

## ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ СТАЛИ НА ОСНОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ

В.П. Багмутов, А.Н. Савкин

## ESTIMATION OF THE FATIGUE LIFE OF STEEL ON THE BASIS OF NONLINEAR MODEL OF DAMAGE ACCUMULATION

V.P. Bagmutov, A.N. Savkin

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия*

**Abstract.** В работе приводится сравнительный анализ расчетных методов оценки долговечности стали на основе линейной и нелинейной гипотез суммирования повреждений при случайном внешнем нагружении по нормальному закону распределения, аппроксимированном блоковой нагрузкой.

Воздействие напряжений в конструкциях и деталях при эксплуатации носит, как правило, случайный характер. Оценка эксплуатационной долговечности предполагает экспериментальное ее определение на основании моделирования случайной функции внешнего нагружения, характеризующей основные этапы эксплуатации, и испытания конструкций блоковой нагрузкой. Блоковая нагрузка, как правило, описывает характерный вид нагружения детали или конструкции в период нормальной эксплуатации за определенный промежуток времени. Это также предполагает использование расчетных методов прогнозирования долговечности и надежности исследуемых деталей и конструкций при стохастическом или блоковом нагружении на основании выдвинутых гипотез суммирования повреждений.

Существующие аналитические модели в той или иной мере отражают процесс накопления повреждений, протекающих в материале под циклической нагрузкой. Поэтому большое значение представляет определение областей применимости тех или иных гипотез суммирования. Это особенно касается линейного подхода к расчету повреждения, который является наиболее простым и упрощенным описанием накопления повреждаемости.

В данной статье проводится сравнительный анализ наиболее известной гипотезы суммирования повреждаемости, учитывающей линейный характер усталостной повреждаемости и скорректированной по предельному состоянию на основании подхода Когаева [1] и нелинейной модели, предлагаемой авторами.

1. Рассмотрим более подробно модель Когаева В.П. с детализацией схемы программного нагружения. Условие повреждаемости по этой гипотезе выглядит как

$$\sum_{i=1}^r \bar{n}_i = a_p, \quad (1)$$

где  $i=1...r$  - число ступеней в блоке нагружения,  $\bar{n}_i = n_i/N_i$  - относительная долговечность работы материала на  $i$ -ой ступени нагружения;  $a_p$  - коэффициент нестационарности.

Обратимся к схеме на рис.1, описывающей принцип учета нестационарного нагружения по предложению Когаева В.П. По оси ординат отложим величину амплитуды напряжения  $\sigma_a$ , отнесенную к максимальному её значению в блоке нагружения  $\sigma_{a\max}$ , а по оси абсцисс относительную продолжительность  $i$ -ой ступени нагружения  $v_{ai}$  по отношению к продолжительности всего блока нагружения  $v_\sigma$ . Если материал испытывается при одноступенчатом циклическом нагружении  $\sigma_a = \sigma_{a\max}$  и

долговечность его работы равна  $v_a = v_{\sigma}$ , то повреждаемость материала в блоке нагружения можно оценить площадью  $S_1 = 1$ . При программном нагружении ступенчатой нагрузкой, аппроксимирующей случайное нагружение, повреждаемость материала можно оценить площадью  $S_2$ , расположенной под ступенчатой нагрузкой. Поскольку  $S_2 < S_1$ , то такое программное нагружение должно вносить меньше повреждения. Однако не при всех амплитудах переменного напряжения происходит повреждение материала.

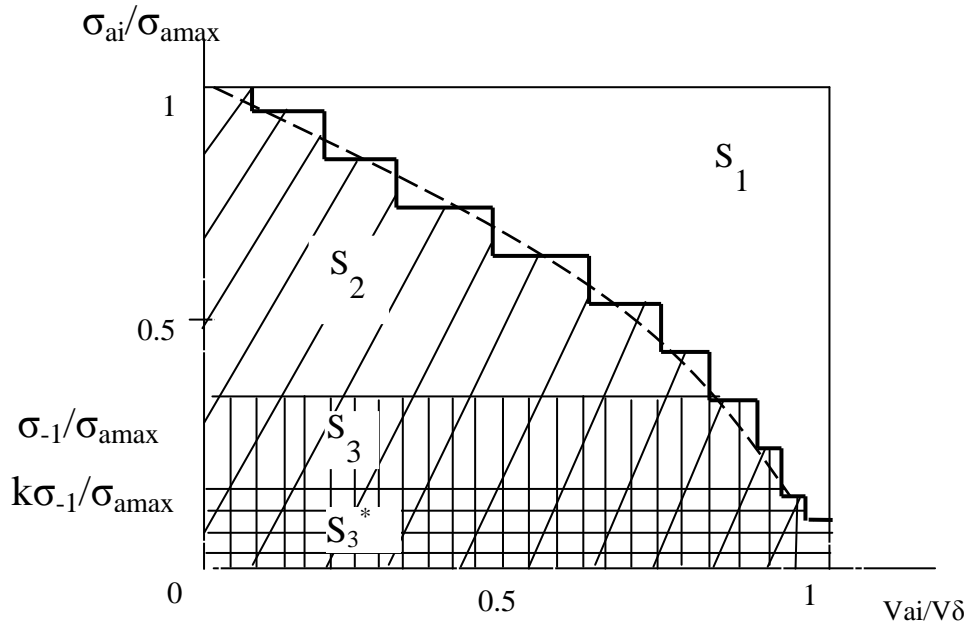


Рис. 1. Схема учета программного нагружения по скорректированной гипотезе суммирования Когаева В.П.

$S_1 = 1$  - площадь, соответствующая стационарному нагружению при  $\sigma_{ai} = \sigma_{amax}$  и долговечности  $v_{ai} = v_{\sigma}$ ;  $S_2$  - площадь под ступенчатой нагрузкой, аппроксимирующей случайные нагружения;  $S_3$  - площадь, соответствующей блоковой нагрузки не вносящей повреждения материала  $\sigma_{ai} \leq \sigma_{-1}$ ;  $S_3^*$  - площадь, соответствующая блоковой нагрузке с  $\sigma_{ai} \leq \kappa\sigma_{-1}$ , не вносящей повреждения при программном нагружении.

При  $\sigma_{ai} < \sigma_{-1}$  можно предполагать, что повреждающего воздействия нет. Такую «безопасную» долю повреждаемости можно описать площадью  $S_3$ . Имеющиеся в литературе данные свидетельствуют, что повреждаемость вносит изменения в параметры базовой кривой Веллера, в частности, она приводит к уменьшению предела выносливости, которое можно представить функцией [2] или конечной величиной  $\kappa$ , соответствующей данному базовому числу циклов. Второй подход более прост и, как показывают исследования, вполне приемлемые результаты при оценке долговечности металлов дает величина  $\kappa = 0,5 \div 0,56$  [1]. Площадь, соответствующей блоковой нагрузки, связанной с «безопасной» долей повреждаемости  $\sigma_{ai} < \kappa\sigma_{-1}$ , будет равно  $S_3^*$ . Тогда коэффициент нестационарности по Когаеву будет равен

$$a_p = \frac{S_2 - S_3^*}{S_1 - S_3^*}. \quad (2)$$

После подстановки значений  $S_1, S_2, S_3^*$ , получим

$$a_p = \frac{\sum_{i=1}^{r^*} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} \frac{v_{ai}}{v_{\delta}} - \kappa \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{a \max}} \sum_{i=1}^{r^*} \frac{v_{ai}^*}{v_{\delta}^*}}{1 - \kappa \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{a \max}} \sum_{i=1}^r \frac{v_{ai}}{v_{\delta}}}} \quad (3)$$

Учитывая, что  $\sum_{i=1}^r \frac{v_{ai}}{v_{\delta}} = 1$ ,  $\sum_{i=1}^{r^*} \frac{v_{ai}^*}{v_{\delta}^*} = 1$  окончательно будет иметь

$$a_p = \frac{\sigma_{a \max} \sum_{i=1}^{r^*} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} \frac{v_{ai}^*}{v_{\delta}^*} - \kappa \sigma_{-1}}{\sigma_{a \max} - \kappa \sigma_{-1}}, \quad (4)$$

где  $r, r^*$  - число ступеней в блоках нагружения  $v_{\delta}, v_{\delta}^*$ ;  $v_{\delta}^*$  - число циклов в блоке нагружения при отбрасывании ступеней с  $\sigma_{ai} < \kappa \sigma_{-1}$ .

Из опыта следует, что многие наблюдаемые функции нагружения можно приближенно аппроксимировать известными статистическими законами распределения [3,4]. На этой основе определялись единые совокупности с нормированной максимальной амплитудой  $\sigma_{ai}/\sigma_{a \max}$  равной единицы, и блоком нагружения  $v_{\delta} = 10^6$  циклов [5]. Представление этих зависимостей в виде схемы на рис.1 позволяет сравнивать результаты многих эксплуатационных испытаний. Совокупность амплитуд, соответствующих различным видам случайного распределения показана на рис.2, при возможном математическом распределении в виде уравнения:

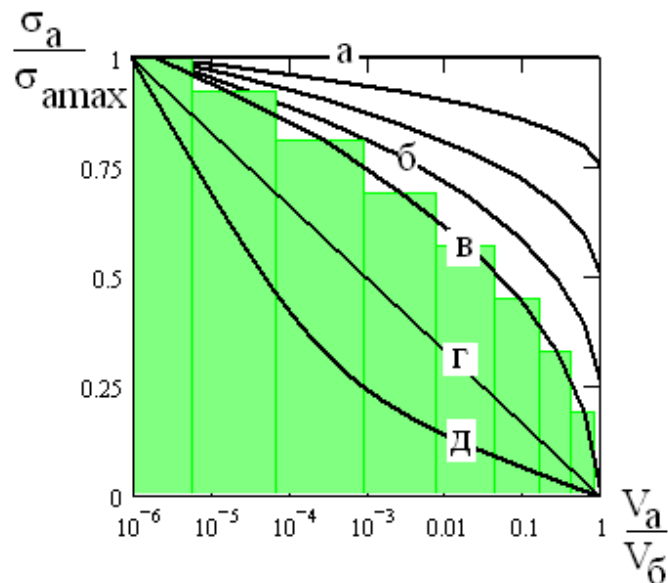


Рис 2 Схематизация различных видов случайного распределения внешнего нагружения

$$\frac{v_a}{v_{\delta}} = \exp(-\sigma_a/2\delta)^n \quad (5)$$

где  $\delta$  - дисперсия распределения при  $n \rightarrow \infty$  предельный случай (одноступенчатое нагружение) (а); при  $n > 2$  - приближенно нормальное распределение (б), при  $n = 2$  - нормальное распределение (в);  $n = 1$  - линейное распределение (г), при  $n < 1$  приближенно логарифмически нормальное распределение. Для испытания и расчета спектр эксплуатационных нагрузок заменяют эквивалентными промежуточными спектрами при стационарных испытаниях (программным блоком).

Такой подход к описанию случайного внешнего эксплуатационного нагружения позволяет получать сопоставимые экспериментальные результаты по определению

долговечности материала и проводить сравнительные расчеты по прогнозированию долговечности по разным гипотезам суммирования.

Повреждаемость материала в блоке нагружения по линейной гипотезе суммирования определяется как

$$D_{rn} = \sum_{i=1}^{r^*} \bar{n}_i, \quad (6)$$

2. По нелинейной гипотезе суммирования усталостных повреждений мера повреждения в блоке нагружения будет [2]

$$D_{rn} = \left\{ \left[ \left( \bar{n}_1^{\alpha_1} + \bar{n}_2 \right)^{\alpha_2} + \bar{n}_3 \right]^{\alpha_3} + \dots \bar{n}_{r^*} \right\}^{\alpha_r^*} \quad (7)$$

где коэффициент влияния на повреждаемость истории нагружения и наследственных свойств определяется как [6]

$$\alpha_i = \frac{\frac{\sigma_{ai+1} - 1}{\sigma_{-1}} \left( \frac{\sigma_{ai+1}}{\sigma_{ai}} \right)}{\frac{\sigma_{ai} - 1}{\sigma_{-1}}} \quad (8)$$

Коэффициент  $\alpha$  зависит от соотношения двух следующих друг за другом амплитуд нагружения.  $\beta$  - структурно-чувствительный параметр материала, характеризующий его наследственные свойства (последствия). Последний показатель степени  $\alpha_r^*$  зависит только от одного значения напряжения последней ступени в блоке нагрузки. Для упрощения дальнейших математических расчетов можно исключить последнюю ступень в блоке нагружения с напряжением  $\sigma_{ai} > \sigma_{-1}$ . Тогда для блока нагружения коэффициент нелинейности может быть представлен

$$a_n = \frac{D_{rn}}{D_{rn}} = \frac{\left\{ \left[ \left( \bar{n}_1^{\alpha_1} + \bar{n}_2 \right)^{\alpha_2} + \bar{n}_3 \right]^{\alpha_3} + \dots \bar{n}_{r^*-1} \right\}^{\alpha_{r^*-1}}}{\sum_{i=1}^{r^*-1} \bar{n}_i} \quad (9)$$

Условие разрушения при программном нагружении с учетом нелинейности, истории нагружения и наследственных свойств материала будет выглядеть как

$$\sum_{i=1}^{N_\Sigma} \bar{n}_i = a_n a_p \quad (10)$$

Общее число циклов нагружения с учетом нелинейного характера накопления повреждений и линейного описания базовой кривой усталости в двойных логарифмических координатах [4] при представлении функции нагружения блоковой нагрузкой будет:

$$N_\Sigma = \frac{N_o a_n \sigma_{-1}^m}{\sigma_{a \max}^m \sum_{i=1}^{r^*} \frac{\sigma_{ai}^m}{\sigma_{a \max}^m} \frac{v_{ai}}{v_o^*}} = \frac{N_o a_n}{n_p^m \sum_{i=1}^{r^*} \left( \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} \right)^m \frac{v_{ai}}{v_o^*}}, \quad (11)$$

где  $N_o, \sigma_{-1}, m$  - параметры базовой кривой Веллера в двойных логарифмических координатах при симметричном циклическом нагружении.  $n_p = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1}}$  - коэффициент относительного уровня нагруженности металла.

Вычисляя для каждого значения  $n_p$  коэффициенты

$$n = \frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\sigma_{-1}}; \tilde{n} = \frac{n_p}{n}, \quad (12)$$

можно определить квантиль нормального распределения  $u_p$ , соответствующий вероятности разрушения  $P$  по формуле

$$u_p = \frac{1 - \tilde{n}}{\sqrt{\tilde{n}^2 \vartheta_{\sigma_{-1}}^2 + \vartheta_{\sigma_a}^2}}. \quad (13)$$

В формулах (12), (13)  $\bar{\sigma}_{a \max}$ ,  $\vartheta_{\sigma_a}$  - среднее значение и коэффициент вариации максимальной амплитуды блока нагружения;  $\bar{\sigma}_{-1}$ ;  $\vartheta_{\sigma_{-1}}$  - среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости металла.

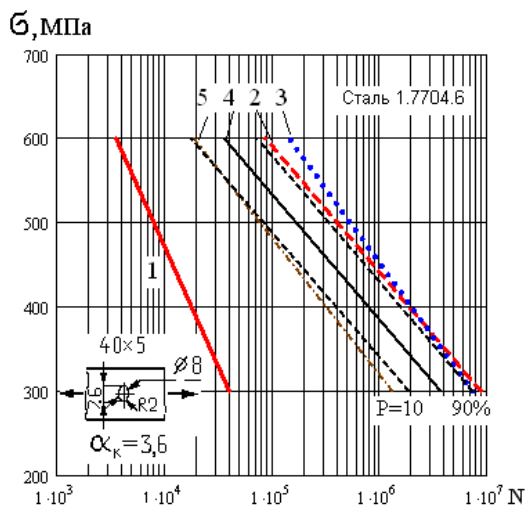


Рис.3 Регрессионные кривые долговечности стали 1.7704.6 в условиях концентрации напряжений.

1 – базовая кривая выносливости;  
2 – экспериментальная кривая выносливости, соответствующая случайному внешнему нагружению по нормальному закону распределения.

Результаты расчета по линейной (кривая 3, зависимость (6)), нелинейной (кривая 4, зависимость (10)) и скорректированной (кривая 5, зависимость (1)) гипотезам суммирования

Проверка полученных зависимостей проводилась по экспериментальным данным из литературных источников [7]. На рис.3 представлены регрессионные кривые результатов испытания на растяжение-сжатие образцов из стали 1.7704.6 с концентраторами напряжений при одноступенчатом нагружении (базовые кривые Веллера 1) и испытания случайной нагрузкой, распределенной по нормальному закону (кривая 2). Расчет долговечности до разрушения при случайном спектре нагружения проводился по линейной гипотезе суммирования (кривая 3), по нелинейной гипотезе с учетом истории нагружения и наследственных свойств (кривая 4) и скорректированной гипотезе суммирования Когаева В.П. (кривая 5).

Результаты показывают, что наиболее близкое соответствие расчетных и экспериментальных данных нагружения для программного нагружения по нормальному распределению (аналогичную проверку при схожих условиях проводили для сталей 4/Cr4 и Ni-Co-Mo 18/7/5), для всех марок конструкционных сталей имеет место для линейной гипотезы суммирования усталостных повреждений (кривые 2 и 3). Фактически регрессионные кривые расчета (3) и эксперимента (2) совпадают. Результаты расчета по нелинейной гипотезе суммирования с учетом истории нагружения и наследственных свойств дают несколько заниженные результаты по долговечности (кривая 4), а по скорректированной гипотезе суммирования Когаева значения расчетной долговечности еще ниже.

По всей видимости, наличие концентрации напряжений локализует место повреждаемости материала и история нагружения и наследственные свойства материала, связанные с развитием в нем неупругих процессов, на накопление повреждаемости оказывают незначительное влияние.

**Литература**

1. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977, 232с.
2. Гусев А.С. Сопротивление усталости и живучесть конструкций при случайных нагрузках. – М.: Машиностроение, 1989, 248с.
3. Б.В.Бойцов Прогнозирование долговечности напряженных конструкций: комплексное исследование шасси самолета. М.: Машиностроение, 1985, 232с.
4. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник – М.: Машиностроение, 1985, 224с.
5. Gaßner, E., u W.Schütz: Assessment of the allowable design stresses and corresponding fatigue life. In. Fatigue design procedures. Proceedings of the 4 International Committee on Aeronautical Fatigue Symposium, München 1965, Ed. by E.Gaßner, u W.Schütz, Oxford/New Jork 1969.
6. Багмутов В.П., Савкин А.Н. Моделирование усталостной повреждаемости углеродистых сталей при случайном внешнем воздействии. Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: Труды VI Междунар.конф. СПб.: Изд-во Политехн.ун-та, 2005, С.51-60.
7. Остерман Х., Грубинич В. Влияние материала на допустимую величину циклической нагрузки. В сб.: Поведение стали при циклических нагрузках. М.: Metallургия, 1982, С.405-441.