

ISSN 0430-6252

**Ф**ІЗИКО-  
**Х**ІМІЧНА  
**М**ЕХАНІКА  
**М**АТЕРІАЛІВ



**ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ**  
**PHYSICOCHEMICAL MECHANICS OF MATERIALS**

**1-2008**

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ім. Г. В. КАРПЕНКА

**ФІЗИКО-ХІМІЧНА  
МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ**

---

---

**ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ  
МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ**

---

---

**PHYSICOCHEMICAL  
MECHANICS OF MATERIALS**

---

---

Міжнародний науково-технічний журнал  
Заснований у січні 1965 року  
Виходить 6 разів у рік  
том 44, № 1, 2008  
січень – лютий  
ЛЬВІВ

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

*В. В. ПАНАСЮК* (головний редактор), *С. Я. ЯРЕМА* (заст. головного редактора), *В. М. ФЕДІРКО* (заст. головного редактора), *Р. Р. КОКОТ* (відповідальний секретар), *О. С. АНДРЕЙКІВ*, *І. М. ДМИТРАХ*, *Г. С. КІТ*, *Р. М. КУШНІР*, *А. О. ЛЕБЕДЕВ*, *Л. М. ЛОБАНОВ*, *З. Т. НАЗАРЧУК*, *Г. М. ПИКИФОРЧИН*, *В. А. ОСАДЧУК*, *О. П. ОСТАШ*, *В. С. ПАВЛИНА*, *В. І. ПОХМУРСЬКИЙ*, *І. К. ПОХОДНЯ*, *М. П. САВРУК*, *Г. Т. СУЛИМ*, *В. І. ТКАЧОВ*, *В. В. ФЕДОРОВ*, *С. О. ФІРСТОВ*

## МІЖНАРОДНА РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

*Р. АКІД* (Великобританія), *А. БАККЕР* (Нідерланди), *В. ДІЦЕЛЬ* (Німеччина), *І. Р. ГАРРІС* (Великобританія), *О. М. ЛОКОШЕНКО* (Росія), *Е. ЛУЦАРСЬКА* (Польща), *М. А. МАХУТОВ* (Росія), *І. МІЛН* (Великобританія), *М. Ф. МОРОЗОВ* (Росія), *О. НАКОНЕЧНИЙ* (Польща), *А. НЕЙМІЦ* (Польща), *Дж.-Ф. НОТТ* (Великобританія), *Г. ПІШОВІНАЖ* (Франція), *Р.-О. РІЧІ* (США), *С. СЕДМАК* (Югославія), *Й.-Л. СПОРМАКЕР* (Нідерланди), *Д.-М.-Р. ТЕПЛІН* (Великобританія), *Л. ТОТ* (Угорщина), *Д. ФРАНСУА* (Франція), *М. ШАПЕР* (Німеччина), *М.-О. ШПАЙДЕЛЬ* (Швейцарія), *С. Д. ШУКІН* (Росія)

## EDITORIAL BOARD

*V. V. PANASYUK* (Editor-in-Chief), *S. Ya. YAREMA* (Deputy Editor-in-Chief), *V. M. FEDIRKO* (Deputy Editor-in-Chief), *R. R. KOKOT* (Secretary), *O. Ye. ANDREIKIV*, *I. M. DMYTRAKH*, *V. V. FEDOROV*, *S. O. FIRSTOV*, *H. S. KIT*, *R. M. KUSHNIR*, *A. O. LEBEDIEV*, *L. M. LOBANOV*, *Z. T. NAZARCHUK*, *H. M. NYKYFORCHYN*, *V. A. OSADCHUK*, *O. P. OSTASH*, *V. S. PAVLYNA*, *V. I. POKHMURSKYI*, *I. K. POKHODNIA*, *M. P. SAVRUK*, *H. T. SULYM*, *V. I. TKACHOV*

## INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

*R. AKID* (Great Britain), *A. BAKKER* (The Netherlands), *W. DIETZEL* (Germany), *F. P. FORD* (USA), *D. FRANCOIS* (France), *I. R. HARRIS* (Great Britain), *J. F. KNOTT* (Great Britain), *A. M. LOKOSHCHENKO* (Russia), *E. LUNARSKA* (Poland), *N. A. MAKHUTOV* (Russia), *I. MILNE* (Great Britain), *N. F. MOROZOV* (Russia), *A. NAKONECHNY* (Poland), *A. NEIMITZ* (Poland), *G. PIUVINAGE* (France), *R. O. RITCHIE* (USA), *M. SCHAPER* (Germany), *Ye. D. SHCHUKIN* (Russia), *S. SEDMAK* (Yugoslavia), *M. O. SPEIDEL* (Switzerland), *J. L. SPOORMAKER* (The Netherlands), *D. M. R. TAPLIN* (Great Britain), *L. TOTI* (Hungary).

Науковий редактор *С. Я. ЯРЕМА*  
Scientific Editor *S. Ya. YAREMA*

**Адреса редакції:** 79601, Львів МСП, Наукова, 5. Фізико-механічний інститут  
ім. Г. В. Карпенка НАН України. Тел.: 8 (0322) 63-73-74,  
8 (032) 22-96-230. Факс 8 (0322) 64-94-27.  
E-mail: pcmm@ipm.lviv.ua

**Наша WWW-адреса:** <http://www.ipm.lviv.ua/journal/Journal.htm>

**Editorial office address:** Karpenko Physico-Mechanical Institute, 5, Naukova St.,  
Lviv 79601, Ukraine. Tel.: (380) 322 63 73 74,  
(380) 032 22 96 230. Fax: (380) 322 64 94 27.  
E-mail: pcmm@ipm.lviv.ua

**Our WWW-address:** <http://www.ipm.lviv.ua/journal/Journal.htm>

Відповідальний секретар редакції **Р. Р. Кокот**

Редактори *Д. С. Бриняк*, *Л. Є. Єлейко*

Технічний редактор *О. Й. Пінак*

Зав. групою комп'ютерної підготовки видання *І. В. Калинюк*

Комп'ютерний набір *Г. М. Кулик*, *Л. Г. Колчак*

---

Підписано до друку 25.02.2008. Формат 70×108/16 Папір офсетний №1. Друк офсетний.  
Ум. друк. арк. 12. Умовн. фарбо-відбігів 12,5. Тираж 300 прим. Замовлення 29/02 від 29.02.2008. Ціна договірна.

Реєстраційне свідоцтво серія КВ №203 від 10.11.93

Друкарня ТзОВ «Простір-М», 79000, Львів, вул. Чайковського, 27

## ЗМІСТ

<i>Саврук М. П., Опшико Л. Й., Сенюк М. М.</i> Плоска динамічна осесиметрична задача для порожнистого циліндра .....	7
<i>Андрейків О. Є., Кім М. Б.</i> Залишкова довговічність тонкостінних елементів конструкції під двовісним циклічним навантаженням .....	14
<i>Дацишин О. П., Марченко Г. П.</i> Напружений стан півплощини з крайовою пологою тріщиною під герцівським навантаженням. (Огляд) .....	23
<i>Вахоніна Л. В., Попов В. Г.</i> Гармонічні коливання пружного тіла з жорстким круговим однобічно відшарованим включенням .....	35
<i>Ясній П. В., Пиндус Ю. І., Гладько В. Б., Шульган І. В.</i> Комп'ютерне моделювання стрибкоподібної деформації сплаву АМг6 .....	41
<i>Кузьменко М. М.</i> Структура та механічні властивості литих сплавів системи Ti-Si .....	45
<i>Вайсфельд Н. Д.</i> Нестационарне закручування копінного вала зі сферичною тріщиною .....	49
<i>Погрелюк І. М., Федірко В. М., Ткачук О. В.</i> Вплив розрідження кисневмісного середовища на формування оксинітрування титану .....	56
<i>Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю., Торський А. Р.</i> Умови ергодичності випадкових полів дифузійного типу .....	61
<i>Ведь М. В., Сахненко М. Д., Бігоявленська О. В., Ненастїна Т. О.</i> Моделювання поверхневої обробки пасивних металів .....	69
<b>МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ, ВИПРОБУВАНЬ І КОНТРОЛЮ</b>	
<i>Варфоломєєв І. В., Ясній О. П.</i> Моделювання руйнування імовірнісними методами елементів конструкцій з тріщинами .....	76
<i>Когут І. С., Калита Г. І.</i> Визначення розмірів зони передруйнування квазікрихких надрізаних зразків .....	84
<b>НАУКА – ВИРОБНИЦТВУ</b>	
<i>Габетта Г., Никифоров Г. М., Лунарьська Е., Зонта П. П., Цирульник О. Т., Никифоров К., Греділ М. І., Петрина Д. Ю., Вугерер Т.</i> Експлуатаційна деградація сталі X52 магістрального газопроводу .....	88
<i>Ліанг Зоу, Квін-Лін Пан, Юн-Бін Ге, Вен-Джі Ліанг, Чанг-Зен Ванг.</i> Мікроструктура та механічні властивості модифікованих скандієм сплавів системи Al-Zn-Cu-Mg-Zr .....	100
<i>Звірко О., Загурський А.</i> Корозійні та електрохімічні властивості у донній воді сталі експлуатованих нафтових резервуарів .....	104
<b>КОРОТКІ ПОВІДОМЛЕННЯ</b>	
<i>Гембара О. В., Терлецька З. О., Чепіль О. Я.</i> Концентрація водню біля вершини корозійної тріщини .....	109
<i>Аболіхіна О. В., Антонюк С. Л., Моляр О. Г.</i> Вплив структури титанового сплаву Т110 на його відпірність ударам індентора .....	112
<i>Широков В. В., Гривовська В. І.</i> Оптимізація нагрівання під час термообробки клеми зі сталі 60С2 .....	115
<b>У НАУКОВИХ КОЛАХ</b>	
<i>Рицар Д.</i> Захист дисертацій .....	117
<i>Стаиук М. Г.</i> Проблеми механіки крихкого руйнування (науковий семінар) .....	118
<i>Охота Г. Г.</i> Корозія. Захист металів від корозії (науковий семінар) .....	120
<i>Васильєв Х. Б.</i> Теоретична та застосовна трібологія (науковий семінар) .....	121
<i>Тюпаю М. Ф., Хома М. С.</i> Електрохімічний захист і корозійний контроль .....	123
<b>НАШІ ВТРАТИ</b>	
<b>Василь Павлина</b> .....	125
<i>Ярема С. Я.</i> Мовні рекомендації .....	126
Правила для авторів .....	127

# МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ, ВИПРОБУВАНЬ І КОНТРОЛЮ

УДК 620.192.46

І. В. ВАРФОЛОМЄЄВ, О. П. ЯСНІЙ

## МОДЕЛЮВАННЯ РУЙНУВАННЯ ІМОВІРНІСНИМИ МЕТОДАМИ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ТРІЩИНАМИ

У багатьох застосуваннях механіки руйнування до прогнозу міцності і довговічності елементів конструкцій з тріщинами маємо справу зі змінними і (або) нелінійними даними, які впливають на кінцевий результат. Для оцінки цього впливу застосовують підходи імовірнісної механіки руйнування (див. огляди [1–4]). Комп'ютерні програми, що ґрунтуються на імовірнісних підходах, а також результати досліджень описані, зокрема, в працях [5, 6]. Більше того, імовірнісні підходи включені в методики оцінювання цілісності конструкцій [7–9].

Дані про властивості матеріалу, навантаження, а також результати неруйнівного контролю розглядають як випадкові величини. Тоді розмір тріщини, навантаження та довговічність елемента конструкції описують функції розподілу, а їхнє математичне сподівання (середнє значення) і розкид значень можна оцінити чисельно.

Нижче, керуючись числовими методами та математичними алгоритмами, а також пов'язаними із ними моделями механіки руйнування і розв'язками, виконали імовірнісний аналіз руйнування трубопроводу з постульованими

дефектами [9], навантаженого внутрішнім тиском, а також поширення поверхневих тріщин у пластинах за циклічного згину [10].

**Оцінка руйнування.** Відомі методи [7–9] базуються на діаграмі оцінювання руйнування (ДОР) елементів конструкцій за статичного навантаження і діаграмі втомного руйнування для прогнозування росту втомних тріщин (РВТ) (рис. 1). У цих методах використовують пружні розв'язки для коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН).

Координати розрахункової точки на ДОР, яка характеризує напружений стан конструктивного елемента з тріщиною (рис. 1), визначають як [7]

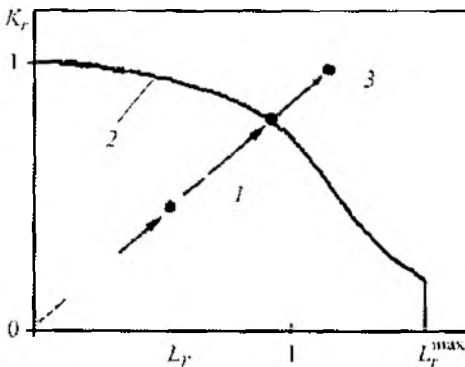


Рис. 1. Типова ДОР для елемента конструкції з тріщиною: 1 – безпечна ділянка; 2 – крива діаграми оцінки руйнування; 3 – ділянка руйнування.

Fig. 1. Typical failure assessment diagram (FAD) for a cracked component: 1 – safe region; 2 – failure assessment diagram curve; 3 – failure region.

$$K_r = \frac{K_{lp}}{K_{mat}} + \frac{K_{ls}}{K_{mat}} + \rho, \quad L_r = \frac{P}{P_L} = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_{0,2}}, \quad (1)$$

де  $K_{lp}$  і  $K_{ls}$  – пружні КІН для прикладених і залишкових напружень;  $K_{mat}$  ( $K_{lc}$ ) – в'язкість руйнування матеріалу;  $\rho$  – поправка на пластичність;  $P$  (або  $\sigma_{ref}$ ) – прикладене навантаження (напруження);  $P_L$  (або границя текучості  $\sigma_{0,2}$ ) – навантаження (напруження) на початку текучості матеріалу в ослабленому перерізі зразка. Криву ДОР  $f_{FAD} = f(L_r)$ , що відділяє безпечну ділянку від ділянки руйнування елемента конструкції, будують за результатами випробувань зразків з тріщинами на в'язкість руйнування.

Зокрема, для першого рівня аналізу однорідних матеріалів із неперервною текучістю [7]

$$f(L_r) = (1 + 0,5L_r^2)^{-0,5} [0,3 + 0,7\exp(-\mu_0 L_r^6)], \quad L_r < 1,$$

$$f(L_r) = f(1)L_r^{(K-1)2K}, \quad 1 \leq L_r \leq L_r^{\max}, \quad f(L_r) = 0, \quad L_r > L_r^{\max},$$

де  $\mu_0 = \min [0,001(E/\sigma_{0,2}); 0,6]$ ;  $E$  – модуль Юнга;  $L_r^{\max} = 0,5(1 + \sigma_U/\sigma_{0,2})$ ;  $\sigma_U$  – границя міцності матеріалу;  $K = 0,3(1 - \sigma_{0,2}/\sigma_U)$ .

**Опис розкиду даних.** Вхідні дані, які використовують для розв'язування задач механіки руйнування, можна поділити на три групи: про геометрію, матеріал і навантаження. Більшість з них не є сталими та визначеними, що спричинює змінність кінцевого розв'язку. Для опису розкиду вхідних даних вживають методи математичної статистики та теорії ймовірності.

Розкид границь міцності чи текучості часто описують нормальною чи логарифмічно-нормальною функціями розподілу. Аналізуючи деталі з тріщинами, необхідно враховувати значний розкид в'язкості руйнування, особливо на ділянці в'язко-крихкого переходу. Статистичний розкид в'язкості руйнування  $K_{lc}$  описують трипараметричною функцією розподілу Вейбулла або т. зв. “основними кривими” (master curves) [11]. Для оцінки розкиду швидкості РВТ застосовують різні статистичні підходи [1, 2].

Статистичний опис дефекту охоплює два основні аспекти: розподіл розміру дефекту; ймовірність виявлення тріщини певного розміру  $a$ . Перший залежить від якості матеріалу і методів неруйнівного контролю. Логарифмічно-нормальну та експоненціальну функції розподілу в інженерії використовують для опису початкового розміру дефекту, ймовірність виявлення якого залежить від кількості даних, отриманих цими методами, а також від якості обладнання.

Для врахування невизначеностей і розкиду навантажень застосовують різноманітні методи [1–6], зокрема аналізу експлуатаційного спектра навантаження, а також статистичні методики екстраполяції цього спектра в часі [12].

Для оцінки ймовірності руйнування або швидкості РВТ поширений метод Монте-Карло. Однак він неефективний, коли ймовірність руйнування невелика. Тоді надають перевагу методам надійності першого чи другого порядків (FORM, SORM) [13], а також методу Монте-Карло із вибіркою значущості (importance sampling) [14].

Розглянемо тіло з тріщинами із невідомими механічними характеристиками та геометричними розмірами під дією випадкового навантаження. Надійність традиційно розглядають, вводячи т. зв. функцію граничного стану  $g(x)$ , визначену на  $p$ -вимірному просторі випадкових змінних, де  $g(x) \leq 0$  – область руйнування  $F$  і  $g(x) > 0$  – безпечна область. Тут  $x$  –  $p$ -вимірний випадковий вектор із компонентами  $x_1, x_2, \dots, x_p$ , який характеризує всі невизначеності системи і параметрів навантажування. Випадковому вектору  $x$  відповідає

функція густини розподілу  $f_1(x)$ . Тоді ймовірність руйнування є багатовимірний визначений інтеграл [4, 15]:

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_1(x) dx. \quad (2)$$

Для оцінки ймовірності руйнування використовують дві різні функції граничного стану  $g(x)$  [5]

$$g_{FAD}(x) = g_{FAD}(K_{Ic}, \sigma_{0,2}, a) = f_{FAD} - K_r,$$

$$g_{L_r}^{\max}(x) = g_{L_r}^{\max}(\sigma_{0,2}, \sigma_U, a) = L_r^{\max} - L_r,$$

які базуються на аналізі першого рівня у процедурі SINTAP [7].

Для аналізу ймовірності руйнування потрібно обчислити інтеграл (2). Аналітичний розв'язок отримати надзвичайно важко, особливо коли є багато випадкових параметрів. Припускаємо, що параметри не корелюють один з одним і розподілені за різними законами (нормальним, логарифмічно-нормальним, розподілом Вейбулла, експоненціальним).

Для визначення ймовірності руйнування використаємо метод симуляції Монте-Карло, який інтерпретує інтеграл ймовірності руйнування як середнє значення у стохастичному експерименті [5]. Кожна симуляція складається з трьох кроків.

Крок 1. Генеруємо псевдовипадкові числа  $0 < u_i < 1$ , ( $i = 1, 2, \dots, p$ ).

Крок 2. Обчислюємо значення фізичних параметрів методом зворотного перетворення за допомогою обернених функцій розподілу. Якщо випадкова змінна  $x_i$  має функцію розподілу  $F_i(x_i)$ , тоді поточним значенням випадкової величини  $x_i$  є  $x_i' = F_i^{-1}(u_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, p$ ). Отримуємо деякий вектор  $x' = (x_1', x_2', \dots, x_p')$ .

Крок 3. Перевіряємо, чи відбулося руйнування. Для цього обчислюємо значення функції (функцій) граничного стану в точці  $x'$ . Якщо  $g(x') \leq 0$ , тоді вважаємо, що руйнування відбулося.

Застосовуючи описану процедуру  $n$  разів підраховуємо кількість випадків руйнування  $n_f$  і ймовірність руйнування:

$$P_f = n_f / n. \quad (3)$$

**Імовірнісне оцінювання міцності труби з тріщиною за статичного навантаження.** Розглянемо трубу з зовнішнім діаметром  $D = 1420$  mm, виготовлену зі сталі StE480.7TM (API X70) (позначення згідно з німецьким стандартом DIN 17172) із спіральним зварним швом (табл. 1) [9]. Дефекти у швах виникають тоді, коли зварені труби після кінцевої обробки і випробування тиском нагрівають на опорних роликах для нанесення зовнішньої ізоляції. Внаслідок несправної роботи підтримувальних роликів, зона зварного шва локально деформується, що зменшує статичну тріщиностійкість шва [9, 16].

Таблиця 1. Характеристики геометрії зразка, матеріалу та навантажень

Геометрія			Характеристики сталі St E480.7TM (API X70)			Внутрішній тиск	Напруження	
$D$	$t$	$a$	$\sigma_{0,2}$	$\sigma_U$	$K_{mat}$	$p$	$\sigma_p$	$\sigma_s$
mm			MPa		MPa $\sqrt{m}$	MPa		
1420	15,60	2,0; 3,0	480	600	91,0	7,60	192	288

Дефекти між металом зварного шва і пошкодженою зоною термічного впливу простягаються приблизно на 200 mm паралельно до осі шва, яка утворює кут  $22^\circ$  із коловим напрямком. За вимірами твердості встановили, що хо-

лодно деформована ділянка сягала до 2 mm по товщині стінки труби. Холодно деформовану зону моделювали довгою поверхневою тріщиною глибиною  $a = 2$  mm. Трубу навантажували сталім внутрішнім тиском  $p = 7,6$  МПа, що викликало напруження у верхніх шарах труби  $\sigma_p = 192$  МПа. Залишкові зварні напруження елементу (вторинні напруження)  $\sigma_s = 0,6\sigma_{0,2}$ . Це припущення консервативне, оскільки залишкові напруження імовірно зникають у холодно деформованій зоні (рис. 2 та табл. 1). Статичну тріщиностійкість оцінювали за розкритом вершини тріщини і брали до уваги найменше з десяти індивідуальних значень критичного розкриття ( $\delta_c = 0,05$  mm) [16].

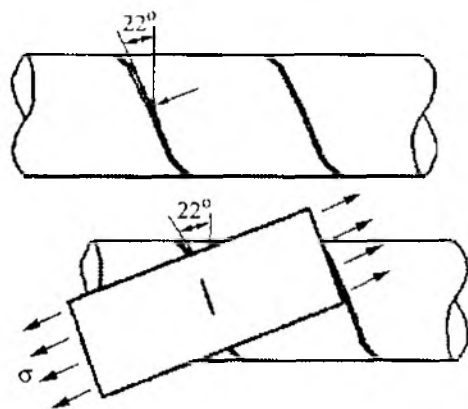


Рис. 2. Спірально зварена труба з дефектом (вказано стрілкою).

Fig. 2. The spiral welded pipe with a defect (indicated by an arrow).

Для ймовірнісного аналізу використовували функції, подані у табл. 2. Припускали, що статичну тріщиностійкість описує трипараметричний закон розподілу Вейбулла згідно з т. зв. концепцією “основних кривих”, де значення в’язкості руйнування  $K_{mai} = 91,0$  МПа $\sqrt{m}$  відповідає ймовірності руйнування 5%. Для дослідження значущості глибини тріщини проаналізували середні значення нормального розподілу  $\mu_a = 2$  і 3 mm.

Таблиця 2. Дані імовірнісної оцінки труби зі спіральним зварним швом

Тип розподілу	Вхідні дані	Середнє значення	Параметри розподілу
Нормальний $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$	$a$ , mm	2,0	$\mu = 2,$ $\sigma = 0,2$
		3,0	$\mu = 3,$ $\sigma = 0,3$
	$\sigma_w$ , МПа	600	$\mu = 600,$ $\sigma = 10$
	$\sigma_p$ , МПа	192	$\mu = 192,$ $\sigma = 4$
Логарифмічно-нормальний $f(x) = \frac{1}{(x-x_0)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(\ln\frac{x-x_0}{m}\right)^2\right]$	$\sigma_w$ , МПа	288	$x_0 = 282,$ $m = 6,$ $\sigma = 0,6$
			$\sigma_{0,2}$ , МПа
Вейбулла $f(x) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x-x_0}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x-x_0}{\eta}\right)^\beta\right]$	$K_{mai}$ МПа $\sqrt{m}$	91,0	$x_0 = 20,$ $\beta = 4,$ $\eta = 149$



Для імовірнісних обчислень використовували метод Монте-Карло із загальною кількістю симуляцій від  $n = 10^3$  до  $10^6$ . Імовірність руйнування  $P_f$  визначали за формулою (3).

На рис. 3 зображена крива оцінювання, котра відповідає середнім значенням міцності матеріалу і статичної тріщиностійкості. Для кожної окремої симуляції розраховували криву оцінювання і оціночну точку із випадково вибраними даними (табл. 2).

Одержано, що ймовірність руйнування труби зі спіральним швом  $P_f = 4 \cdot 10^{-3}$  для середньої глибини тріщини  $\mu_a = 2,0$  mm і  $P_f = 2,6 \cdot 10^{-2}$  для  $\mu_a = 3,0$  mm. Із збільшенням кількості симуляцій результати збігаються до  $P_f = 4,08 \cdot 10^{-3}$  для  $\mu_a = 2,0$  mm і  $P_f = 3,05 \cdot 10^{-2}$  для  $\mu_a = 3,0$  mm.

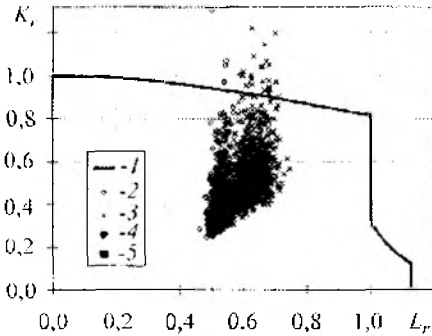


Рис. 3. Fig. 3.

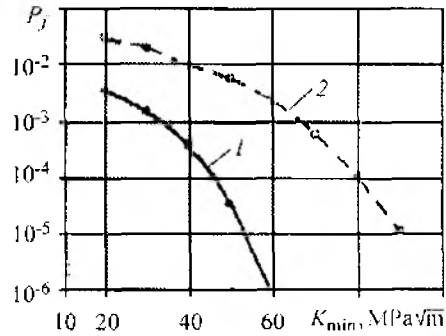


Рис. 4. Fig. 4.

Рис. 3. Імовірнісна ДОР труби із спіральним швом: 1 – крива діаграми оцінки руйнування; 2 – імовірнісна оцінка руйнування для  $\mu_a = 2$  mm; 3 – для  $\mu_a = 3$  mm; 4 – детерміністична оцінка руйнування для  $a = 2$  mm; 5 – для  $a = 3$  mm.

Fig. 3. Probabilistic FAD of the spiral welded pipe: 1 – FAD curve; 2 – probabilistic estimation for  $\mu_a = 2$  mm; 3 –  $\mu_a = 3$  mm; 4 – deterministic estimation for  $a = 2$  mm; 5 – for  $a = 3$  mm.

Рис. 4. Залежність імовірності руйнування від нижньої межі статичної тріщиностійкості для: 1 –  $\mu_a = 2$  mm; 2 –  $\mu_a = 3$  mm.

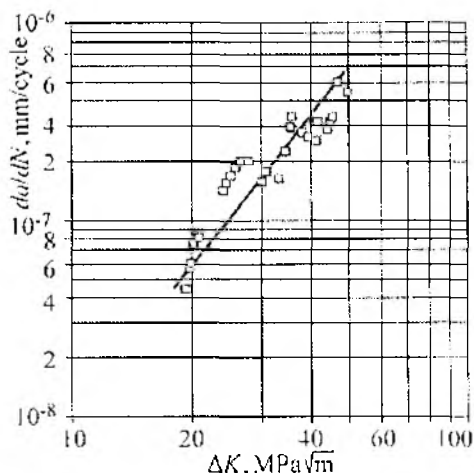
Fig. 4. Failure probability versus the lower limit of fracture toughness for: 1 –  $\mu_a = 2$  mm; 2 –  $\mu_a = 3$  mm.

Причиною поламів є, в основному, малі значення в'язкості руйнування, що отримані за припущення функції розподілу Вейбулла із нижньою межею  $K_{mat}^{min} = 20,0$  MPa  $\sqrt{m}$ . Це припущення на загал дуже консервативне, тому далі визначали мінімальне значення статичної тріщиностійкості, щоб забезпечити необхідну надійність експлуатації трубопроводу. Трубопровід можна віднести до категорії елементів конструкцій, руйнування яких може призвести до важких наслідків, тому вибрали допустиму ймовірність руйнування  $P_f = 7 \cdot 10^{-5}$  [7]. Імовірність руйнування, обчислену методом надійності другого порядку (рис. 4), визначали як функцію нижньої межі статичної тріщиностійкості. Припускали, що значення  $K_{mat}^{min} = 47,0$  і  $82,0$  MPa  $\sqrt{m}$  забезпечать задану надійність ( $P_f = 7 \cdot 10^{-5}$ ) для труб із середніми глибинами тріщин 2,0 і 3,0 mm, відповідно. Отже, комплексне визначення статичної тріщиностійкості разом із надійним неруйнівним контролем є вирішальне для безпечної експлуатації трубопроводу.

**Імовірнісне оцінювання довговічності пластини з тріщиною за циклічного згину.** Моделювали ріст поверхневої напівеліптичної втомної тріщини пластини зі сталі 15Х2МФА завтовшки 30 mm і завширшки 116 mm за циклічного згину із коефіцієнтом асиметрії циклу навантаження  $R = K_{\min}/K_{\max} = 0,32$  (тут  $K_{\min}$ ,  $K_{\max}$  – мінімальний та максимальний розмах КІН, відповідно). Параметри тріщини і циклу навантажування подані в табл. 3, діаграма втомного руйнування – на рис. 5 [10].

Рис. 5. Діаграма швидкості росту втомної тріщини сталі 15Х2МФА,  $R = 0,32$  [10]: квадрати – експеримент; суцільна лінія – апроксимація за рівнянням (8).

Fig. 5. Fatigue crack growth rate diagram for steel 15Х2МФА,  $R = 0,32$  [10]: squares – experiment; solid line – approximation by Equation (8).



Розраховано швидкість росту втомної тріщини для ділянки середніх швидкостей діаграми втомного руйнування із використанням сталей  $C = 2,96 \cdot 10^{-8}$ ,  $m = 2,54$

$$da/dN = C(\Delta K)^m, \quad (4)$$

Розрахункова довговічність для зразків із напівеліптичною тріщиною відрізнялася від експериментальних значень не більше ніж на 30%. Для оцінки значущості розкиду вхідних даних і отримання функцій розподілу втомної довговічності відповідних зразків застосовували імовірнісний аналіз.

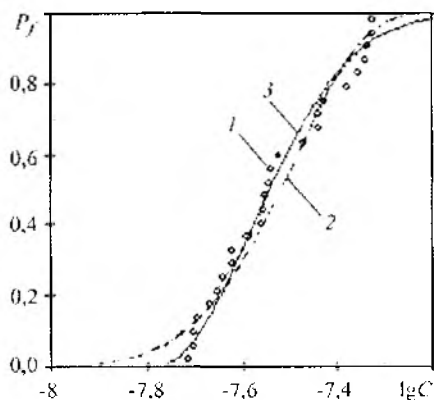
Оскільки сталі Періса  $C$  і  $m$  часто розглядають як залежні, для опису розкиду вхідних даних РВТ фіксували  $m$  і змінювали  $C$  [1]. Щоклапти  $m = 2,54$ , отримали функції розподілу для  $\lg C$  (рис. 6).

Рис. 6. Інтегральні функції розподілу параметра  $C$  у рівнянні (8),  $m = 2,54$ :

- 1 – експериментальні дані;
- 2 – нормальний розподіл  $\lg C$ ;
- 3 – розподіл Вейбулла  $\lg C$ .

Fig. 6. Integral functions for the parameter  $C$  in Equation (8),  $m = 2,54$ :

- 1 – experimental data;
- 2 – normal distribution for  $\lg C$ ;
- 3 – Weibull distribution for  $\lg C$ .



Для перевірки припущення щодо функцій розподілу застосовували критерій Андерсона–Дарлінга [17].

Статистичне значення критерію Андерсона–Дарлінга визначають за формулою

$$AD = -M - \sum_{i=1}^M \frac{2i-1}{M} \left\{ \ln(F_0[z_{(i)}]) + \ln(1 - F_0[z_{(M-i+1)}]) \right\},$$

де  $F_0$  – функція розподілу, припущення про яку перевіряють;  $z_{(i)}$  –  $i$ -те сортоване стандартизоване значення вибірки;  $M$  – розмір вибірки. Для нормально-

го розподілу стандартизують так:  $z_{(i)} = (x_{(i)} - \mu) / \sigma$ . Критичне значення CV критерію Андерсена – Дарлінга залежить від вибраного розподілу та рівня значущості  $\alpha$  і протабульоване для найбільш уживаних функцій розподілу.

Гіпотезу про розподіл із вказаними параметрами відкидають за певного рівня значущості  $\alpha$  (зазвичай  $\alpha = 0,05$ ) для вибірки розміру  $M$ , якщо статистичне значення AD критерію Андерсена – Дарлінга більше, аніж критичне (CV), тобто  $AD > CV$ . Критичні значення також залежать від рівня значущості  $\alpha$ .

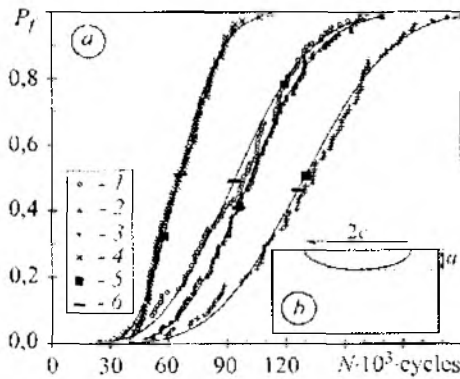


Рис. 7. Геометрія тріщини (а) і розподіл довговічності зразків із поверхневою тріщиною за циклічного згину (б).

1 – зразок 1.2 (див. табл. 3);  
2 – 1.4; 3 – 1.5; 4 – 1.6; 5 – експериментальні дані [10]; 6 – прогнозування [10].

Fig. 7. Crack geometry (a) and fatigue life distributions of specimens with a surface crack under cyclic bending (b). 1 – specimen 1.2 (see Table 3); 2 – 1.4; 3 – 1.5; 4 – 1.6; 5 – experimental data [10]; 6 – predictions [10].

лінга задовольняють усі зразки тільки при використанні функції розподілу Вейбулла для  $\lg N$  (суцільні лінії на рис. 7).

Таблиця 3. Параметри тріщини і циклу навантажування пластин із поверхневою тріщиною

№ зразка	$\sigma_{\max}$ , МПа	$a_0$ , mm	$2c_0$ , mm	$a_f$ , mm	$N$ , $10^3 \times \text{cycles}$
1.2	366	8,8	25,2	17,7	119,0
1.4	454	3,9	12,4	18,6	96,1
1.5	395	5,4	12,2	18,3	130,2
1.6	471	6,0	13,4	16,1	57,7

Детерміністичні оцінки втомної довговічності, отримані раніше [10], відповідають ймовірності від 41 до 51%; експериментальні результати попадають у діапазон ймовірності від 32 до 78% (рис. 7).

### ВИСНОВКИ

З використанням ДОР оцінено ймовірність руйнування за статичного навантаження труби зі спіральним зварним швом, холодно деформована зона якого змодельована поверхневою тріщиною. Геометрія труби, характеристи-

Встановлено, що лише розподіли нормальний і Вейбулла є прийнятні. Найкраще описує емпіричні дані розподіл Вейбулла (суцільна крива на рис. 6):

$$F(\lg C) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{\lg C + 7,78}{0,286} \right)^{1,983} \right]$$

Значення  $C = 2,96 \times 10^{-8}$  [10], відповідає ймовірності приблизно 54%.

Інтегруванням рівняння (2) із допомогою випадково генерованих значень  $C$  змодельовано РВТ для чотирьох зразків (позначення 1.2; 1.4; 1.5 і 1.6 у табл. 3) [10]. Для кожного зразка було проведено 100 симуляцій росту втомної тріщини. Вхідні дані та результати аналізу узагальнено в термінах функції розподілу втомної довговічності (рис. 7).

Для аналітичного опису експериментальних даних застосовували функцію розподілу Вейбулла для  $N$  або для  $\lg N$  та нормального розподілу для  $\lg N$ .

Проте критерій Андерсона–Дарлінга

ки механічних властивостей, а також параметри навантажування описували відповідними статистичними функціями розподілу. Побудовано залежність імовірності руйнування від нижньої межі статичної тріщиностійкості матеріалу труби для різної середньої глибини тріщини. Отримано розподіл втомної довговічності пластин із поверхневою тріщиною під дією циклічного згину залежно від параметрів навантажування і геометрії тріщини, який ґрунтується на функції розподілу параметра  $S$  рівняння Періса для ділянки середніх швидкостей діаграми втомного руйнування.

**РЕЗЮМЕ.** Вероятностные методы механики разрушения применены для оценивания целостности элементов конструкций с трещинами при статическом и циклическом нагружении. Рассмотрен пример использования вычислительной процедуры для оценивания целостности трубы со спиральной трещиной при статическом нагружении. Оценено распределение усталостной долговечности плоских образцов с поверхностной трещиной, изготовленных из стали 15X2МФА при циклическом изгибе.

**SUMMARY.** Probabilistic methods of the fracture mechanics are applied to integrity assessment of cracked components subjected to static and cyclic loading. Various key issues related to a probabilistic analysis are discussed and accounted for in the calculations. An example illustrating the application of computational procedures to evaluate the integrity of a pipe with a spiral crack under static loading is presented. Finally, some available experimental results on fatigue crack growth in 15X2MФА steel under cyclic bending are re-evaluated by statistical methods.

1. Bloom J. M. and Ekvall J. C. Probabilistic Fracture Mechanics and Fatigue Methods: Applications for Structural Design and Maintenance // ASTM STP 798: American Society for Testing and Materials. – 1983. – 214 p.
2. Provan J. W. Probabilistic Fracture Mechanics and Reliability. – Springer, 2004. – 488 p.
3. Cioclov D. and Kröning M. Probabilistic fracture mechanics approach to pressure vessel reliability evaluation // Probabilistic and Env. Aspects of Fract. and Fatigue, ASME PVP. – 1999. – 386. – P. 115–125.
4. Rahman S. and Kim J. S. Probabilistic fracture mechanics for nonlinear structures // Int. J. Pressure Vessels and Piping. – 2001. – 78, № 1. – P. 261–269.
5. Dillström P. ProSINTAP – A probabilistic program implementing the SINTAP assessment procedure // Eng. Fract. Mech. – 2000. – 67, № 6. – P. 647–668.
6. Project NURBIM (nuclear RI-ISI methodology for passive components), benchmarking of structural reliability models and associated software / B. Brickstad, P. Dillström, T. Schimpfke et al. // Flaw Evaluation, Service Experience, and Materials for Hydrogen Service, ASME PVP. – 2004. – 475. – P. 109–119.
7. SINTAP: Structural integrity assessment procedures for european industry // Report BE 95-1426. – 1999. – 238 p.
8. FITNET: Fitness-for-Service Procedure / M. Kocak et al. // Prepared by European Fitness-for-Service Thematic Network, 2006. – 527 p.
9. Fracture Mechanics Proof of Strength of Engineering Components, FKM-Guideline / C. Berger, J. G. Blauel, L. Hodulak et al. – VDMA Publ.: GmbH, 2006. – 458 p.
10. Varfolomeyev I. V., Vainshok V. A., and Krasowsky A. Ya. Prediction of part-through crack growth under cyclic loading // Eng. Fract. Mech. – 1991. – 40, № 6. – P. 1007–1022.
11. Wallin K. The scatter in K<sub>Ic</sub> results // Eng. Fract. Mech. – 1984. – 19, № 6. – P. 1085–1093.
12. Socie D. Modelling expected service usage from short-term loading measurements // Int. J. Materials & Product Technology. – 2001. – 16, № 4–5. – P. 295–303.
13. Der Kiureghian A., De Stefano M. Efficient algorithm for second-order reliability analysis // J. Engng. Mech. – 1991. – 117, № 12. – P. 2904–2923.
14. Engelund S. and Rackwitz R. A benchmark study on importance sampling techniques in structural reliability // Structural Safety. – 1993. – 12. – P. 255–276.
15. Rackwitz R. Reliability analysis – review and some perspectives // Ibid. – 2001. – 23. – P. 365–395.
16. Bernasovski P. and Lombardini J. Cracking of SAW welds in gas pipeline // Proc. Pipeline Conference. – Ostende, 1990. – P. 13.19–13.24.
17. Franklin E., Fisher and Joy R. Fisher. Probability Applications in Mechanical Design. – CRC Press, 2000. – 276 p.