

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ В ОБЛАСТЯХ ІЗ ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

У математичному моделюванні процесів дифузії та тепломасопереносу важливе місце займає аналіз фізичних особливостей досліджуваного об'єкту, постановка математичної задачі, створення обчислювальних алгоритмів її розв'язку та відповідного програмного забезпечення на їх основі. Результатом проведеної роботи повинен бути якісний аналіз та інтерпретація отриманих результатів. При дослідженнях згаданих процесів в реальних анізотропних середовищах складної конфігурації, які містять неоднорідності та включення різної природи, виникає необхідність в розв'язуванні змішаних крайових задач для рівнянь еліптичного типу з розривними розв'язками та потоками [1]. Для врахування впливу таких довільно орієнтованих тонких включень (прошарків) використовуються неоднорідні умови спряження неідеального контакту.

Формулюється крайова задача в двовимірній анізотропній області. В подальшому, ця задача зводиться до деякої варіаційної задачі, яка полягає у знаходженні мінімуму відповідного функціоналу, що включає умови спряження неідеального контакту на поверхнях розриву розв'язку. На границі області можуть бути задані крайові умови першого, другого або третього роду. Умови спряження можна задати із запропонованого набору, який відображає фізико-механічні характеристики тонкого включення. Задачі розглядаються в декартових (x,y) , циліндричних (r,z) та полярних (r,φ) координатах. Для розв'язування задач у варіаційній постановці використовується обчислювальний підхід – дискретизація області на основі методу скінчених елементів (МСЕ) [1]. Варто зазначити, що у побудований функціонал входять параметри крайових умов другого, третього роду та умов спряження. Умови мінімуму функціоналу ведуть до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з симетричною розрідженою додатно визначеною матрицею МСЕ. Врахування неоднорідних крайових умов першого роду відбувається програмно на етапі формування матриці МСЕ, шляхом її переформування. Зменшення ширини стрічки ненульових елементів матриці забезпечується її впорядкуванням – перенумерацією вузлів профільним методом. СЛАР розв'язується за допомогою модифікованого методу квадратних коренів.

Запропонований підхід на основі МСЕ дозволяє будувати обчислювальні алгоритми підвищеного порядку точності, які використовують для апроксимації області кусково - поліноміальні функції МСЕ. Врахування умов спряження полягає у подвійній нумерації точок, які належать включенню, тобто по різні сторони від включення точки з однаковими координатами мають різні номери. Експериментально доведено, що використання для апроксимації лінійних і квадратичних функцій МСЕ для однакової кількості вузлів розбиття дає розв'язки однакового порядку точності. В середовищі C++ Builder 6 створено програмний комплекс для розв'язування змішаних крайових задач з розривними розв'язками і потоками, в якому реалізовані розроблені алгоритми МСЕ.

1. Дейнека В.С., Сергиенко И.В. Модели и методы решения задач в неоднородных средах. – Киев: Наукова думка, 2001. – 606 с.