УДК. 539.3

Б. Шелестовський, І. Габрусєва
(Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя)

МЕТОДИКА НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРШОГО РОДУ

При дослідженні контактної взаємодії жорстких штампів із пружним шаром часто доводиться розв'язувати інтегральні рівняння Фредгольма першого роду

$$\int_a^b y(s)K(s,x)dt = f(x), \qquad a \le x \le b. \tag{1}$$

Більшість наближених методів базуються на зведенні (1) до системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Проте в наслідок некоректності задачі одержані розв'язки не завжди задовольняють вимогам точності. Ми пропонуємо модифікацію метода ітерацій для відшукання наближеного розв'язку інтегрального рівняння(1).

Згідно із методом ітерацій, послідовність функцій $\{y_m(x)\}$, яка збігається до розв'язку (1), повинна задовольняти наступне співвідношення:

$$y_m(x) = y_{m-1}(x) + f(x) - \int_a^b y_{m-1}(s)K(x,s)ds.$$

Подамо m-те наближення функції-розв'язку $y_m(x)$ у вигляді частинної суми узагальненого ряду Фур'є за функціями $\varphi_n(x) = x \cdot L(\gamma_n, x)$, тобто

$$y_m(t) = x\sum_{n=1}^{m} a_n L(\gamma_n, x), \tag{2}$$

де $L(\gamma_n, x) = N_0(\gamma_n)J_0\left(\frac{x}{a}\gamma_n\right) - J_0(\gamma_n)N_0\left(\frac{x}{a}\gamma_n\right)$, а γ_n – додатні нулі функції $L(x,b)$.

За нульове наближення виберемо функцію $y_0 = xL(\gamma_1, x)$.

Ввівши позначення

$$M_q = \int_a^b xL^2(\gamma_q, x)dx, \quad P_q = \int_a^b \left[xL(\gamma_q, x)\right]^2 dx, \quad F_q = \int_a^b xf(x)L(\gamma_q, x)dx$$

$C_q^{(i)} = \dfrac{1}{M_q}\displaystyle\int_0^\infty \Delta(\alpha)S_i(\alpha)H_q(\alpha)d\alpha$, де $\Delta(\alpha)$, – відома обмежена функція,

$$S_i(\alpha) = \int_a^b sJ_0(s\alpha)L(\gamma_i, s)ds, \quad H_q(\alpha) = \int_a^b x\begin{Bmatrix} J_0(x\alpha) - J_0(a\alpha) \\ J_0(x\alpha) - J_0(b\alpha) \end{Bmatrix} L(\gamma_q, x)dx,$$

отримуємо співвідношення для відшукання коефіцієнтів розкладу (2):

$$a_1 = \frac{1}{P_1}\left[\int_a^b xL(\gamma_1, x)dx + F_1 - c_1^{(1)}M_1\right], \quad a_n = \frac{1}{P_n}\left[F_n - M_1\sum_{i=1}^{n-1} a_i c_n^{(i)}\right], \quad n = \overline{2,m}.$$

Для завершення процесу ітерацій використовується умова $\dfrac{\|y_m - y_{m-1}\|}{\|y_m\|} \le \varepsilon$,де ε – наперед задана відносна точність.