УДК 519.217

М. Приймак, С. Прошин
(Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя)

РЕЗУЛЬТАТИ ОЦІНОК МАТРИЦЬ ЙМОВІРНОСТЕЙ ПЕРЕХОДІВ ПЕРІОДИЧНОГО ЛАНЦЮГА МАРКОВА

При використанні періодичних ланцюгів Маркова, як моделей ритмічних сигналів, явищ, часто необхідно знати їх матриці ймовірностей переходів. Один із перспективних напрямків використання матриць переходів – розрахунок прогнозних значень ланцюгів. На практиці, як правило, матриці переходів є невідомими, тому виникає потреба їх оцінювання. Це питання вперше розглянуто в одній із робіт авторів, де запропоновано метод оцінювання матриць переходів періодичних ланцюгів. В цій доповіді наведемо приклади оцінювання матриць і точність їх оцінювання.

Для оцінювання матриць переходів на першому кроці було проведено імітаційне моделювання реалізації періодичного ланцюга Маркова з періодом $L = 4$. Для цього було використано чотири матриці розміром 4×4 кожна.

$$P^{(1)} = \begin{vmatrix} 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.850 \\ 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.850 \\ 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.850 \\ 0.050 & 0.050 & 0.050 & 0.850 \end{vmatrix} \qquad P^{(2)} = \begin{vmatrix} 0.050 & 0.050 & 0.850 & 0.050 \\ 0.050 & 0.050 & 0.850 & 0.050 \\ 0.050 & 0.050 & 0.850 & 0.050 \\ 0.050 & 0.050 & 0.850 & 0.050 \end{vmatrix}$$

$$P^{(3)} = \begin{vmatrix} 0.050 & 0.850 & 0.050 & 0.050 \\ 0.050 & 0.850 & 0.050 & 0.050 \\ 0.050 & 0.850 & 0.050 & 0.050 \\ 0.050 & 0.850 & 0.050 & 0.050 \end{vmatrix} \qquad P^{(4)} = \begin{vmatrix} 0.850 & 0.050 & 0.050 & 0.050 \\ 0.850 & 0.050 & 0.050 & 0.050 \\ 0.850 & 0.050 & 0.050 & 0.050 \\ 0.850 & 0.050 & 0.050 & 0.050 \end{vmatrix}$$

В результаті імітаційного моделювання були отримані реалізації об’ємом $n = 1000;\ 10000;\ 50000;\ 100000$ відліків. Використовуючи ці реалізації та метод оцінювання, на наступному кроці були знайдені оцінки матриць. Нижче наведено лише результат оцінювання з використанням вибірки об’ємом $n = 50000$ відліків.

$$\tilde{P}^{(1)} = \begin{vmatrix} 0.048 & 0.048 & 0.050 & 0.854 \\ 0.044 & 0.066 & 0.057 & 0.833 \\ 0.042 & 0.054 & 0.032 & 0.873 \\ 0.036 & 0.051 & 0.043 & 0.871 \end{vmatrix} \qquad \tilde{P}^{(2)} = \begin{vmatrix} 0.044 & 0.051 & 0.848 & 0.056 \\ 0.065 & 0.050 & 0.836 & 0.049 \\ 0.049 & 0.058 & 0.845 & 0.049 \\ 0.051 & 0.053 & 0.845 & 0.049 \end{vmatrix}$$

$$\tilde{P}^{(3)} = \begin{vmatrix} 0.039 & 0.873 & 0.047 & 0.042 \\ 0.053 & 0.860 & 0.041 & 0.046 \\ 0.048 & 0.849 & 0.047 & 0.054 \\ 0.052 & 0.859 & 0.039 & 0.049 \end{vmatrix} \qquad \tilde{P}^{(4)} = \begin{vmatrix} 0.837 & 0.063 & 0.051 & 0.058 \\ 0.851 & 0.046 & 0.053 & 0.050 \\ 0.856 & 0.050 & 0.047 & 0.047 \\ 0.863 & 0.053 & 0.046 & 0.038 \end{vmatrix}$$

Для визначення похибки оцінювання матриці пропонується використовувати норму матриці Для цього були знайдені різниці між точними матрицями і їх оцінками і для отриманих різниць матриць знайдені їх норми, які і є похибками оцінок. Для випадку, коли $n = 50000$, отримали наступні значення похибок:

$$\left\| P^{(1)} - \tilde{P}^{(1)} \right\| = 0{,}047,\ \left\| P^{(2)} - \tilde{P}^{(2)} \right\| = 0{,}025,\ \left\| P^{(3)} - \tilde{P}^{(3)} \right\| = 0{,}034,\ \left\| P^{(4)} - \tilde{P}^{(4)} \right\| = 0{,}028,$$

Запропоновано також усереднену для всіх матриць похибку оцінювання. Для цього ж випадку ($n = 50000$) усереднена похибка $\left\| P_{усер} \right\| = 0{,}067$. Для порівняння були знайдені усереднені значення похибок для випадків $n = 1000;\ 10000;\ 50000;\ 100000$ відліків. Вони виявилися рівними

$$\left\| P_{усер1} \right\| = 0{,}507,\ \left\| P_{усер2} \right\| = 0{,}179,\ \left\| P_{усер3} \right\| = 0{,}067,\ \left\| P_{усер4} \right\| = 0{,}051.$$