

## ДИАГРАММА ЦИКЛИЧЕСКОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ И ЖИВУЧЕСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

Л.А. Сосновский<sup>1</sup>, А.В. Богданович<sup>2</sup>

## CYCLIC ELASTO-PLASTIC FRACTURE DIAGRAM AND CRACK GROWTH LIFE OF STRUCTURES AND MACHINE ELEMENTS

L.A. Sosnovskiy<sup>1</sup>, A.V. Bogdanovich<sup>2</sup>

<sup>1</sup>НПО «ТРИБОФАТИКА», г. Гомель, Республика Беларусь

<sup>2</sup>Учреждение образования «Гродненский государственный университет  
им. Я. Купалы», г. Гродно, Республика Беларусь

**Abstract.** The experimental method for the estimation of crack growth resistance of the structure and machine elements under cyclic elasto-plastic straining based on local plastic strain near the crack tip and assuming to receive the complex of the force and strain characteristics of crack growth resistance for plastic steels, is suggested. The basic fracture characteristics are obtained due to cyclic elasto-plastic fracture diagram as result of standard crack growth resistance tests and the measuring of the local plastic strain near the crack tip.

Для определения характеристик трещиностойкости и живучести деталей машин и элементов конструкций, изготовленных из пластичных сталей, рекомендуют использовать критерии нелинейной механики разрушения, построенные, например, на основе энергетического контурного  $J$ -интеграла Черепанова-Райса, или коэффициента интенсивности упругопластических деформаций  $K_{Ie}$  Махутова, или раскрытия  $\delta$  вершины трещины Леонова-Панасюка-Дагдейла [1-5]. Широкое практическое применение этих и других критериев нелинейной механики сдерживается в силу ряда причин, в том числе вследствие сложности и недостаточной разработанности их инженерных приложений [6].

Поэтому ведутся поиски иных методов прогнозирования сопротивления развитию трещин, включая и методы линейной механики разрушения (ЛМР), которые предполагают осуществление экстраполяции формул для коэффициентов интенсивности напряжений (КИН)  $K$  на существенно нелинейную стадию деформирования с помощью функций поправки на пластичность. Развиваемый подход относится к числу последних, но при этом отличается следующими существенными особенностями [7-10]:

1. В качестве меры поврежденности принята относительная площадь опасного сечения элемента с учетом трещины:

$$\omega_F = \frac{F_l + F_*}{F_0}, \quad (1)$$

где  $F_l$  – площадь опасного сечения, занятая магистральной трещиной;  $F_0$  – исходная (номинальная) площадь этого сечения;  $F_*$  – площадь, занятая областью усталостного повреждения, с размером  $d_*$ , вычисляемым по формуле Трощенко-Покровского:

$$d_* = \frac{1}{2\pi L} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_{\text{нн}}^{\text{н}}} \right)^2, \quad (2)$$

где  $L$  – параметр, зависящий от вида напряженного состояния;  $\sigma_{\text{нн}}^{\text{н}}$  – предел пропорциональности при циклическом нагружении. По существу, в формуле (1) относительная площадь

$$\frac{F_0 - F_l}{F_0} = (1 - \omega_F) = \psi \quad (3)$$

является одновременно мерой сплошности  $(1 - \omega_F)$  объекта и поперечной составляющей  $\psi$  пластической деформации (утяжки). В работах [7, 11] было показано, что меру поврежденности  $\omega_F$ , равно, как и меру сплошности  $(1 - \omega_F)$ , можно использовать в качестве поправки на пластичность при оценке характеристик трещиностойкости пластичных материалов. Так, величина КИН при внецентренном растяжении компактного образца из пластичной стали вычисляется по формуле

$$K_{I \max}^F = \frac{P_{\max}}{t_0 \sqrt{B}} \omega_F^{1/2} Y(\omega_F), \quad (4)$$

где  $P_{\max}$  – максимальная нагрузка цикла;  $l$  – измеренная длина трещины;  $t_0$ ,  $B$  – размеры опасного сечения образца (рис. 1), а поправочная функция

$$Y(\omega_F) = 29,6 - 185,5(\omega_F) + 655,7(\omega_F)^2 - 1017(\omega_F)^3 + 638,9(\omega_F)^4 \quad (5)$$

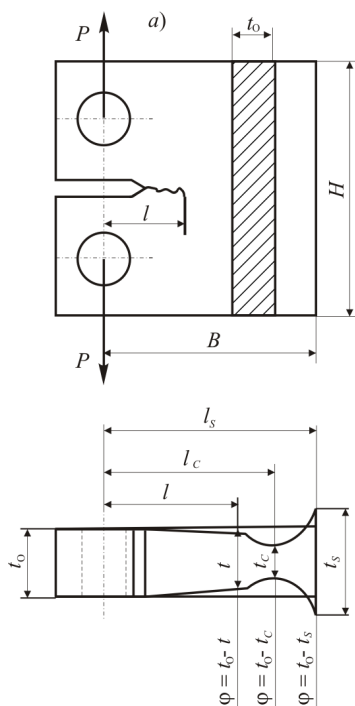


Рис.1. Схема нагружения и измерения утяжки компактного образца

учитывает не только геометрию образца и схему его нагружения, но и интегрально величину пластической деформации в опасном сечении, ввиду того, что мера  $\omega_F$  (одновременно являющаяся утяжкой  $\psi$  образца – см. рис. 1) определяется с учетом пластической деформации опасного сечения.

2. Основные силовые и деформационные характеристики трещиностойкости материала получают путем построения индивидуальной (для образца заданной толщины) и обобщенной (для образцов разной толщины) диаграмм циклического упругопластического разрушения образца с трещиной (диаграмм ЦУПРОТ). Индивидуальную диаграмму ЦУПРОТ строят в координатах КИН  $K_I^F$  – абсолютная  $\varphi$ - или относительная  $\psi$ -утяжка. Поперечную составляющую пластической деформации образца в зоне развития трещины – утяжку – определяют как разность номинального  $t_0$  и текущего  $t_\varphi$  значений толщины образца, т. е.  $\varphi = t_0 - t_\varphi$  (см. рис. 1); ее относительная величина  $\psi = \varphi / t_0$ . При этом КИН  $K_I^F$  вычисляют по формулам ЛМР, но с поправкой на пластичность исследуемого материала. Например, для расчета КИН

компактного образца (см. рис. 1) используют формулы (4), (5).

Различают два типа диаграммы ЦУПРОТ [8, 9]. Если при расчете величины  $K_I^F$  условно принимают, что максимальная нагрузка в процессе долома остается постоянной (а это действительно возможно, если испытательная машина достаточно жесткая или скорость нагружения высока), то получают диаграмму *OBCS* (рис. 2), которая с учетом оси ординат напоминает букву *D*, поэтому ее называют *D*-диаграммой. Если же при расчете  $K_I^F$  учитывают падение нагрузки в ходе долома образца (когда машина имеет относительно невысокую жесткость или скорость нагружения низка), то получают диаграмму *OB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>S<sub>1</sub>* (см. рис. 2). Поскольку форма этой диаграммы напоминает букву *Q*, ее называют *Q*-диаграммой.

Диаграмма ЦУПРОТ в общем случае состоит из двух кривых: кривой циклического упругопластического разрушения (участки *OBC* на *D*-диаграмме и *OB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>* на *Q*-диаграмме) и кривой квазистатического разрушения (долома) (участки *CS* на *D*-

диаграмме и  $C_1S_1$  на  $Q$ -диаграмме). В соответствующих точках  $C$  и  $C_1$  трещина достигает критического размера  $l_c$ , которому отвечает предельная утяжка  $\varphi_c$  и предельное значение КИН – циклическая вязкость разрушения (величина  $K_{fc}^F$  на  $D$ -диаграмме и  $K_{fc}^*$  на  $Q$ -диаграмме). Величина  $K_{fc}^F$  не зависит от толщины образца. В соответствующих точках  $S$  и  $S_1$  происходит разделение образца на две части, при этом имеет место максимальное уширение  $\varphi_s$  его опасного сечения, по которому определяют другое предельное значение КИН – квазистатическую вязкость разрушения (величина  $K_{sc}^F$  на  $D$ -диаграмме; на  $Q$ -диаграмме  $K_I^F = 0$  в этой точке). Пересечение кривой  $CS$  с осью ординат дает еще один параметр трещиностойкости  $K_0^F$  (см. рис. 2). Максимум  $Q$ -диаграммы по оси КИН (точка  $B_1$ ) соответствует началу циклического долома и характеризуется параметром  $K_{II}^F$ ; началу квазистатического долома соответствует параметр  $K_{cr}^F$  на  $Q$ -диаграмме, который не является характерной точкой этой диаграммы, но соответствует началу резкого подъема кривой  $OBC$  (точка  $B$  на  $D$ -диаграмме). Предложены [8, 9] формулы для аналитического описания  $D$ - и  $Q$ -диаграмм ЦУПРОТ. В качестве примера на рис. 3 представлены  $D$ -диаграммы для образцов трех типоразмеров стали 45, построенные по результатам стандартных испытаний на циклическую трещиностойкость. Видно, что параметр  $K_{fc}^F = 141 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  есть характеристика материала.

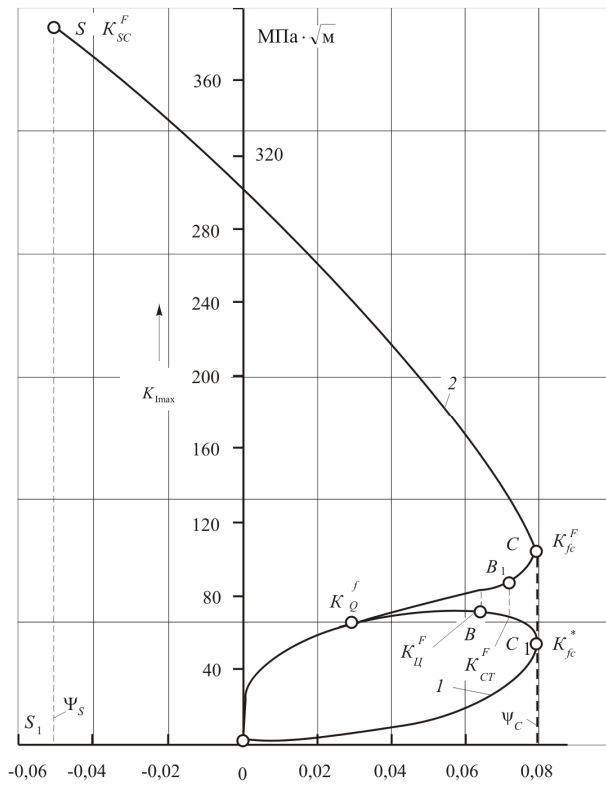


Рис.2. Совмещенные  $Q$ -диаграмма (1) и  $D$ -диаграмма (2) для образца толщиной 20 мм стали 30

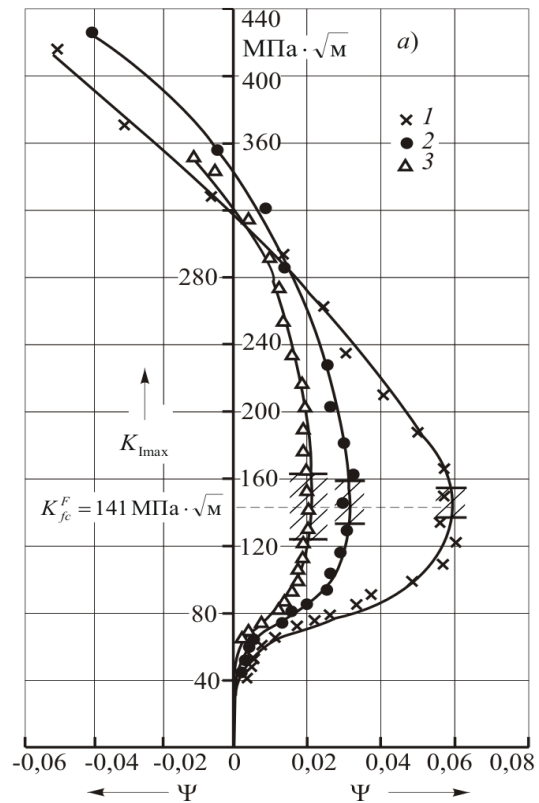


Рис.3. Диаграммы ЦУПРОТ для образцов толщиной 10 (1), 20 (2) и 40 (3) мм стали 45

Поскольку процесс развития усталостной трещины, носит автомодельный характер, предложены преобразования подобия для получения единой (обобщенной) зависимости, описывающей процесс упругопластического роста трещин в образцах разных типоразмеров. Чтобы построить обобщенную  $D$ -диаграмму, необходимо

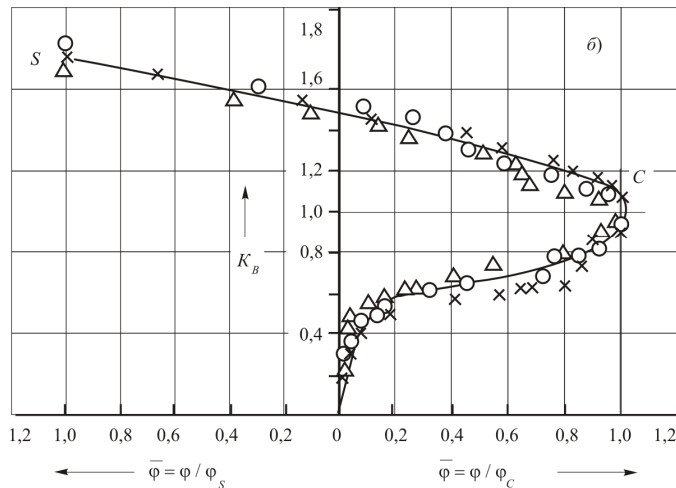


Рис.4. Обобщенная D-диаграмма ЦУПРОТ для стали 30, построенная по результатам испытаний компактных образцов толщиной 10, 20 и 40 мм

выполнить преобразования подобия – преобразования координат  $K_I^F$  и  $\psi$  в  $\bar{K}_B$  и  $\bar{\varphi}$  соответственно, где  $\bar{K}_B = K_I^F / K_{fc}^F$  при  $K_I^F \leq K_{fc}^F$  и  $\bar{K}_B = 1 + (K_I^F - K_{fc}^F) / K_{fc}^F$  при  $K_I^F > K_{fc}^F$ , а также  $\bar{\varphi} = \varphi / \varphi_c$  (или  $\varphi / \varphi_s$ ). С помощью обобщенной D-диаграммы нетрудно по четырем параметрам ( $\varphi_c$ ,  $\varphi_s$ ,  $K_{fc}^F$ ,  $K_{sc}^F$ ) для образца того или иного типоразмера полностью построить индивидуальную D-диаграмму, а для восстановления ее наиболее важной ветви OBC достаточно знать величины только двух параметров ( $\varphi_c$ ,  $K_{fc}^F$ ). Тогда текущие значения утяжки и КИН определяют так:  $K_I^F = \bar{K}_B K_{fc}^F$  –

для ветви OBC,  $K_I^F = K_{fc}^F + K_{sc}^F (\bar{K}_B - 1)$  – для ветви CS (см. рис. 3.) и  $\varphi = \bar{\varphi} \varphi_c$  (или  $\varphi = \bar{\varphi} \varphi_s$ ). Пример обобщенной D-диаграммы дан на рис. 4 для компактных образцов трех типоразмеров стали 30. Аналогичные преобразования координат предложены и применительно к Q-диаграмме ЦУПРОТ.

3. Аналитическое выражение для скорости накопления повреждений на стадии развития магистральной трещины можно записать в виде степенной зависимости от уровня интенсивности напряжений  $\Delta K$  с учетом поврежденности  $\omega_F$  [9]:

$$v = \frac{d(1 - \omega_F)}{dn} = -C_k \left( \frac{\Delta K_I}{1 - \omega_F} \right)^{m_k} \quad (6)$$

Из (6) после интегрирования следует формула для оценки живучести изделия:

$$N_{ж} = \frac{(1 - \omega_F)^{m_k + 1}}{C_k (m_k + 1) \Delta K_I^{m_k}} \quad (7)$$

В выражениях (6), (7) величина КИН  $\Delta K_I$  есть разность максимального  $K_{I \max}$  и порогового  $K_{th}$  КИН, т. е.  $\Delta K_I = K_{I \max} - K_{th}$ ;  $C_k$  и  $m_k$  – параметры (постоянные материала), определяемые по кинетической диаграмме усталостного разрушения в координатах скорость роста трещины  $v = d(1 - \omega_F) / dn$  – КИН  $K_{I \max}$  (или  $\Delta K_I$ ), т. е. по смыслу и по размерности параметры  $C_k$  и  $m_k$  соответственно тождественны известным параметрам  $C_\sigma$  и  $m_\sigma$  известного уравнения Пэриса. Если нагружение носит нерегулярный характер и изменяется, например, по заданной программе в виде многократно повторяющихся блоков длительностью  $N_{\delta}$ , то модель накопления повреждений на стадии локализованного разрушения можно записать в виде

$$\lambda \sum_{i=1}^s \left[ \frac{n_{i\delta} (1 - \omega_F)^{m_k + 1}}{C_k \cdot \Delta K_i^{m_k} (m_k + 1)} \right] = 1, \quad (8)$$

где  $\lambda$  – число программных блоков до разрушения;  $i$  – номер ступени блока;  $s$  – количество ступеней в одном блоке;  $n_{i\delta}$  – число циклов  $i$ -того уровня нагрузки в одном блоке. Живучесть тела с трещиной в этом случае

$$N_{ж\sigma} = \frac{N_{\sigma}}{C_{\kappa} (m_{\kappa} + 1) \sum_{i=1}^s \frac{\Delta K_i^{m_{\kappa}} n_{i\sigma}}{(1 - \omega_F)^{m_{\kappa} + 1}}}. \quad (9)$$

Таким образом, можно предложить следующий алгоритм оценки живучести изделий с магистральной трещиной (рис. 5).

1. Применительно к исследуемому объекту выбирают схему испытаний на малоразмерных образцах с известной формулой расчета КИН  $K_{IM}^F$  (с учетом поправки на пластичность). Экспериментально исследуют трещиностойкость материала, из которого изготовлен объект, с учетом всех особенностей его эксплуатационного нагружения.

2. По результатам испытаний строят кинетическую диаграмму усталостного разрушения (см. рис. 5,а) в координатах скорость повреждения  $d\omega_F / dn$  – КИН  $K_I^F$ . По этой диаграмме определяют пороговое значение КИН  $K_{th}$ , а также два параметра ( $C_{\kappa}$ ,  $m_{\kappa}$ ) уравнения

$$\frac{d\omega_F}{dn} = C_{\kappa} (\Delta K)^{m_{\kappa}},$$

которое описывает прямолинейный ее участок.

3. Результаты измерений поперечной составляющей пластической деформации  $\psi$  используют для построения диаграммы ЦУПРОТ (см. рис 5, б). Особенность этой диаграммы состоит в том, что значение  $K_{fc} = \text{const}$  для образцов различной толщины. Определяют с помощью этой диаграммы предельные значения КИН и утяжки ( $K_{fc}$  и  $\psi_c$ ).

4. Для изучаемого объекта устанавливают модель для вычисления КИН  $K_{II}^F$ .

5. Полученные в пп. 1–4 данные используют для расчета живучести  $N_{ж}$  объекта по уравнению (7) при регулярном нагружении или по уравнению (9) при нерегулярном нагружении с учетом параметров программного блока (см. рис. 5,в).

Практическая реализация изложенного подхода выполнена для реальных объектов, например, для оценки живучести рамы кормоуборочного комбайна, линейной части нефтепровода «Дружба» [9]. Установлено удовлетворительное соответствие теоретических представлений и данных эксплуатации этих объектов.

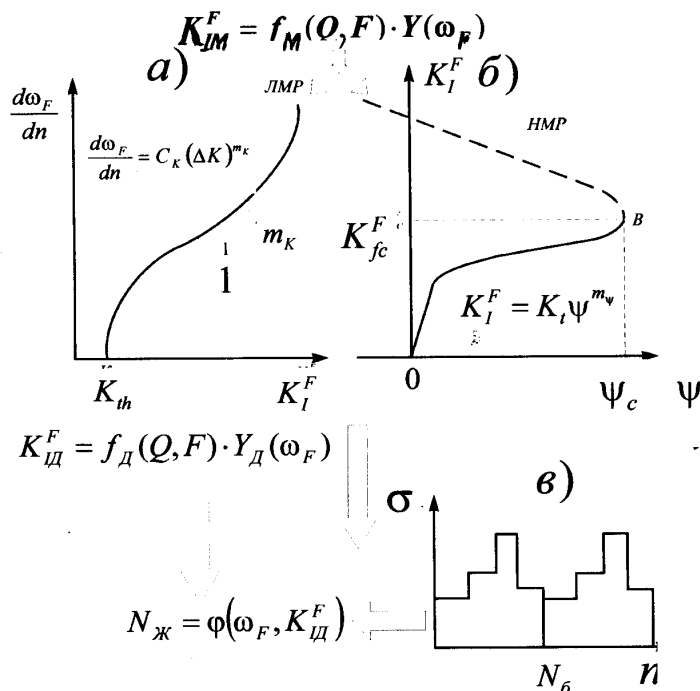


Рис. 5. Алгоритм расчетно-экспериментальной оценки живучести объекта

**Литература**

1. Черепанов Г.П. О распространении трещины в сплошной среде // Прикл. механика и математика. – 1967. – 31. - № 3. – С. 476 – 488.
2. Rice J.R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by north's and cracks // Idid. – 1968. – 35. – N 4. – P. 379 – 386.
3. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Розвиток найдрібніших тріщин у твердому тілі // Прикл. механіка. – 1959. – Вип. 4. – С. 391 – 401.
4. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. And Phys. Solids. – 1960. – 8. – N 2. – P. 100 – 108.
5. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение1981. – 272 с.
6. Писаренко Г.С. Актуальные вопросы прочности в современном машиностроении. – Киев: Наук. Думка, 1992. – 192 с.
7. Сосновский Л. А. Оценка живучести модели корпуса реактора // Весці АН БССР. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1990. – № 3. – С. 36–40.
8. Сосновский Л.А., Богданович А.В., Бордовский А.М. Живучесть линейной части нефтепровода. – Гомель: НПО «ТРИБОФАТИКА», 2004. – 112 с.
9. Сосновский Л.А., Богданович А.В. Анализ диаграммы циклического упругопластического разрушения образца с трещиной. Сообщения 1 и 2 // Проблемы прочности. – 1995. -№ 5-6. – С. 39 – 61.
10. Богданович А.В., Бордовский А.М., Сосновский Л.А. Модель накопления повреждений на стадии локализованного разрушения при циклическом упругопластическом деформировании // Современные проблемы машиноведения: Материалы междунар. НТК (научные чтения, посвященные П.О. Сухому). – Гомель: ИММС НАН РБ, Гомельский политехнич. ин-т, 1998. – С. 56 – 59.
11. Богданович А.В. Оценка меры поврежденности при расчете живучести изделий // Весці НАН Беларусі. Серыя фіз.-тэхн. навук. – 2001. - № 2. – С. 43 – 47.