# ДИАГРАММА РОСТА КОРОТКИХ ТРЕЩИН ПРИ СЛОЖНОМ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

# Г.В. Шашурин<sup>1</sup>, М.М. Хрущов<sup>1</sup>, А.В. Фишгойт<sup>2</sup>

# THE DIAGRAM OF SHORT CRACK GROWTH UNDER COMPLEX CYCLIC LOADING

# G.V. Shashurin, M.M. Khrushchov, A.V. Fishgoyt

# <sup>1</sup>Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия; <sup>2</sup>Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, Москва, Россия

Abstract. На основании представления о структурно-зависимом характере усталостного разрушения получено уравнение верхней границы скорости роста коротких усталостных трещин в припороговой области кинетической диаграммы усталостного разрушения гранулируемых никелевых сплавов. Предложено линейное правило расчета скорости роста трещины в пределах одного цикла нагружения со сложной структурой. Показана принципиальная возможность построения при сложном циклическом нагружении диаграммы роста коротких трещин, которая наиболее простым образом позволяет учесть влияние коротких усталостных трещин на общую долговечность элементов конструкций из гранулируемых никелевых сплавов.

## 1. Введение

В целях повышения прочности, безопасности и ресурса элементов конструкций современной техники все более широкое распространение получают гетерогенные конструкционные материалы с различной степенью естественной и искусственно созданной структурной неоднородности. Для элементов конструкций авиационно-космической техники такими материалами часто служат гранулируемые никелевые сплавы.

В настоящей работе рассматривается процесс усталостного разрушения гранулируемого никелевого сплава ЭП741НП. Установлено, что основным источником зарождения усталостных трещин в таком сплаве служат керамические включения различной формы, размеров и локализации [1,2]. При этом в силу относительно малого размера включений (порядка 10÷200 мкм) короткие усталостные трещины, зарождающиеся на таких дефектах структуры, будут расти со скоростями, превышающими скорости роста протяженных трещин при циклическом нагружении. Указанные особенности процесса разрушения обязательно должны быть учтены при разработке вычислительных комплексов оценки ресурса элементов конструкций из сплава ЭП741НП. В частности, при моделировании процессов разрушения турбинных дисков из сплава ЭП741НП пренебрежение различиями в скоростях коротких и протяженных усталостных трещин может привести к завышенным оценкам ресурса указанных элементов конструкций, и, следовательно, создать ложные предпосылки для продления эксплуатации авиадвигателей, близких к предельному состоянию.

Перейдем к решению задачи об оценке скорости развития коротких усталостных трещин в гранулируемом никелевом сплаве ЭП741НП при сложном режиме нагружения.

## 2. Характерный размер короткой усталостной трещины

Определим характерный размер короткой усталостной трещины  $a_{sh}$  [3], при котором не срабатывают традиционные для протяженных усталостных трещин механизмы торможения их развития. Для этого рассмотрим образец с единичной короткой трещиной характерного размера  $a_{sh}$  в условиях циклического нагружения. Характерный размер  $a_{sh}$  выбирается таким,

чтобы в условиях внешнего нагружения циклом напряжений с размахом  $\Delta \sigma$ , равным пределу усталости  $\sigma_{-1}$ , размах условного коэффициента интенсивности напряжений  $\Delta \tilde{K}_{I}$  на фронте такой трещины был равен нижнему пороговому значению размаха КИН  $\Delta K_{th}$  на кинетической диаграмме усталостного разрушения:

$$\Delta K_{\rm th} \approx \sigma_{-1} \sqrt{\pi a_{\rm sh}} \tilde{Y}_{\rm a}, \qquad (1)$$

где  $\tilde{Y}_a$  - тарировочный коэффициент, зависящий от формы короткой усталостной трещины. Оценка характерного размера короткой усталостной трещины, получаемая из выражения (1), принимает вид

$$a_{\rm sh} \approx 1/\pi \tilde{Y}_{\rm a}^2 \times \left(\Delta K_{\rm th}/\sigma_{-1}\right)^2.$$
<sup>(2)</sup>

Характерный размер короткой усталостной трещины  $a_{sh}$  получен таким образом, чтобы в дальнейшем показать различия в скорости роста коротких и протяженных усталостных трещин именно в припороговой области кинетической диаграммы усталостного разрушения при  $\Delta \tilde{K}_{I} \leq \Delta K_{th}$ .

#### 3. Скорость роста короткой усталостной трещины при простом нагружении

Перейдем к описанию модели кинетики коротких усталостных трещин с характерным размером, не превышающим  $a_{sh}$ . При этом считается, что отличия в кинетике коротких усталостных трещин от протяженных усталостных трещин проявляются только в зоне кинетической диаграммы усталостного разрушения  $\Delta \tilde{K}_{I} \leq \Delta K_{th}$ .



Рис. 1. Структурные элементы сплава вблизи вершины трещины

Рассмотрим описание скорости роста малой трещины моделью [4], учитывающей структурные особенности материала. Пусть в соответствии схемой Хеда co вдоль направления развития трещины квазипериодически расположены структурные элементы с характерными размерами d<sub>str</sub> разрушаются (рис.1), которые при достижении накопленной в них пластической деформацией некоторой доли от истинной деформации в момент разрушения. При этом учтем, что полный размах пластической деформации  $\Delta \varepsilon_{p}$ в таком структурном элементе получается путем суммирования локальных  $\Delta \epsilon_{n}^{\text{лок}}$ номинальных  $\Delta \epsilon_{n}^{\text{ном}}$ И размахов деформаций

$$\Delta \varepsilon_{\rm p} = \Delta \varepsilon_{\rm p}^{\rm \scriptscriptstyle no\kappa} + \Delta \varepsilon_{\rm p}^{\rm \scriptscriptstyle Hom} \,. \tag{3}$$

Переходя к оценкам локального и номинального деформированного состояния вблизи вершины трещины, получим

$$\Delta \varepsilon_{p} = \underbrace{B\Delta \tilde{K}_{I}^{2}}_{\Delta \varepsilon_{p}^{\text{HOM}}} + \underbrace{\Delta \varepsilon^{\text{HOM}} - \sigma_{-1}/E}_{\Delta \varepsilon_{p}^{\text{HOM}}}, \qquad (4)$$

где В - константа гранулируемого никелевого сплава. Накопление повреждений при деформировании структурного элемента может быть описано с использованием модели Коффина – Мэнсона. При этом число циклов до разрушения структурного элемента с размером d<sub>sr</sub> будет равно

## Section 3 FATIGUE STRENGTH WITH ALLOWANCE FOR THE EFFECT 369 OF MANUFACTURING, DESIGN AND OPERATIONAL FACTORS

$$\Delta \mathbf{N} \approx \varepsilon_{\mathrm{d}}^{*} / \left( \Delta \varepsilon_{\mathrm{p}} \right)^{\mathrm{m}} = \varepsilon_{\mathrm{d}}^{*} / \left( \mathbf{B} \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{I}}^{2} + \Delta \varepsilon^{\mathrm{HOM}} - \boldsymbol{\sigma}_{-1} / \mathbf{E} \right)^{\mathrm{m}}, \qquad (5)$$

где  $\epsilon_d^*$  - истинная деформация в момент разрушения структурного элемента с размером  $d_{str}$ . Скорость развития трещины находится как

$$\mathbf{v} \approx \mathbf{d}_{\rm str} / \Delta \mathbf{N} = \mathbf{d}_{\rm str} / \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm d}^* \times \left( \mathbf{B} \Delta \mathbf{K}_1^2 + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\rm HOM} - \boldsymbol{\sigma}_{-1} / \mathbf{E} \right)^m.$$
(6)

Из условия совпадения скоростей короткой и протяженной усталостных трещин при  $\Delta \tilde{K}_{I} \rightarrow \Delta K_{th}$  оценка константы В может быть принята в виде  $\sigma_{-1}/E\Delta K_{th}^{2}$ . Получаем

$$\mathbf{v} \approx \mathbf{d}_{\mathrm{str}} / \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{d}}^{*} \times \left( \boldsymbol{\sigma}_{-1} / \mathbf{E} \Delta \mathbf{K}_{\mathrm{th}} \right)^{\mathrm{m}} \times \left( \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{I}}^{2} - \Delta \mathbf{K}_{\mathrm{th}}^{2} + \left\{ \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{HOM}} \mathbf{E} / \boldsymbol{\sigma}_{-1} \right\} \Delta \mathbf{K}_{\mathrm{th}}^{2} \right)^{\mathrm{m}}, \tag{7}$$

откуда верхняя граница для скорости короткой усталостной трещины может быть найдена как скорость роста при  $\Delta \tilde{K}_{I} = \Delta K_{th}$  [3]. Получаем

$$\mathbf{v}_{\max} \approx \mathbf{d}_{\text{str}} \left\{ \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{\tiny HOM}} \right\}^m / \boldsymbol{\varepsilon}_{d}^* \times \Delta \mathbf{K}_{\text{th}}^{2m} = \mathbf{C}_{1}^* \Delta \mathbf{K}_{\text{th}}^n, \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{\text{I}} \le \Delta \mathbf{K}_{\text{th}}, \qquad (8)$$

где C<sub>1</sub><sup>\*</sup>, п - параметры, входящие в уравнение Периса для гранулируемого никелевого сплава.

Для оценки скорости развития усталостных трещин при циклическом нагружении циклами со сложной структурой выполним построение диаграммы роста коротких усталостных трещин.

#### 4. Диаграмма роста короткой усталостной трещины при сложном нагружении

Рассмотрим нагружение образца из гранулируемого сплава ЭП741НП последовательностью циклов со сложной структурой. Каждый цикл характеризуется последовательностью из  $n_i$  подциклов нагружения с размахом  $\Delta\sigma_i$ . Пусть N - общее количество циклов нагружения до начала динамического разрушения образца с трещиной, причем  $N >> \sum_i n_i$ . При выполнении указанного допущения скорость трещины с

характерным размером а за один цикл со сложной структурой оценим как

$$v_{\Sigma}(a) \approx k \left\{ v \left( \Delta \sigma_{i}, a \right) n_{i} + \dots + v \left( \Delta \sigma_{m}, a \right) n_{m} \right\} = k \sum_{i} v \left( \Delta \sigma_{i}, a \right) n_{i} , \qquad (9)$$

где параметр k > 1 вводится для учета возрастания характерного размера трещины а в одном цикле нагружения со сложной структурой. В соответствии с выражениями (2), (8) и (9) построим диаграмму скорости роста трещины от ее характерного размера а при сложном нагружении.

Сначала рассмотрим построение указанной диаграммы в вырожденном случае – простое нагружение циклом с размахом  $\Delta \sigma$ . При этом возможно два случая:  $\Delta \sigma > \sigma_{-1}$  (рис.2) и  $\Delta \sigma < \sigma_{-1}$  (рис.3).

*Случай* 1 ( $\Delta \sigma > \sigma_{-1}$ ). Диаграмма роста трещины (рис.2) строится в виде совокупности двух кривых: кривой в осях  $\Delta \tilde{K}_{I} - a$  и кривой скорости трещины в осях v – a. Сначала в осях  $\Delta \tilde{K}_{I} - a$  проводится прямая  $\Delta \tilde{K}_{I} = \Delta K_{th}$ , затем - кривая 1, соответствующая нагружению циклом с размахом  $\Delta \sigma = \sigma_{-1}$ . В соответствии с (2) точка пересечения линий определяет характерный размер короткой усталостной трещины  $a_{sh}$ . Теперь в осях  $\Delta \tilde{K}_{I} - a$  строим кривую 2, соответствующую циклу нагружения с размахом  $\Delta \sigma > \sigma_{-1}$ . Точку пересечения кривой 2 с линией  $\Delta \tilde{K}_{I} = \Delta K_{th}$  назовем  $s_{2}$ . Таким образом, первая часть диаграммы построена.

Переходим к построению второй части диаграммы роста трещины в осях v – a. Данная часть диаграммы состоит из двух участков. Первый участок отвечает условиям  $\{a < a_{sh}\} \land \{\Delta \tilde{K}_{I} \leq \Delta K_{th}\}$ , поэтому на части диаграммы в осях v-a ему соответствует горизонтальная прямая  $v = C_1^* \Delta K_{th}^n$ . После прохождения точки  $s_2$  выполняется условие  $\Delta \tilde{K}_{I} > \Delta K_{th}$ . Поскольку разработанная модель кинетики короткой трещины при простом нагружении справедлива лишь при условии  $\Delta \tilde{K}_{I} \leq \Delta K_{th}$ , то в дальнейшем скорость роста трещины описывается уравнением, аналогичным уравнению Периса. Второму участку соответствует наклонная линия на части диаграммы в осях v-a. Построение диаграммы окончено.





Рис. 2. К построению диаграммы роста трещины

Рис. 3. К построению диаграммы роста трещины

*Случай 2* ( $\Delta \sigma < \sigma_{-1}$ ). Построение диаграммы роста трещины показано на рис. 3. Сначала в осях  $\Delta \widetilde{K}_{I} - a$  строим прямую  $\Delta \widetilde{K}_{I} = \Delta K_{th}$ , кривую 1 -  $\Delta \sigma = \sigma_{-1}$  и кривую 2 -  $\Delta \sigma < \sigma_{-1}$ . Точка пересечения кривой 2 и горизонтали  $\Delta \tilde{K}_1 = \Delta K_{th}$  - точка  $s_2$  лежит правее характерного размера короткой трещины a<sub>sh</sub>. Переходим к построению части диаграммы в осях v-a. Данная часть диаграммы состоит из трех участков. Первый участок отвечает условиям:  $\{a < a_{sh}\} \land \{\Delta \tilde{K}_{I} \leq \Delta K_{th}\}$ , поэтому ему соответствует горизонтальная прямая  $v = C_{1}^{*}\Delta K_{th}^{n}$ . На втором участке  $\{a_{sh} < a < s_2\} \land \{\Delta \tilde{K}_I \leq \Delta K_{th}\}$ , те описывается кинетика протяженной трещины в припороговой области КДУР, а скорость такой трещины принимается равной нулю. На третьем участке  $\Delta \tilde{K}_1 > \Delta K_{tb}$ , скорость такой трещины описывается уравнением Периса, участку соответствует наклонная линия в осях v-a. Построение диаграммы окончено.

В завершении построим диаграмму роста короткой усталостной трещины в случае нагружения образца сложным циклом нагружения с двумя подциклами с размахами  $\Delta \sigma_2 < \sigma_{-1}$  и  $\Delta \sigma_3 > \sigma_{-1}$ . Построение диаграммы начинаем в осях  $\Delta \widetilde{K}_1$  – а (рис.4). Для этого строим прямую  $\Delta \tilde{K}_{I} = \Delta K_{th}$  и три кривых: кривую 1 -  $\Delta \sigma = \sigma_{-1}$ , кривую 2 -  $\Delta \sigma_{2} < \sigma_{-1}$  и кривая 3 -  $\Delta \sigma_3 > \sigma_{-1}$ . Точки пересечения указанных кривых с горизонталью  $\Delta \tilde{K}_1 = \Delta K_{th}$ обозначаем  $a_{sh}, s_2, s_3$  соответственно. В осях v – а диаграмма состоит из четырех участков.

## Section 3 FATIGUE STRENGTH WITH ALLOWANCE FOR THE EFFECT 371 OF MANUFACTURING, DESIGN AND OPERATIONAL FACTORS



Рис. 4. Диаграмма роста усталостной трещины при сложном нагружении

Первый участок  $\left\{a < s_3 < a_{sh}\right\} \wedge \left\{\Delta \tilde{K}_I < \Delta K_{th}\right\}$ , в соответствии с (9) скорость роста трещины  $v = 2C_1^*\Delta K_{th}^n$ . Второй участок: для цикла нагружения с  $\Delta \sigma_3 > \sigma_{-1}$ скорость роста трещины  $v = C_1^* \Delta \tilde{K}_1^n$ , для цикла с  $\Delta \sigma_2 < \sigma_{-1}$  скорость роста трещины  $v = C_1^* \Delta K_{th}^n$ ; общая скорость роста равна  $v = C_1^* \left( \Delta K_{th}^n + \Delta \tilde{K}_I^n \right).$ Третий участок: для цикла с  $\Delta \sigma_3 > \sigma_{-1}$  скорость роста трещины v =  $C_1^* \Delta \tilde{K}_I^n$ , для цикла с  $\Delta \sigma_2 < \sigma_{-1}$ справедливо  $\left\{a_{sh} < a < s_2\right\} \land \left\{\Delta \tilde{K}_{I} \leq \Delta K_{th}\right\}$  и скорость равна нулю: общая скорость  $v = C_1^* \Delta \tilde{K}_1^n$ . Четвертый участок: для обоих циклов нагружения скорость роста трещины описывается уравнением Периса;  $\mathbf{v} = \mathbf{C}_{1}^{*} \left( \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{1}^{n} \left\{ \Delta \boldsymbol{\sigma}_{1} \right\} + \Delta \tilde{\mathbf{K}}_{1}^{n} \left\{ \Delta \boldsymbol{\sigma}_{2} \right\} \right).$ общая скорость Диаграмма роста усталостной трещины при сложном нагружении циклом из двух подциклов построена.

Таким образом, показаны общие принципы построения диаграмм роста коротких усталостных трещин при сложном режиме нагружения. Указанные диаграммы могут быть использованы как эффективное средство учета отличий в кинетике коротких и протяженных усталостных трещин при прогнозировании ресурса элементов конструкций из гранулируемых никелевых сплавов.

#### Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 05-08-33649-а.

#### Литература

- 1. Файнброн А.С., Перцовский В.Н., Савин В.Н. Особенности зарождения разрушения гранулируемого никелевого сплава ЭП741НП при испытаниях на малоцикловую усталость. // Металловедение и термическая обработка металлов. №6. 1993. С. 32 34.
- 2. Фишгойт А.В., Демидов А.Г., Розанов М.А., Шашурин Г.В. Механизм и кинетика разрушения гранульного сплава, содержащего неметаллические включения. // Тезисы XV Международной конференции «Физика прочности и пластичности материалов». Тольятти: ТГУ. 2003. С.22.
- Шашурин Г.В. Модель роста трещин в элементах энергетических установок, изготовленных методами порошковой металлургии. // Тезисы докладов XII конференции «Современные проблемы машиноведения». М.: ИМАШ РАН. 2000. С. 12.
- Демидов А.Г., Розанов М.А., Фишгойт А.В., Черкасова С.А. Разработка моделей коротких и длинных трещин в металлических материалах при циклическом нагружении. // Вопросы материаловедения №1. 2001. С. 63 – 76.