УДК 517.946

Н. Романенко
(ЧНУ ім. Ю.Федьковича)

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ТРИСКЛАДОВІЙ ЦИЛІНДРИЧНО-ЕЛІПТИЧНІЙ ТОНКІЙ КІЛЬЧАСТІЙ ПЛАСТИНЦІ

Для тонких пластин, розташованих в декартових областях циліндрично-кругових областях, структура нестаціонарного температурного поля в рамках феноменологічної теорії теплопровідності добре відома в різних аспектах. Практика показує, що при моделюванні нестаціонарного теплового режиму в тонких пластинках ми можемо попасти в циліндрично-еліптичні області (однорідні або кусково-однорідні). Одній із задач такого типу присвячена дана робота.

Задача про структуру нестаціонарного температурного поля в трискладовій циліндрично-еліптичній (ц. – ел.) тонкій кільчастій пластині $\Pi_2 = \{(\xi,\eta) : \xi \in (\xi_0,\xi_1) \cup (\xi_1,\xi_2) \cup (\xi_2,\xi_3); \eta \in [0,2\pi]; \xi_0 > 0, \xi_3 < \infty\}$

Математично приводить до побудови обмеженого області $D_2 = \{(t,\xi,\eta) : t \in (0,\infty); (\xi,\eta) \in \Pi_2\}$ розв‘язку системи диференціальних рівнянь теплопровідності параболічного типу в ц.- ел. системі координат

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} + \chi_j^2 T_j - \frac{a_j^2}{\rho(\xi,\eta)}\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}\right) T_j(t,\xi,\eta) = f_j(t,\xi,\eta),\ j = \overline{1,3} \qquad (1)$$

за початковими умовами $T_j(t,\xi,\eta)\Big|_{t=0} = g_j(\xi,\eta), \xi \in (\xi_{j-1},\xi_j),\ j = \overline{1,3}$ (2)

і крайовими умовами $\left(\alpha_{11}^0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \beta_{11}^0\right) T_1\Big|_{\xi=\xi_0} = g_0(t,\eta), \left(\alpha_{22}^3 \frac{\partial}{\partial \xi} + \beta_{22}^3\right) T_3\Big|_{\xi=\xi_3} = g_R(t,\eta), R = \xi_3$ (3)

та умовами неідеального термічного контакту

$$\left[\left(\beta_{jn}\frac{\partial}{\partial \xi} + 1\right) T_m - T_{m+1}\right]\Big|_{\xi=\xi_m} = 0; \left(\frac{\partial T_m}{\partial \xi} - \nu_m \frac{\partial T_{m+1}}{\partial \xi}\right)\Big|_{\xi=\xi_m} = 0,\ m = 1,2 \qquad (4)$$

Інтегральне зображення аналітичного розв‘язку задачі (1)-(4) будується методом інтегрального перетворення типу Ганкеля 2-го роду – Матьє 2-го роду на площині з двома еліптичними лініями спряження:

$$T_j(t,\xi,\eta) = \sum_{k=1}^{3}\int_0^t \int_{\xi_{k-1}}^{\xi_k} \int_0^{2\pi} H_{jk}(t-\tau,\xi,\eta;x,\alpha)[f_k(\tau,x,\alpha) + \delta_+(\tau) g_k(x,\alpha)]\sigma_k (ch2x - \cos 2\alpha) d\alpha dx d\tau +$$
$$+ \int_0^t \int_0^{2\pi} [W_{1j}(t-\tau,\xi,\eta,\alpha) g_0(\tau,\alpha) + W_{3j}(t-\tau,\xi,\eta,\alpha) g_k(\tau,\alpha)] d\alpha d\tau;\ j = \overline{1,3} \qquad (5)$$

Висновок. Вектор-функція $T = \{T_1; T_2; T_3\}$, де функції $T_j(t,\xi,\eta)$ визначені формулами (5), описує однозначно процес поширення тепла в трискладовій ц.-ел. тонкій кільчастій пластині в рамках даної моделі. Алгоритмічний характер одержаного розв‘язку дозволяє використовувати його як в теоретичних дослідженнях, так і в інженерних розрахунках.