УДК 517.524

Л. Романюк
(Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя)

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗБІЖНОСТІ РОЗГАЛУЖЕНИХ ЛАНЦЮГЛВИХ ДРОБІВ З КОМПЛЕКСНИМИ КОМПОНЕНТАМИ.

У теорії апроксимації для наближення функцій застосовують алгебраїчні та тригонометричні поліноми, сплайни, раціональні функції. Раціональні наближення конструктивно будуються за допомогою неперервних дробів чи їх узагальнень-апроксимацій Поде. У багатьох випадках швидкість збіжності раціональних наближень значно перевищує швидкість збіжності поліноміальних наближень, області збіжності неперервних дробів є ширшими, ніж області збіжності відповідних степеневих рядів. Неперервні дроби мають властивість не нагромаджувати похибки у процесі їх обчислення, тому вони стали ефективними математичним апаратом у застосуваннях $[1,2]$.

Розгалуженим ланцюговим дробом з N гілками називається вираз вигляду

$$b_0 + \sum_{i_1=1}^{N} \frac{a_{i_1}}{b_{i_1} + \sum\limits_{i_2=1}^{N} \frac{a_{i_1 i_2}}{b_{i_1 i_2} + \ddots + \sum\limits_{i_2=1}^{N} \frac{a_{i_1 i_2 \cdots i_n},}{b_{i_1 i_2 \cdots i_n} + \ddots}}} \tag{1}$$

де $a_{i_1 i_2 \cdots i_n}$, $b_{i_1 i_2 \cdots, i_n}$ – комплексні (дійсні) числа або функції. Можна записати більш компактно

$$b_0 + \mathop{D}_{k=1}^{\infty} \sum_{i_k=1}^{N} \frac{a_{i(k)}}{b_{i(k)}},$$

де $i(k) = i_1, i_2, \ldots, i_k$ – скорочений запис мультиіндексу.

Предметом досліджень є РЛД зі зміною кількістю гілок

$$\left(1 + \mathop{D}_{k=1}^{\infty} \sum_{i_k=1}^{N_{i(k-1)}} \frac{C_{i(k)}}{1}\right)^{-1}, \tag{2}$$

де $N_{i(k)}$ – невід'ємні цілі числа або ∞, причому сума, у якої верхній індекс нулю, вважається рівною нулю.

Для РЛД (2), де всі $N_{i(k)} = N$, $C_{i(k)} \epsilon N$ був встановлений аналог ознаки збіжності Ворпіцького, який стверджував, що (2) збігається, якщо $C_{i(k)} \le \frac{1}{4N}$.

Література.
1. Боднар Д.И. Ветвящиеся цепные дроби. – К.: Наукова думка, 1986.- 176 с.
2. Бондар Д.І. Багатовимірні узагальнення неперервних дробів // Математичні методи та фізико-механічні поля.-2003.-Т. 46. - №3. с. 32-39.