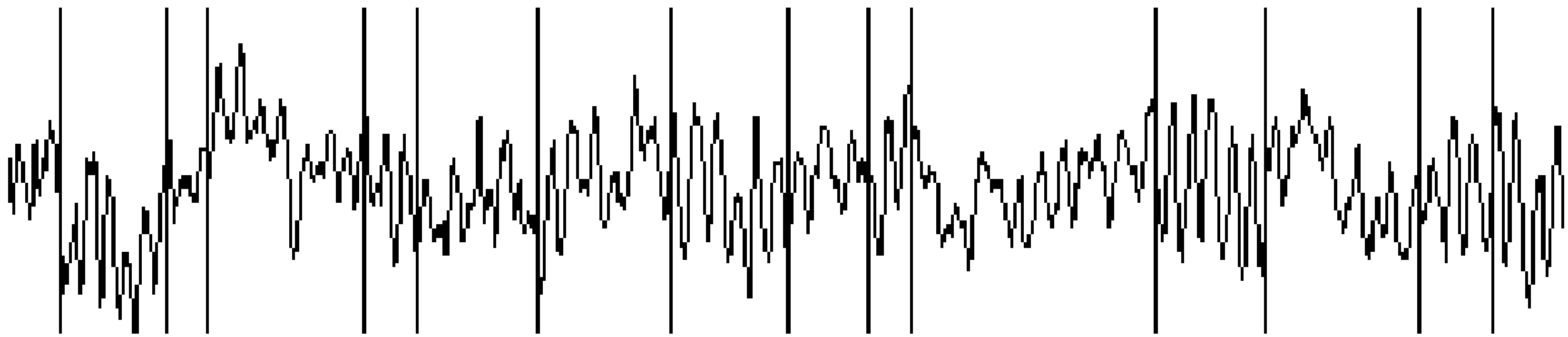
Методи виявлення розладки випадкових процесів

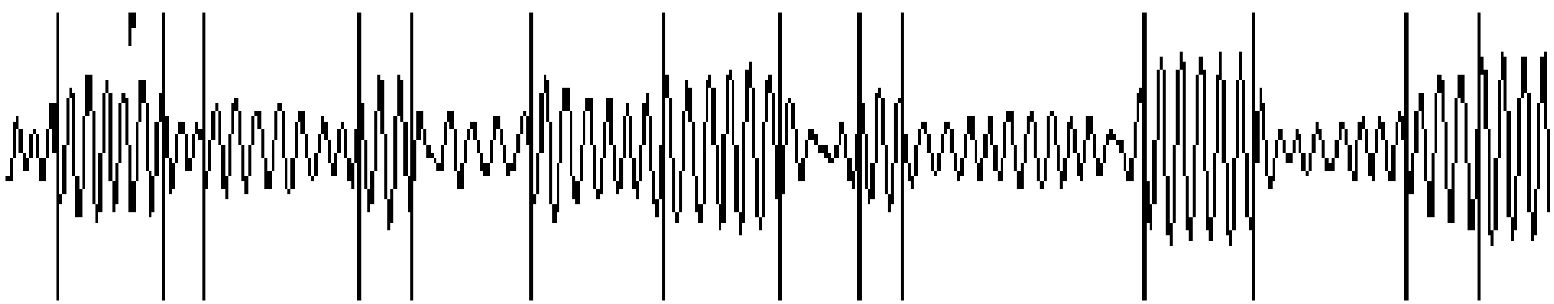
Виконав:
студент групи СНм-51
Сікач Б.Я.

Тернопіль, 2012

Розладка – це будь-який відхід від однорідності спостережень (стрибкоподібна зміна якої-небуть ймовірнісної характеристики випадкової послідівності)



Розладка за математичним сподіванням



Розладка за дисперсією

Необхідність виявлення розладки виникає при практичних завданнях:

- поточного контролю виробництва,
- технічної та медичної діагностики,
- гідроакустики,
- геофізики,
- аналізі історичних текстів.

Історичні етапи розробки методів виявлення розладки випадкових послідовностей:

- 30-ті роки XX ст. (У. Шьюхарт)
- 40-50-ті роки XX ст. (А. Колмогоров, Е. Пейдж, К. Кемп)
- 60-70-ті роки XX ст. (В. А. Котельников, Р. Л. Стратонович, Н. Клигене, А. Ширяєв)
- 70-90-ті роки XX ст. (М. Полак, Д. Зігмунд, Г. Лорден)

Два основних типи завдань, що вирішуються за допомогою алгоритмів виявлення розладки

- Задача якнайшвидшого виявлення розладки. Необхідно виявляти розладку якомога швидше після її появи, але не потрібно точно вказувати момент часу, коли сталася розладки.
- Оцінювання моменту появи розладки post factum. Кінцева вибірка спостережень збирається до початку вирішення задачі. Потрібно оцінити момент появи розладки якомога точніше.

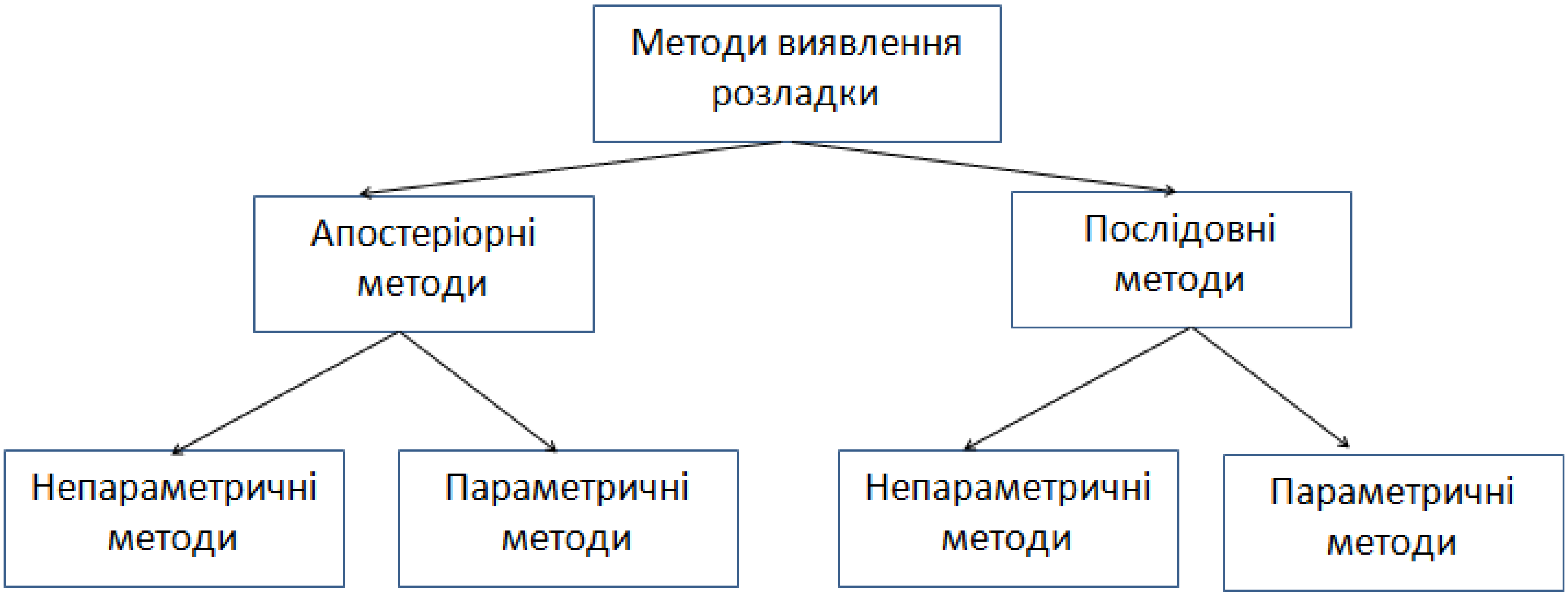
Основні варіанти критеріїв оптимізації послідовних алгоритмів :

1. Необхідно відшукати правило подачі сигналу про розладку, яке мінімізує середній час τ^ запізнювання і виявленні розладки.

2. Необхідно мінімізувати середній час τ^ запізнювання і виявлення розладки при заданій ймовірності помилкової тривоги.

3. Необхідно отримати алгоритм, що мінімізує верхню межу середнього запізнення у виявленні розладки по всіх можливих моментах виникнення розладки, при заданому середньому часу від початку спостереження до подачі помилкової тривоги за умови, що спостерігається нерозладнена послідовність.

Загальна класифікація методів виявлення розладки



Метод Пейджа

$\{x_1^N\}$ – незалежна одновимірна випадкова послідовність

$\omega(x_t/\theta)$ – щільність розподілу спостережень x_t,

при $t=\overline{1,t_0-1}$ скалярний параметр $\theta=\theta_1$,

при $t=\overline{t_0,N}$ – параметр θ_2.

θ_1 і θ_2 відомі , а всі значення $t=\overline{1,N}$ – рівноймовірні.

Ідея Пейджа – перевірка N+1 гіпотез, які полягають в тому, що t_0=1,2,..,N+1.
За таких умов ймовірність помилкової класифікації буде мінімальна, якщо гіпотеза H_k приймається при виконанні умов:

$$l_k(x) \ge l_j(x) \qquad \forall j : j \ne k,$$

$$l_k(x) = \sum_{t=1}^{k-1} \ln \omega(x_t/\theta_1) + \sum_{t=k}^{N} \ln \omega(x_t/\theta_2),$$

$l_m(x)$ – функція правдоподібності, що відповідає гіпотезі H_m

Метод Хінклі

Нехай де $t_{0_{мп}}$ – оцінка моменту максимальної правдоподібності,

$y_t = \frac{1}{t-1}\sum_{i=1}^{t-1} x_i$ – оцінка максимальної правдоподібності досліджуваного параметру до моменту t,

$y_t^* = \frac{1}{N-t+1}\sum_{i=t}^{N} x_i$ – оцінка максимальної правдоподібності досліджуваного параметру після моменту t.

Хінклі розглянув два випадки:

а) θ_1 відомий, а θ_2 невідомий;

Оцінка $t_{0_{мп}}$ отримується заміною невідомої величини θ_2 оцінкою максимальної правдоподібності.

$$\hat{\theta}_2 = \frac{1}{N-t+1}\sum_{i=t}^{N} x_i = y_t^*,$$

тоді

$$t_{0_{мп}} = \arg\max_{t=2,N} \left\{(t-1)(N-t+1)(y_t^* - \theta_1)^2\right\},$$

б) оцінками заміняються θ_1 і θ_2:

$$t_{0_{мп}} = \arg\max_{t=2,N} \left\{(t-1)(N-t+1)(y_t^* - y_t)^2\right\},$$

Перелік використаних джерел

1. Ширяев А. Н. Статистический последовательный анализ. М.: Наука, 1969, 231 с.

2. Дарховский Б. С, Бродский Б. Е. Апостериорное обнаружение момента «разладки» случайной последовательности.— Теория вероятн. и ее примен., 1980

3. Дарховский Б. С, Бродский Б. Е.   Анализа исторических текстов

4. Никифоров И.В. Последовательное обнаружение изменения свойств временных рядов