УДК 81.27

Катрусяк В. – ст. гр. ОТП-111
Технічний коледж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя

ВИЗНАЧЕННЯ ОБ’ЄМУ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОСУДИНІ З ГОРИЗОНТАЛЬНОЮ ВІССЮ ЗА ДОПОМОГОЮ ЛІНІЙКИ

Науковий керівник: викладач-методист Макосій С.Т.

Katrusiak V.
Technical college of Ternopil Ivan Pul’uj National Technical University

VOLUME DETERMINATION OF THE LIQUID IN THE CYLINDRICAL CONTAINER WITH THE HORIZONTAL AXIS BY MEANS OF RULER

Supervisor: lecturer-methodologist Makosij S.

Ключові слова: об’єм, площа.
Keywords: volume, area.

Відомо, щоб знайти об’єм рідини в циліндричній посудині із вертикальною віссю, потрібно знати радіус посудини R і висоту стовпа рідини H (рис.1).

$$V = \Pi R^2 H$$

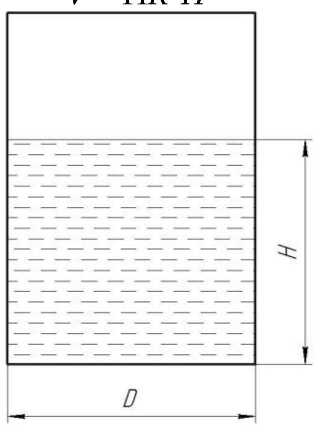

Рисунок 1

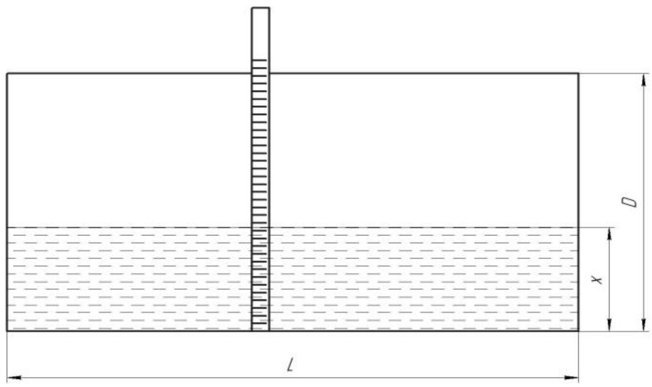

Рисунок 2

Один громадянин (водій-дальнобійник), на автомобілі якого встановлено додатковий циліндричний бак з горизонтальною віссю, хотів би знати, як за допомогою лінійки (щупа) можна визначити об’єм залишку палива в цьому баку (рис.2).

Для вирішення цієї проблеми я використала знання з інтегрального числення, зокрема обчислення площі криволінійної трапеції.

Розглянемо прямокутну систему координат так, щоб початок координат співпадав з центром кола радіусом R (радіус бака) (рис.3).

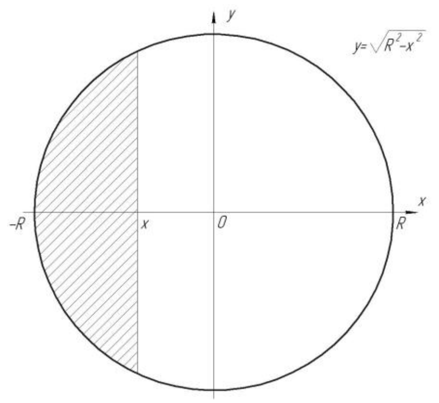

Рисунок 3

Рівняння кола має вигляд $x^2 + y^2 = 0$, звідси $y = \pm\sqrt{R^2 - x^2}$.

Розглянемо функцію $y = \sqrt{R^2 - x^2}$, де $-R \le x \le R$.

Знайдемо площу сегмента, що контактує з паливом.

$S_{сегм.} = 2\int\limits_{R}^{x} \sqrt{R^2 - x^2}dx$. Знайдемо $2\int \sqrt{R^2 - x^2}dx$ використавши підстановку $x = R\sin t$, де $|t| \le \frac{\pi}{2}$, тоді $dx = R\cos t dt$.

$$S_{сегм.} = 2\int \sqrt{R^2 - x^2}dx = 2\int \sqrt{R^2 - R^2\sin^2 t}R\cos tdt = 2\int \sqrt{R^2\left(1-\sin^2 t\right)}R\cos tdt = 2R^2\int\sqrt{\cos^2 t}\cdot\cos tdt =$$

$$= 2R^2\int\cos^2 tdt = 2R^2\int\frac{1+\cos 2t}{2}dt = R^2\int(1+\cos 2t)dt = R^2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right) = R^2\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{1}{2}\sin\left(2\arcsin\frac{x}{R}\right)\right) =$$

$$= R^2\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{1}{2}\cdot 2\sin\left(\arcsin\frac{x}{R}\right)\cdot\cos\left(\arcsin\frac{x}{R}\right)\right) = R^2\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{x}{R}\cdot\sqrt{1-\sin^2\left(\arcsin\frac{x}{R}\right)}\right) =$$

$$= R^2\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{x}{R}\sqrt{1-\left(\frac{x}{R}\right)^2}\right).$$

Тепер,

$$V = S_{сегм.}\cdot L = R^2L\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{x}{R}\sqrt{1-\left(\frac{x}{R}\right)^2}\right)\Bigg|_{-R}^{x} = R^2L\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{x}{R}\sqrt{1-\left(\frac{x}{R}\right)^2}\right) - R^2L(\arcsin(-1)-0) =$$

$$= R^2L\left(\arcsin\frac{x}{R}+\frac{x}{R}\sqrt{1-\left(\frac{x}{R}\right)^2}+\frac{\pi}{2}\right).$$

При R=3,5 дм, L=12 дм, отримаємо $V = 147\left(\arcsin\frac{x}{3{,}5}+\frac{x}{3{,}5}\sqrt{1-\frac{x^2}{12{,}25}}+\frac{\pi}{2}\right)$.

Застосувавши засоби обчислювальної техніки, знайдемо об’єм палива з кроком 1см. (Таблиця 1).

Таблиця 1

$-3{,}5 \le x \le 3{,}5$ (дм)	-3,5	-3,4	-3,3	-3,2	....	-0,1	0	0,1	….	3,3	3,4	3,5
x см (мокра частина щупа)	0	1	2	3	…	34	35	36	…	68	69	70
V (літри)	0	1,3	3,8	6,9	…	222,5	230,9	239,3	…	458,1	460,5	461,8

Використавши формулу 1 можна скласти таблицю об’єму рідини (палива) в горизонтальному циліндричному баку з іншими розмірами.