,e^{-2t}\sin(2\,t)-1.01\,e^{-2t}\cos(2\,t)$	14	$0.98-1.7\,e^{-3t}\sin(5\,t)-0.98\,e^{-3t}\cos(5\,t)$
5	$1.1-0.2\,e^{-t}\sin(4t)-1.4\,e^{-t}\cos(4t)$	15	$0.99-1.4\,e^{-2t}\sin(t)-0.99\,e^{-2t}\cos(t)$
6	$1.02-1.4\,e^{-t}\sin(2\,t)-0.93\,e^{-t}\cos(2\,t)$	16	$0.98-1.7\,e^{-2t}\sin(5\,t)-0.94\,e^{-2t}\cos(5\,t)$
7	$1.05-0.3\,e^{-3t}\sin(4t)-1.\,e^{-2t}\cos(4t)$	17	$0.98-1.4\,e^{-4t}\sin(t)-0.94\,e^{-4t}\cos(t)$
8	$1.02+1.4\,e^{-2t}\sin(2\,t)-0.93\,e^{-2t}\cos(2\,t)$	18	$0.98-1.7\,e^{-3t}\sin(5\,t)-0.98\,e^{-3t}\cos(5\,t)$
9	$0.98-1.4\,e^{-2t}\sin(t)-1.4\,e^{-2t}\cos(t)$	19	$1.1+0.2\,e^{-t}\sin(4t)-1.4\,e^{-t}\cos(4t)$
10	$0.98+2.7\,e^{-2t}\sin(5\,t)-0.75\,e^{-2t}\cos(5\,t)$	20	$1.02+1.4\,e^{-t}\sin(2\,t)-0.93\,e^{-t}\cos(2\,t)$

Задача 16

Система має одиничний від'ємний зворотній зв'язок. Передавальна функція системи у розімкнутому стані задана у таблиці Д 16. За допомогою побудови дійсної частотної характеристики визначити параметри перехідного процесу без побудови перехідної функції.

Таблиця Д 16

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
1	$\frac{8-2\,p}{p^3+5\,p^2+5\,p+1}$	11	$\frac{5-2\,p}{3\,p^3+10\,p^2+4\,p+1}$
2	$\frac{4+4\,p}{(p^3+8\,p^2+10\,p+1)\,p}$	12	$\frac{10\,p+14}{2\,p^4+12\,p^3+13\,p^2+15\,p+1}$
3	$\frac{3\,p+16}{p^4+2\,p^3+15\,p^2+6\,p+1}$	13	$\frac{8+10\,p}{1+6\,p+7\,p^2+5\,p^3+p^4}$
4	$\frac{3+5p}{1+10\,p+9\,p^2+7\,p^3+p^4}$	14	$\frac{8+7\,p}{p^3+3\,p^2+7\,p+1}$
5	$\frac{4+8p}{1+8\,p+6\,p^2+7\,p^3+p^4}$	15	$\frac{8\,p+10}{p^4+11\,p^3+14\,p^2+8\,p+1}$

№	Передавальна функція	№	Передавальна функція
6	$\dfrac{7+5p}{(p^3+p^2+10p+1)p}$	16	$\dfrac{6+p}{1+6p+9p^2+7p^3+p^4}$
7	$\dfrac{4+9p}{3p^3+8p^2+4p+1}$	17	$\dfrac{8+10p}{(7p^2+7p+1)p}$
8	$\dfrac{10+8p}{(2p^3+4p^2+10p+1)p}$	18	$\dfrac{10+6p}{(p^2+10p+1)p}$
9	$\dfrac{15+5p}{(p^3+3p^2+10p+1)p}$	19	$\dfrac{4+4p}{9p^3+8p^2+9p+1}$
10	$\dfrac{21+3p+10p^2}{3p^3+7p^2+2p+1}$	20	$\dfrac{17-4p+4p^2}{3p^3+7p^2+9p+1}$

Задача 17

Система складається із 3 ланок, що з'єднані послідовно: регулятора із передавальною функцією W_p, ланки чистого запізнення W_T із затримкою T та об'єкта регулювання із передавальною функцією W_o. Система охоплена одиничним зворотнім зв'язком. Визначити критичне запізнення, що може створювати ланка чистого запізнення. Варіанти завдання наведені в таблиці Д 17.

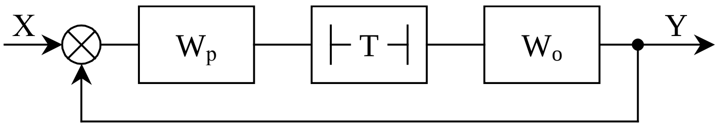


Рис. 32. Система управління

Таблиця Д 17

№	Передавальна функція		№	Передавальна функція	
	Регулятор	Об'єкт		Регулятор	Об'єкт
1	20 + p	$\dfrac{2+7p}{(p^2+8p+1)}$	11	20 + p	$\dfrac{10+4p}{(3p^2+10p+1)}$
2	10	$\dfrac{8+10p}{(7p^2+6p+1)}$	12	10	$\dfrac{3}{(5p^2+10p+1)}$
3	15	$\dfrac{7+10p}{(p^2+p+1)}$	13	15	$\dfrac{2+6p}{(9p^2+5p+1)}$
4	10+p	$\dfrac{3+8p}{(7p^2+6p+1)}$	14	10+p	$\dfrac{4+8p}{(4p^2+7p+1)}$
5	20 + p	$\dfrac{9+4p}{(2p^2+6p+1)}$	15	20 + p	$\dfrac{9+5p}{(p^2+2p+1)}$
6	20	$\dfrac{3+6p}{(4p^2+8p+1)}$	16	20	$\dfrac{8+4p}{(3p^2+9p+1)}$
7	35	$\dfrac{5+7p}{(3p^2+3p+1)}$	17	35	$\dfrac{5+7p}{(p^2+8p+1)}$
8	10+p	$\dfrac{8+7p}{(3p^2+7p+1)}$	18	10+p	$\dfrac{4+4p}{(p^2+3p+1)}$
9	20 + p	$\dfrac{7+8p}{(p^2+7p+1)}$	19	20 + p	$\dfrac{8+7p}{(2p^2+6p+1)}$
10	30	$\dfrac{5+6p}{(6p^2+7p+1)}$	20	30	$\dfrac{7+6p}{(2p^2+6p+1)}$

Задача 18

Об'єкт керування має передавальну функцію стані задану у таблиці Д 18. Необхідно підібрати параметри ПД регулятора так, щоб забезпечити запас по фазі у всьому діапазоні частот до нової частоти зрізу не менше 45 градусів і не змінити коефіцієнт передачі при нульовій частоті.

Таблиця Д 18

№	Передавальна функція об’єкта	№	Передавальна функція об’єкта
1	$\frac{6+5p}{(5p^2+6p+1)}$	11	$\frac{4+3p}{(8p^2+10p+1)}$
2	$\frac{11}{(2p^2+7p+1)}$	12	$\frac{3+4p}{(5p^2+4p+1)}$
3	$\frac{3+8p}{(7p^2+8p+1)}$	13	$\frac{5+9p}{(9p^2+5p+1)}$
4	$\frac{4}{(10p^2+6p+1)}$	14	$\frac{6+7p}{(2p^2+9p+1)}$
5	$\frac{9+9p}{(p^2+3p+1)}$	15	$\frac{8+10p}{(7p^2+7p+1)p}$
6	$\frac{7+5p}{(6p^2+9p+1)}$	16	$\frac{6}{(2p^2+8p+1)}$
7	$\frac{10+6p}{(p^2+10p+1)p}$	17	$\frac{5+9p}{(4p^2+5p+1)}$
8	$\frac{7+6p}{(5p^2+10p+1)}$	18	$\frac{8+10p}{(7p^2+8p+1)}$
9	$\frac{3+5p}{(p^2+2p+1)}$	19	$\frac{3+10p}{(8p^2+10p+1)}$
10	$\frac{3+10p}{(3p^2+p+1)}$	20	$\frac{3+8p}{(p^2+5p+1)}$

Задача 19

Передавальна об’єкта регулювання задана у таблиці Д19. Визначити параметр П регулятора, що доставляє мінімум інтегральній оцінці J_{20} похибки перехідного процесу замкнутої системи, а перехідний процес у системі є аперіодичним.

Таблиця Д 19

№	Передавальна функція об’єкта	№	Передавальна функція об’єкта
1	$\frac{8}{(p+1)\,p}$	11	$\frac{17}{7p^2+3p+1}$
2	$\frac{7}{4p^2+10p+1}$	12	$\frac{9}{(4p+1)\,p}$
3	$\frac{8}{4p^2+p+1}$	13	$\frac{16}{(3p+1)\,p}$
4	$\frac{3}{(5p+1)\,p}$	14	$\frac{15}{(9p+1)\,p}$
5	$\frac{5}{(3p+1)\,p}$	15	$\frac{17}{(3p+1)\,p}$
6	$\frac{3}{(9p+1)\,p}$	16	$\frac{6}{7p^2+3p+1}$
7	$\frac{20}{(4p+1)\,p}$	17	$\frac{18}{3p^2+7p+1}$

№	Передавальна функція об’єкта	№	Передавальна функція об’єкта
8	$\dfrac{3}{(3p+1)\,p}$	18	$\dfrac{5}{5p^2+3p+1}$
9	$\dfrac{11}{9p^2+p+1}$	19	$\dfrac{11}{9p^2+9p+1}$
10	$\dfrac{7}{10p^2+8p+1}$	20	$\dfrac{6}{3p^2+9p+1}$

Задача 20

Передавальна функція системи у розімкнутому стані задана виразом у таблиці Д 20. За допомогою встановлення коректуючої ланки забезпечити, щоб ЛАЧХ системи в околі частоти зрізу ω_L $\omega = (0.3\ \omega_L$ - $3\ \omega_L)$ мала нахил -20 дБ/дек, а сама частота зрізу лишалась незмінною. Система у розімкнутому стані є стійкою.

Таблиця Д 20

№	Передавальна функція об’єкта	№	Передавальна функція об’єкта
1	$\dfrac{10+8p}{(2p^2+4p+1)p}$	11	$\dfrac{11}{2p^3+10p^2+5p+1}$
2	$\dfrac{6+p}{1+6p+9p^2+7p^3+p^4}$	12	$\dfrac{11+3p}{p^3+5p^2+7p+1}$
3	$\dfrac{8+7p}{p^3+3p^2+7p+1}$	13	$\dfrac{2p+8}{p^4+6p^3+11p^2+4p+1}$
4	$\dfrac{15p+6}{p^4+9p^3+6p^2+7p+1}$	14	$\dfrac{12p+6}{2p^4+11p^3+9p^2+12p+1}$
5	$\dfrac{8p+10}{p^4+11p^3+14p^2+8p+1}$	15	$\dfrac{10+5p}{p^3+6p^2+3p+1}$
6	$\dfrac{10p+4}{6p^4+15p^3+13p^2+7p+1}$	16	$\dfrac{11p+15}{p^4+11p^3+15p^2+15p+1}$
7	$\dfrac{9+6p}{4p^3+6p^2+4p+1}$	17	$\dfrac{10+4p}{p^3+6p^2+4p+1}$
8	$\dfrac{9+10p}{2p^3+8p^2+8p+1}$	18	$\dfrac{8+10p}{3p^3+7p^2+2p+1}$
9	$\dfrac{10+9p}{p^4+3p^3+10p^2+6p+1}$	19	$\dfrac{11+2p}{4p^3+8p^2+10p+1}$
10	$\dfrac{9p+10}{3p^4+7p^3+15p^2+12p+1}$	20	$\dfrac{10+6p}{(p^2+10p+1)p}$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Музылёва, И.В. Компьютерное моделирование линейных систем автоматического управления. Часть 1. Переходные функции [Текст]: учеб. пособие/И.В.Музылева - Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2006. - 80 с.
2. Музылёва, И.В. Компьютерное моделирование линейных систем автоматического управления. Часть 2. Частотные характеристики [Текст]: учеб. посо-бие/И.В.Музылева - Липецк: Изд-во ЛГТУ, 2011. - 48 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. 3-е изд., испр. М.: Физматгиз, 1975. - 768 с. djvu
4. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.:"Либідь", 1997. - 544 с.
5. Теория автоматического управления. / Под ред. А.А. Воронова. 2-е изд М.: Высш. шк„ 1986. - 367 с. djvu
6. Теория автоматического управления. 4.2. Теория нелинейных систем автоматического управления / под ред. А.А. Воронова. 2-е изд М.: Высш. шк, 1986. - 356 с. djvu
7. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. 2-е изд. Л.: Энергия, 1975. - 416 с.
8. Цыпкин Я.З. Основы теории автоматических систем. - Москва: Паука, 1977. - 560 с.
9. Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. - 352 с. pdf

ЗМІСТ