

УДК 631.356

М.О.Гандзюк, О.В.Приймак¹, І.Г.Ткаченко²¹Луцький державний технічний університет²Тернопільський державний технічний університет імені І.Пулюя

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ УДАРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ „КОРЕНЕПЛІД-ПРУТКОВЕ ПОЛОТНО”

Запропоновано динамічну модель ударної взаємодії коренеплідів з прутковим полотном, яка дозволяє здійснити оцінку напружено-деформівного стану тіла цукрових буряків залежно від швидкості тіл зіткнення, згінної жорсткості прутків полотна, розмірно-масових і експериментально визначених реологічних властивостей (коефіцієнт Пуассона та модуль пружності) матеріалу коренеплідів та розробити методику перевірки параметрів горизонтального пруткового транспортера із умови непошкодження коренеплідів.

В сучасних бурякозбиральних машинах (КС-6Б, КБ-6 та інших) при переміщенні із приймального транспортера на горизонтальний коренеплоди падають з заданої висоти h , що з однієї сторони покращує їх очищення, проте з іншої може викликати певні пошкодження.

Для оцінки можливих пошкоджень проведемо динамічний розрахунок ударної взаємодії коренеплода з прутками полотна транспортера.

Розглянемо систему коренеплід-пружний пруток, кінці якого пружно закріплені згідно до схеми, зображеної на рис.1.

Прогин балки в точці удару $x = a$ позначимо u , зміщення тіла – через s , а місцеве пружне стиснення в точці контакту – через δ . Відповідно $s = \delta + u$. Для розв’язку задачі, згідно теорії поперечного удару Тимошенко [1], можна використати метод розчленування, що полягає в роздільному розгляді руху прутка та коренеплода під дією контактної сили $P(t) = k \cdot \delta^{3/2}$, в якому вихідними є рівняння руху тіла та балки

$$\begin{cases} m \frac{d^2 s}{dt^2} = -P(t); \\ EI \frac{d^4 y}{dx^4} + \rho \cdot F \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} = P(t) \cdot f(x - a), \end{cases} \quad (1)$$

де m – маса коренеплода;

E – модуль пружності прутка;

I – момент інерції сечення прутка;

ρ – густина матеріалу прутка;

F – площа поперечного сечення прутка;

$f(x - a)$ – функція розподілу в точці удару.

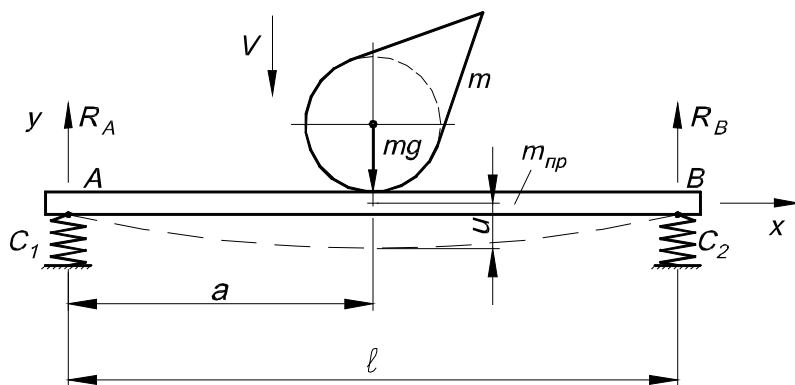


Рис.1. Схема ударної взаємодії „коренеплід-пружний пруток”

Проте розв’язок із використанням даної теорії є складним і не може бути покладеним в основу інженерної методики розрахунку ударної взаємодії коренеплода із прутком.

Аналіз зміни контактних сил для характерної схеми ударних навантажень, проведений в [1], [2], [3], [4], дозволяє встановити, що піки їх максимумів в залежності від вихідних параметрів виникають як у початковий момент контакту, коли прогин балки (прутка) ще незначний, так і в момент, коли прогин близький до максимального, а тіло (коренеплід) сповільнює свій рух практично до нульової швидкості.

При великій масі прутка більш характерний перший випадок, при незначних же масі і жорсткості прутка контактні напруження у другій фазі удару можуть домінувати.

В цьому випадку для знаходження зусилля при ударі можна використати умову рівності кінетичної енергії, роботи сил удару і потенціальної енергії деформації системи [5] та методи оцінки

динамічного зміщення за відомим статичним прогином від аналогічно прикладеної сили.

Для балки, опертої на кінцях, при умові, що удар приходить посередині, із врахуванням приведеної маси, коефіцієнт динамічності, що рівний відношенню динамічного прогину до статичного, визначається [2], [5], [6]

$$\mu = \frac{f_{\text{дин}}}{f_{\text{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{V_0^2}{\Delta_{\text{ст}} g \left(1 + \frac{m_{\text{np}}}{m}\right)}} \quad (2)$$

де m_{np} – приведена маса прутка дійсною масою m_0 , (для випадку удару посередині прутка $m_{\text{np}} = ((17/35)m_0)$);

$\Delta_{\text{ст}}$ – прогин від дії статичної сили $P = mg$.

Приймаючи, що сили пружності в момент динамічного прогину врівноважуються зусиллями контактної ударної взаємодії, визначаємо розрахункову силу ударної взаємодії

$$P_{\text{yo}} = \mu \cdot P_{\text{ст}} = \mu \cdot m \cdot g \quad (3)$$

При взаємодії коренеплода радіусом R із прутком, кривизни якого рівні $K_1 = 0$ та $K_2 = 1/r$ із величиною жорсткого зближення δ , площадка контакту матиме еліпсоподібний вигляд, де півосі a_1 та a_2 визначатимуться за залежностями: $a_1 = \sqrt{R \cdot \delta}$ і $a_2 = \sqrt{R \cdot r \cdot \delta / (R + r)}$.

Площа контактної зони буде становити відповідно:

$$F = \pi \cdot \sqrt{\frac{R^2 \cdot r}{(R + r)}} \cdot \delta \quad (4)$$

Величину жорсткого зближення δ визначимо із формули Герца:

$$P_{\text{yo}} = k \cdot \delta^{3/2} \quad (5)$$

де k – постійна, що залежить від властивостей матеріалів тіл взаємодії та їх геометричних параметрів,

$$k = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{R^2 \cdot r}{(R + r)}} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]^{-1}$$

Відповідно

$$\delta = \left[\frac{3 \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}{4 \sqrt[4]{\frac{R^2 \cdot r}{(R+r)}}} \right]^{\frac{2}{3}} \cdot P_{y0}^{\frac{2}{3}}, \quad (6)$$

де E_1 та E_2 – модулі пружності матеріалу коренеплода та прутка;
 ν_1 та ν_2 – коефіцієнти Пуассона матеріалу коренеплода та прутка.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{P_{y0}}{F} = \frac{P_{y0}^{\frac{1}{3}}}{\pi \sqrt{\frac{R^2 \cdot r}{(R+r)}} \cdot \left[\frac{3 \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}{4 \sqrt[4]{\frac{R^2 \cdot r}{(R+r)}}} \right]^{\frac{2}{3}}} = \\ &= 0,385 \cdot \sqrt[3]{P_{y0} \frac{(R+r)}{R^2 \cdot r} \cdot \left[\frac{E_1 \cdot E_2}{(1-\nu_1^2) \cdot E_2 + (1-\nu_2^2) \cdot E_1} \right]^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Максимальні напруження рівні:

$$\sigma_{\max} = 1,5 \cdot \sigma = 0,5775 \cdot \sqrt[3]{P_{y0} \frac{(R+r) \cdot E_1^2 \cdot E_2^2}{R^2 \cdot r \cdot [E_1(1-\nu_2^2) + E_2(1-\nu_1^2)]^2}}, \quad (8)$$

$$\text{де } P_{y0} = \left[1 + \frac{\sqrt{1 + \frac{V_0^2}{\Delta_{cm} g \left(1 + \frac{m_{np}}{m} \right)}}}{\Delta_{cm} g \left(1 + \frac{m_{np}}{m} \right)} \right] mg.$$

Для нашого випадку модуль пружності буряка згідно [7] приймаємо рівним його математичному очікуванню $E_1 = 18,4 \text{ МПа}$, а коефіцієнт Пуассона $\nu_1 = 0,35$.

Для металевого прутка $E_2 = 2,2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, $\nu_2 = 0,28$.

Приведена маса прутка приймалася рівною $m_{np} = (17/35)m_0$.

Маса коренеплідів приймалась для крупних коренів, які пошкоджуються в більшій мірі, ніж дрібні, а саме $m=1,5$ кг, $R=0,06$ м.

Критичне значення напружень порівнювалось із тимчасовим опором коренеплода при динамічному стискуванні $[\sigma_{cm.o}]=2$ МПа.

Оскільки маса прутка співрозмірна із масою коренеплода, то максимальне значення сили ударної взаємодії в початковий момент зіткнення може переважати його розрахункове значення.

В початковий момент зіткнення коливаннями прутка можна знехтувати, замінивши його тілом із приведеною масою m_{np} та приведеною жорсткістю C_{np} , що дозволяє суттєво спростити рівняння руху (1).

Із врахуванням ваги коренеплода mg система (1) зміниться і для системи координат згідно рис. 1 прийме вигляд:

$$\begin{cases} -m \frac{d^2 s}{dt^2} - mg + P(t) = 0; \\ -m_{np} \frac{d^2 u}{dt^2} - P(t) + C_{np} u = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Величина жорсткого зближення буде рівна $\delta = s - u$.

Сумарний розв'язок рівнянь відносно величини жорсткого зближення, проведений аналогічно[8], приводить до диференціального рівняння

$$\ddot{\delta} + P \left(\frac{m_{np} + m}{m \cdot m_{np}} \right) - \frac{C_{np} u}{m_{np}} - g = 0.$$

Для випадку врахування впливу нежорсткої основи із приведеною жорсткістю C_{np} розв'язок диференціальних рівнянь (9) даний в [8]:

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV^2}{2} = \frac{P^{\frac{2}{3}}}{k^{\frac{2}{3}} \left(1 + \frac{3}{2} B \right)} \left[P \left(\frac{B}{2} + \frac{2}{5} \right) - mg(B+1) \right], \quad (10)$$

$$\text{де } B = k^{\frac{2}{3}} P^{\frac{1}{3}} / C_{np}.$$

Тут V – швидкість коренеплода разом із прутком в момент, коли $V_1 = V_2 = V$ і сила ударної взаємодії досягне максимуму.

Із (10) можна вивести ітераційну залежність для визначення зусилля удару в момент першого типу ударного навантаження

$$P_{i+1} = k^{\frac{2}{5}} \left[\frac{mV_0^2}{2} \left(1 - \frac{V^2}{V_0^2} \right) \frac{1 + \frac{3}{2}B}{\frac{2}{5} + \frac{B}{2} - \frac{mg}{P_i}(B+1)} \right]^{\frac{3}{5}}, \quad (11)$$

де $B = \frac{k^{\frac{2}{3}} P_i^{\frac{1}{3}}}{C_{np}}$.

Для випадку удару в абсолютно жорсткий пруток ($C_{np} \rightarrow \infty$) максимум ударної сили буде при $V = 0$, і тоді залежність (11) перетвориться в відому залежність [1], [2]

$$P_{\max} = k^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{4} m V_0^2 \right)^{\frac{3}{5}}. \quad (12)$$

У випадку пружного виконання прутка максимальне значення удару на першому піку спостерігається при $V > 0$.

Перепишемо залежність (11) у вигляді

$$P_{\max} = k^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{4} m V_0^2 \right)^{\frac{3}{5}} K_V K_B, \quad (13)$$

де $K_V = \left(1 - \frac{V^2}{V_0^2} \right)^{\frac{3}{5}}$; $K_B = \left[\frac{1 + 1.5B}{1 + \frac{5}{4}B - \frac{5}{2} \frac{mg}{P}(B+1)} \right]^{\frac{3}{5}}$.

Оцінимо мінімальне значення коефіцієнта K_V , яке спостерігається при мінімальній жорсткості пружини ($C \rightarrow 0$).

Тоді $B \rightarrow \infty$ і залежність (11) прийме вигляд

$$P_{\max} = k^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{4} m V_0^2 \right)^{\frac{3}{5}} K_V \left[\frac{1.2}{1 - \frac{2mg}{P_{\max}}} \right]^{\frac{3}{5}} = k^{\frac{2}{5}} K_V \left[m V_0^2 \frac{1.5}{1 - \frac{2mg}{P_{\max}}} \right]^{\frac{3}{5}}. \quad (14)$$

З іншої сторони при $C \rightarrow 0$ удар коренеплода із прутком ми можемо розглядати як удар вільних мас m та m_{np} , для яких згідно [2]

$$P_{\max} = k^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{4} \frac{m \cdot m_{np}}{m + m_{np}} V_0^2 \right)^{\frac{3}{5}}. \quad (15)$$

Звідси мінімальне значення

$$K_V = \frac{5}{6} \left(1 - \frac{2mg}{P_{\max}} \right) \left(\frac{m_{np}}{m + m_{np}} \right)^{\frac{3}{5}}. \quad (16)$$

Для визначення приведеної жорсткості прутка розглянемо розрахункову схему (рис. 1).

При абсолютно жорсткому прутку біжучий прогин можна визначити за прогином на опорах (полотні транспортера) за відомими параметрами. Оскільки полотно транспортера розміщено на опорних роликах симетрично, то вважатимемо, що жорсткість опор $C_A = C_B = C_1$ – однакова.

Реакції на опорах А та В при контакті коренеплода на віддалі a від опори А будуть

$$R_A = (1 - \alpha)P; \quad R_B = \alpha P,$$

де $\alpha = \frac{a}{l}$ – відносна віддаль a прикладання сили на прутку довжиною l .

Біжучий прогин абсолютно жорсткого прутка від податливості опор для біжучої координати x буде

$$f_1 = f_A + (f_B - f_A) \frac{x}{l}, \quad (17)$$

де f_A та f_B – відповідно прогин опор А та В від дії сили P ;

$$f_A = \frac{R_A}{C_1} = \frac{(1 - \alpha)P}{C_1}; \quad f_B = \frac{R_B}{C_1} = \frac{\alpha P}{C_1}.$$

Відповідно прогин в точці прикладання сили P (при $x = a$)

$$f_1 = \frac{P}{C_1} [2\alpha(\alpha - 1) + 1] = \frac{k_1 P}{C_1}. \quad (18)$$

Переміщення f_2 прутка в точці прикладання сили P в результаті пружного згину самого прутка згідно [6] буде

$$f_2 = \frac{P}{C_1} [(1-\alpha)x^3 - (1-\alpha)^3 x^3 + l^2(1-\alpha)^3 x - l^2(1-\alpha)x] = \frac{k_2 P l^3}{48EI_y} \quad (19)$$

Сумарне переміщення (прогин) прутка для малих переміщень буде

$$f = f_1 + f_2, \quad (20)$$

і, відповідно, приведена жорсткість прутка в точці удару буде

$$C_{np} = \frac{P}{f_1 + f_2} = \frac{C_1}{k_1 + \frac{k_2 l^3 C_1}{48EI_y}}. \quad (21)$$

Аналіз отриманих залежностей для конкретного конструктивного виконання показав, що приведена жорсткість є величиною перемінною, яка змінюється в залежності від місця прикладання ударного зусилля.

Розрахунки показують, що, для випадку удару коренеплода масою $m=1,5$ кг в пруток транспортера, коефіцієнт K_V в залежності (13) приймає значення в межах $0,45 < K_V < 0,6$, а K_B коливається в межах $1,21 < K_B < 1,24$.

В цьому випадку максимальну ударну силу на першому піку діаграми ударного навантаження можна, з певним запасом, визначити за формулою

$$P_{y\delta} = (0,55 \dots 0,75) k^{\frac{2}{5}} \left(\frac{5}{4} m V_0^2 \right)^{\frac{3}{5}}, \quad (22)$$

що становить 55...75% від максимально можливої ударної сили в нерухому основу із параметрами циліндричного прутка.

Підбір конструктивних параметрів сепаратора, а саме висоти перевищення подаючого транспортера над поздовжнім, параметрів прутка, а також швидкості подачі прутка здійснюють таким чином, щоб в результаті контактні напруження не перевищували максимально допустимих із умови непошкодження цукрових

буряків. За даними експериментальних досліджень приведена жорсткість прутка $C_{\text{пр}}$ в місці падіння коренеплодів становить $C_{\text{пр}}=18000 \text{ Н/м}$ і для цього значення приведені графіки на рис. 5, 6.

Відповідно методика перевірки параметрів транспортера із умови непошкодження коренеплодів буде такою:

– визначають швидкість зіткнення $V_0 = \sqrt{2gh}$;

– за залежностями (3) та (22) визначають ударні сили на різних ділянках діаграми навантаження і приймають найбільше розрахункове значення;

– за залежністю (8) визначають максимальні контактні напруження в момент удару і порівнюють їх із допустимими.

1. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.
2. Вибрация в технике. – Справочник. В 6-ти томах. Т.4 / Под ред. Э.Э.Лавенделла. – М.: Машиностроение, 1981. – 509 с.
3. Гольдсмит В. Удар. – М.: Стройиздат, 1965. – 448 с.
4. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. – М.: Наука. 1977. – 224 с.
5. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
6. Сопrotивление материалов: Учебник для вузов / Под общей редакцией Г.С.Писаренко. – Киев: Вища школа, 1979. – 696 с.
7. Свеклоуборочные машины: (Конструирование и расчет) / Л.В.Погорельый, Н.В.Татьянко, В.В.Брей и др.; Под общ. ред. Л.В.Погорелого. – К.: Техніка, 1983. – 168 с.
8. Напрямки вдосконалення бурякозбиральної техніки / Р.Б.Гевко, І.Г.Ткаченко, С.В.Синій та ін. – Луцьк: ЛДТУ, 1999. – 168 с.