УДК 517.9

П. Ленюк
(Чернівецький факультет НТУ „ХПІ”)

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВНИХ ПРОЦЕСІВ В НЕОБМЕЖЕНИХ СТЕРЖНЯХ МЕТОДОМ ГІБРИДНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ.

При моделюванні фізико-технічних параметрів, які характеризують напружений стан стержнів, що коливаються під дією зовнішніх навантажень , за степеневими законами виникають диференціальні оператори другого порядку Фур‘є L_1, Бесселя $L_2 \equiv B_{\nu,\alpha}$, Конторовича-Лєбєдєва $L_3 \equiv B_\alpha$, Лежандра $L_4 \equiv \Lambda_{(\mu)}$ та Ейлера $E_\alpha^* = L_5 : L_1 \equiv d^2/dr^2$,

$$L_2 \equiv B_{\nu,\alpha} = d^2/dr^2 + (2\alpha+1)r^{-1}\, d/dr - (\nu^2 - \alpha^2)r^{-2},$$

$$L_3 \equiv B_\alpha = r^2\, d^2/dr^2 + (2\alpha+1)r\, d/dr + \alpha^2 - \lambda^2 r^2,$$

$$L_4 \equiv \Lambda_{(\mu)} = d^2/dr^2 + cthr\, d/dr + 1/4 + 1/2\left(\frac{\mu_1^2}{1-chr} + \frac{\mu_2^2}{1+chr}\right), (\mu_1 \geq \mu_2 \geq 0, (\mu) = (\mu_1, \mu_2)),$$

$$E_\alpha^* = r^2\, d^2/dr^2 + (2\alpha+1)r\, d/dr + \alpha^2 \equiv L_5, ((2\alpha+1) > 0).$$

Будь-яке сполучення будь-якої кількості із $L_j\, (j = \overline{1,5})$ диференціальних операторів утворює гібридний диференціальний оператор (ГДО). Оскільки фундаментальна система розв‘язків для кожного L_j відома й добре вивчена , то завжди можна знайти для будь-якого власні елементи: спектр і відповідну йому спектральну функцію. Наявність власних елементів ГДО в свою чергу дозволяє будувати головні розв‘язки задачі або у вигляді ряду за власними елементами (у випадку відсутності в ГДО особливих точок) або у вигляді невласного полі параметричного інтегралу (в випадку наявності в ГДО однієї або двох особливих точок). Останнє вимагає побудови гібридного інтегрального перетворення, породженого продиктованим задачею ГДО на даній множині.

Як приклад, розглянемо задачу про коливання кусково-однорідного необмеженого стержня: побудувати на множині $I_2 = \{(t,z) : t \in (0,\infty); r \in (-\infty, R_1) \cup \cup (R_1, R_2) \cup (R_2, \infty)\}$ обмежений розв‘язок системи диференціальних рівнянь гіперболічного типу

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + \gamma_j^2 u_j - u_j^2 L_j[u_j] = f_j(t,z), j = \overline{1,3}$$

за відповідними початковими умовами та умовами спряження. Тут $L_1 = d^2/dr^2$, а L_2 та L_3 будь-які із чотирьох диференціальних операторів, що залишилися.

Ми маємо $M = \theta(R_1 - r)a_1^2\, d^2/dr^2 + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r)a_2^2 L_2 + \theta(r - R_2)a_3^2 L_3$ з однією або двома особливими точками , $\theta(x)$ – одинична функція Гевісайда.

Отже, в цьому випадку головні розв‘язки задачі зображаються невласними інтегралами за власними елементами ГДО М.