УДК 517.443

О. Тарновецька
(Чернівецький факультет НТУ „ХПІ”)

ОБЧИСЛЕННЯ ОДНІЄЇ СІМ‘Ї НЕВЛАСНИХ ІНТЕГРАЛІВ, ЯКІ ЗЯВЛЯЮТЬСЯ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ

Розглянемо диференціальні оператори другого порядку Ейлера $B_\alpha = r^2 \, d^2/dr^2 + (2\alpha+1) r \, d/dr + \alpha^2, (2\alpha+1) > 0$ та Лежандра $\Lambda_{(\mu)} = d^2/dr^2 + + cthr \, d/dr + 1/4 + 1/2 \left(\frac{\mu_1^2}{1-chr} + \frac{\mu_2^2}{1+chr} \right), (\mu_1 \geq \mu_2 \geq 0, (\mu) = (\mu_1, \mu_2))$; з добре вивченою фундаментальною системою розв‘язків. Будь-яке їх послідовне сполучення за допомогою одиничної функції Гевісайда $\theta(x)$ дає самоспряжений гібридний диференціальний оператор М. Якщо

$$M_1 = \theta(r)\theta(R_1 - r) a_1^2 \beta_\alpha + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r) a_2^2 \Lambda_{(\mu)};$$

$$M_2 = \theta(r - R_0)\theta(R_1 - r) a_1^2 B_\alpha + \theta(r - R_1) a_2^2 \Lambda_{(\mu)};$$

$$M_3 = \theta(r)\theta(R_1 - r) a_1^2 \Lambda_{(\mu)} + \theta(r - R_1) a_2^2 B_\alpha;$$

$$M_4 = \theta(r - R_0)\theta(R_1 - r) a_1^2 \Lambda_{(\mu)} + \theta(r - R_1) a_2 B_\alpha,$$

де $R_0 > 0,$ то маємо випадок гібридного диференціального оператора з однією особливою точкою. Спектр оператора M_j неперервний: $\beta \in (0, \infty)$. Йому відповідає спектральна вектор-функція $V(r,\beta) = \{V_1(r,\beta); V_2(r,\beta)\}$. Якщо $\sigma(r)$ – вагова функція, а $\Omega(\beta)$ – спектральна густина , то для будь-якої функції $g(r) = \{g_1; g_2\}$ із області визначення ГДО M_j справджується інтегральне зображення

$$g(r) = \int_0^\infty V(r,\beta)\Omega(\beta) \int_a^b g(\rho) V(r,\beta) \sigma(\rho) d\rho d\beta,$$

яке визначає пряме Н (інтеграл по ρ)та обернене H^{-1} (інтеграл по β) гібридне інтегральне перетворення.

Розв‘язуємо сепаратну систему $(M_j - q^2)u = -g$ безпосередньо методом функцій Коші та методом гібридного інтегрального перетворення (H, H^{-1}). З одного боку, головні розв‘язки зображені через модифіковані функції Ейлера та Лежандра, а з другого боку головні розв‘язки зображені у вигляді невласних інтегралів за власними елементами ГДО M_j. Прирівнюючи головні розв‘язки в силу єдиності, маємо низку формул обчислення сім‘ї поліпараметричних невласних інтегралів за власними елементами ГДО M_j.