

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕМІЩЕННЯ СИПКОГО ВАНТАЖУ В РОБОЧОМУ ПРОСТОРИ БУНКЕРНИХ СИСТЕМ

Гевко І.Б. к.т.н., Пелешок Т.М., Рогатинська Л.Р.

(Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя;  
Державне підприємство „Тернопільський науково – виробничий центр  
стандартизації, метрології та сертифікації ”.)

*В статті на основі основних положень теорії суцільного середовища моделюється рух сипкого вантажу в робочому просторі бункера. Модель передбачає апроксимацію розподілу швидкостей вантажу, із умови постійності розходу та нерозривності потоку, степеневою залежністю, параметри якої визначаються за експериментальними дослідженнями. Результати дослідження призначені для подальшого визначення розподілу напружень в потоці та, відповідно, проектування надійних бункерних систем.*

**Постановка проблеми.** Бункерні системи широко застосовуються в засобах механізації сільського господарства. Від надійності та стабільності роботи бункерів у великій мірі залежать якісні показники виконання технологічних процесів та стабільність роботи транспортно-технологічних систем для переміщення сипких матеріалів. [1,2]. Особливо це стосується бункерів гвинтових конвеєрів, де їх коефіцієнт заповнення і, відповідно, продуктивність, формується в зоні завантаження і залежать від параметрів завантажувального отвору та режимів роботи [2,3]. Умови завантаження визначають стабільність роботи та постійність розходу, що особливо важливо, для дозуючих систем. А тому дослідження процесів переміщення сипкого вантажу в просторі бункерних систем є актуальним.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженню бункерів та процесів витікання вантажу із бункерів присвячено багато робіт [1,2,4,5], в яких розкрито особливості витікання вантажу із бункерів, формування склепіння, вплив параметрів вивантажувального отвору на розхід вантажу, тощо. У вказаних дослідженнях в основному визначаються закономірності процесу завантаження за інтегральними та усередненими параметрами. Питаннями „гідралічного” витікання вантажу в робочому просторі бункера, при якому формується потік вантажу із стабільними кінематичними параметрами та здійснюється рівномірне випорожнення бункера, розглянуто в працях [6,7]. Моделі переміщення сипкого вантажу в робочому просторі бункерів ґрунтуються, в основному, на теорії суцільного середовища [8,9]. В низці робіт сипке середовище моделюють сукупністю частинок вантажу, які взаємодіють між собою [6,7,10]. Проте дослідження напружено-деформованого стану сипкого вантажу в бункері в процесі його нестационарного витікання практично відсутні. Знання кінематики потоку розподілу напружень та деформацій в його середині є надзвичайно важливим для проектування транспортно-технологічних процесів, чому сприятиме розроблена модель.

**Мета роботи.** Метою даного дослідження є встановлення основних закономірностей переміщення сипкого вантажу в робочому просторі бункерів та особливостей формування потоку в зоні завантаження транспортних систем.

**Реалізація результатів досліджень.** В даній статті розглядаються бункери з плоскими стінками з горизонтальним вивантажувальним отвором, який утворюється нижніми краями бокових стінок. Сипкий вантаж приймаємо як суцільне полізотропне середовище, яке відповідає таким допущенням:

1. В загальному випадку, до граней довільного виділеного елементарного об'єму вантажу прикладені тангенціальні  $\tau_{ij}$  та додатні нормальні  $\sigma$ , контактні напруження, а напружений стан в декартовій системі координат описується рівнянням рівноваги [11]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho(x_i + g_y) = 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho(\ddot{y}_i + g_y) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \rho(\ddot{z}_i + g_z) = 0.$$

де  $\rho$  - густина вантажу;  $\ddot{x}_i$ ,  $\ddot{y}_i$  та  $\ddot{z}_i$  - складові вектора прискорення виділеного об'єму;  $g_x$ ,  $g_y$  та  $g_z$  - складові вектора земного тяжіння.

2. Для великих деформацій, у випадку монотонної деформації (яка не змінює знак), головні осі тензора напружень  $\{\tau_{ij}\}$  співпадають з головними осями тензора швидкостей деформацій  $\{\dot{\gamma}_{ij}\}$ , що відповідає умові:

$$\{\tau_{ij}\} = M\{\dot{\gamma}_{ij}\} \quad (2)$$

3. Зв'язок між напруженнями та швидкостями деформацій визначається через коефіцієнт внутрішнього тертя  $\mu$  згідно закону Амонтон-Кулона

$$\bar{\tau} = -\mu\rho \frac{\Delta \bar{v}}{|\Delta \bar{v}|}, \quad (3)$$

де  $\rho$  та  $\tau$  нормальні та тангенціальні напруження на границі шарів вантажу;  $\Delta \bar{v}$  - вектор відносної швидкості зміщення шарів.

4. Матеріал вантажу не стискується, а умова нерозривності, для великих деформацій, має вигляд

$$\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z = 0. \quad (4)$$

Аналитичний розв'язок рівняння (1) разом із рівнянням зв'язку напружень з деформаціями сипкого вантажу та рівняннями нерозривності в загальному випадку отримати неможливо, а тому, для аналізу процесу переміщення сипкого вантажу в просторі бункерних систем та експериментального підтвердження отриманих закономірностей, розглянемо плоский бункер розміри якого по товщині (осі  $Ox$ ) є незначними порівняно з розмірами по довжині та ширині (менше 5%). В такому випадку напружено-деформований стан вантажу можна розглядати як плоско-деформований, для якого  $\dot{\gamma}_{xy} = \dot{\gamma}_{xz} = \dot{\epsilon}_x = 0$  (у випадку переміщення вантажу в площині  $yOz$ , де вісь  $Ox$  напрямлена протилежно вектору земного тяжіння)

Тоді рівняння рівноваги (1) приймуть вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial z} + \rho \dot{y} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} + \rho(\ddot{z} - g) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Вектор швидкості довільного виділеного елементарного об'єму вантажу розмірами  $dy$ , та  $dz$ , в потоці для випадку плоского бункера

$$\bar{v}_i = v_y \bar{j} + v_z \bar{k}. \quad (6)$$

Відповідно, за умови нерозривності, швидкості деформації виділеного об'єму будуть

$$\dot{\epsilon}_y = \frac{\partial v_y}{\partial y}; \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial v_z}{\partial z}; \quad \dot{\gamma}_{yz} = \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}. \quad (7)$$

На рис. 1,а наведений випадок гідравлічного витоку вантажу при гіпотезі паралельного зсуву шарів, який теоретично можливий при рівномірному заборі матеріалу і відсутності сил тертя на стінках бункера, а на рис. 1,б - випадок рівномірного по січенню витоку.

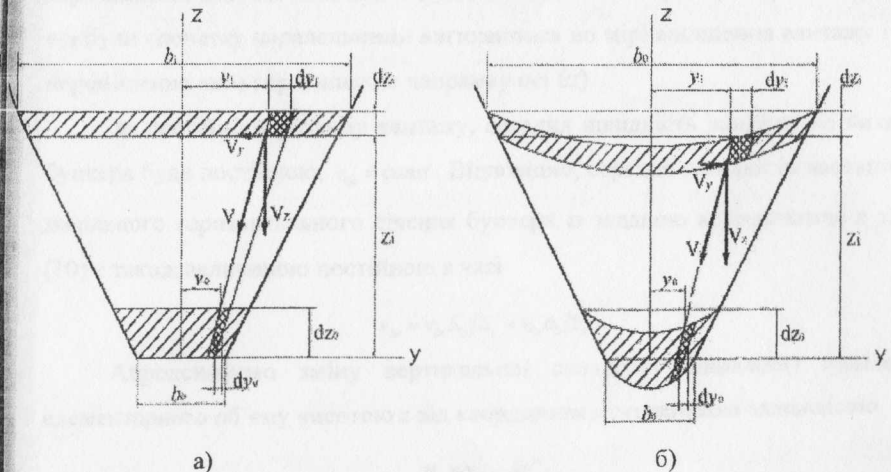


Рисунок 1. Схема до визначення деформації при гідравлічному витоку вантажу з паралельним зсувом шарів матеріалу (а) та при витоку вантажу із врахуванням тертя матеріалу до стінок жолоба (б).

У першому випадку приймаємо, що деформація проходить рівномірно, тобто для кожного елементарного об'єму з однаковою координатою  $z$  буде однакова деформація. Якщо матеріал при русі у просторі бункера не ущільнюється і не розріджується, то для довільного виділеного елементарного об'єму  $A$  з координатами  $y$ , та  $z$ , у випадку великих деформацій при плоско-деформованому стані, умова суцільності сипкого матеріалу має вигляд:

$$\dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z = 0. \quad (8)$$

Згідно експериментальних досліджень розхід вантажу у бункері можна вважати постійним. Відповідно, швидкість проходження вантажу через вивантажувальний отвір є також постійною в часі і рівною

$$v_0 = \frac{Q_{\dot{\epsilon}}}{S_0} = \frac{Q_{\dot{\epsilon}}}{a_0 \times b_0}, \quad (9)$$

де  $Q_{\dot{\epsilon}}$  - розхід бункера;  $a_0 \times b_0$  - розміри вивантажувального отвору.

Із умови постійності розходу через паралельні площини, рис. 1

$$Q_{\dot{\epsilon}} = v_{i0} S_0 = v_{iz} S_i, \quad (10)$$

де  $S_i$  - площа січення з координатою  $z$ , що відповідає координаті виділеного об'єму;  $v_{iz}$  - вертикальна складова швидкості  $i$ -го шару.

Для випадку виконання бункера з плоскими стінками,  $b_z = b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta$  абсолютна швидкість  $i$ -го шару по осі  $Oz$  буде:

$$v_{iz} = - \frac{Q_{\dot{\epsilon}} b_0}{S_0 (b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)} = - \frac{v_0 b_0}{b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta}. \quad (11)$$

Швидкість переміщення довільно виділеного об'єму в напрямку осі  $Oy$  для випадку рівномірної деформації

$$v_{iy} = - \frac{v_{iz} \cdot y}{z + \frac{b_0}{2 \operatorname{tg} \delta}} = - \frac{2v_0 b_0 \operatorname{tg} \delta \cdot y}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^2}. \quad (12)$$

Відповідно, швидкості деформації довільного об'єму координатами  $x$  та  $y$  для бункера з плоскими стінками будуть

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_y &= \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{2v_0 b_0 \operatorname{tg} \delta}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^2}; & \dot{\epsilon}_z &= \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{2v_0 b_0 \operatorname{tg} \delta}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^2}; \\ \dot{\gamma}_{yz} &= \frac{dv_y}{dz} + \frac{dv_z}{dy} = - \frac{8v_0 b_0 y \operatorname{tg}^2 \delta}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^3}. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналіз зміни швидкостей деформацій показує, що умова паралельного переміщення шарів матеріалу може виконуватись, в першому приближенні, лише при малих значеннях коефіцієнта тертя вантажу по стінках бункера та при великих нахилах стінок. Тобто, для реального конструктивного виконання бункера вплив коефіцієнта тертя вантажу до стінок бункера є суттєвим і призводить до викривлення шарів по мірі висипання вантажу із бункера, що підтверджується експериментальними даними.

Як і в попередньому випадку розглянемо бункер незначної товщини із плоско - деформованим напруженим станом вантажу, для якого вплив тертя вантажу до стінок бункера є суттєвим, рис. 1, б. Приймаємо також, що нахил стінок бункера перевищує кут природного відкосу вантажу, а тому переміщення набуває весь вантаж, що знаходиться в бункері. При цьому шари, які були спочатку паралельними вигинаються по мірі висипання вантажу і його переміщення вниз (протилежно напрямку осі  $Oz$ ).

За постійного розходу вантажу, середня швидкість вантажу на виході із бункера буде постійною,  $v_{0c} = \text{const}$ . Відповідно, середня швидкість частинок  $v_{ic}$  довільного горизонтального січення бункера із заданою координатою  $z$  згідно (10) є також величиною постійною в часі

$$v_{ic} = v_{0c} S_0 / S_i = v_{0c} b_0 / b_i. \quad (14)$$

Апроксимуємо зміну вертикальної складової швидкості виділеного елементарного об'єму висотою  $z$  від координати  $y$  степеневою залежністю

$$v_{iz} = v_{i0} - ky^a, \quad (15)$$

де  $v_{i0}$  - закон зміни швидкості частинки координатою  $y=0$ ;  $k$  та  $a$  - параметри моделі, які в загальному випадку можуть бути функціями від  $z$ .

Визначимо середню швидкість частинок у шарі з координатою  $z$

$$v_{zc} = \frac{\int_0^{\frac{b_z}{2}} v_z dy}{\frac{b_z}{2}} = \frac{\int_0^{\frac{b_z}{2}} (v_{z0} - ky^\alpha) dy}{\frac{b_z}{2}} = v_{z0} - \frac{k}{(\alpha+1)} \left(\frac{b_z}{2}\right)^\alpha \quad (16)$$

Для оцінки можливих параметрів  $k = k_0$  та  $\alpha$  потоку на виході із бункера розглянемо розподіл швидкостей по січенню вихідного отвору, тобто при  $b_z = b_0$ . Тоді середня швидкість вантажу  $v_{0c}$  із максимальною швидкістю  $v_{0max}$ , яку набуває вантаж посередині вивантажувального отвору ( $y=0$ ;  $z=0$ ), пов'язана залежністю

$$v_{0c} = v_{0max} - \frac{k_0}{(\alpha+1)} \left(\frac{b_0}{2}\right)^\alpha \quad (17)$$

Різниця між максимальною  $v_{0max}$  та середньою  $v_{0c}$  швидкостями становить

$$\Delta v_{0max} = v_{0max} - v_{0c} = \frac{k_0}{(\alpha+1)} \left(\frac{b_0}{2}\right)^\alpha \quad (18)$$

Швидкість частинок, які знаходяться біля стінок моделі, є мінімальною і згідно (15), рівною

$$v_{0min} = v_{0max} - k_0 \left(\frac{b_0}{2}\right)^\alpha \quad (19)$$

Відповідно різниця між середньою та мінімальною швидкостями становить

$$\Delta v_{0min} = v_{0c} - v_{0min} = \frac{\alpha \cdot k_0}{(\alpha+1)} \left(\frac{b_0}{2}\right)^\alpha \quad (20)$$

Абсолютна різниця швидкостей в потоці, згідно (19)

$$\Delta v_0 = v_{0max} - v_{0min} = k_0 \left(\frac{b_0}{2}\right)^\alpha = (\alpha+1) \Delta v_{0max} \quad (21)$$

Із спільного розв'язку рівнянь (18) та (20) визначаємо параметр моделі  $\alpha$

$$\alpha = \frac{v_{0max} - v_{0min}}{v_{0max} - v_{0c}} - 1 = \frac{v_{0c} - v_{0min}}{v_{0max} - v_{0c}} \quad (22)$$

Значення  $v_{0min}$  та  $v_{0max}$  встановлюють експериментально за результатами кінозйомки відповідно для частинок, що знаходяться біля стінки бункера (тобто з краю потоку) і частинок в середині потоку.

Відповідно параметр,  $k_0$ , як випливає із залежності (21), буде

$$k_0 = \frac{v_{0max} - v_{0min}}{\left(\frac{b_0}{2}\right)^\alpha} = \frac{v_{0max} - v_{0min}}{\left(\frac{b_0}{2}\right)^{\frac{v_{0c} - v_{0min}}{v_{0max} - v_{0c}}}} \quad (24)$$

Оскільки характер апроксимуючої кривої (15) по площині бункера не мінюється, то припускаємо, що вертикальні складові швидкості вантажу по висоті  $z$  змінюються обернено пропорційно ширині січення, тобто:

$$v_{zo} = v_{zmax} = v_{0max} S_0 / S_z = v_{0max} b_0 / b_z; \quad (25)$$

$$v_{z0} = v_{zmin} = v_{0min} b_0 / b_z. \quad (26)$$

Із (22) та (24) випливає, що в апроксимаційній залежності параметр  $\alpha$  залишається незмінним, а параметр  $k$  буде

$$k_z = \frac{v_{zmax} - v_{zmin}}{(b_0/2)^\alpha} = k_0 \frac{b_0}{b_z} \quad (27)$$

Отже параметр  $k$ , є змінною по осі  $Oz$  величиною

$$k_z = k_0 [1 + (2z \operatorname{tg} \alpha) / b_0] \quad (28)$$

З врахуванням (16), (25), (26) та (28) вертикальна складова швидкості довільної частинки  $A$  з координатою  $A(y, z)$  буде

$$v_z = \frac{b_0}{b_z} (v_{0c} - k_0 y^\alpha) = (v_{0c} - k_0 y^\alpha) \left/ \left( 1 + \frac{2z \operatorname{tg} \delta}{b_0} \right) \right. \quad (29)$$

Відповідно розподіл швидкостей деформацій по робочій зоні плоского бункера має вигляд:

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial v_z}{\partial z} = - \frac{2(v_{0c} - k_0 y^\alpha) b_0 \operatorname{tg} \delta}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^2}; \quad (30)$$

$$\dot{\varepsilon}_y = -\dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{2(v_{0c} - k_0 y^\alpha) b_0 \operatorname{tg} \delta}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^2}. \quad (31)$$

Горизонтальні складові вектора швидкості переміщення довільного елементарного об'єму визначаємо із розв'язку диференціального рівняння (31)

$$v_y = \int \frac{\partial v_y}{\partial y} dy + C = \frac{2b_0 \operatorname{tg} \delta}{(b_0 + 2z \operatorname{tg} \delta)^2} \int (v_{0c} - k_0 y^\alpha) dy + C. \quad (40)$$

Із (40) та умови рівності  $v_{y,0} = 0$  при  $y = 0$ , отримуємо

$$v_y = \frac{2b_0 y t g \delta}{(b_0 + 2z t g \delta)^2} \left( v_{0c} - \frac{k_0 y^\alpha}{\alpha + 1} \right). \quad (41)$$

Розподіл зсувних деформацій по робочому просторі плоского бункера буде

$$\dot{\gamma}_{yz} = \frac{dv_y}{dz} + \frac{dv_z}{dy} = - \frac{8b_0 y t g^2 \delta \left( v_{0c} - \frac{k_0 y^\alpha}{\alpha + 1} \right)}{(b_0 + 2z t g \delta)^2} + \frac{\alpha \cdot k_0 b_0 y^{\alpha-1}}{(b_0 + 2z t g \delta)}. \quad (42)$$

Оскільки процес вивантаження супроводжується зменшенням об'єму вантажу в бункері і є нестационарним, то за побудованою моделлю швидкостей та швидкостей деформацій числовими методами будується модель переміщення вантажу, адекватність якої повинна підтверджуватись експериментальними дослідженнями та, при потребі, уточнюватися. Така деформаційна модель дозволяє, в подальшому, будувати моделі розподілу напружень по потоку з використанням умови (2).

**Висновки.** Аналіз моделі переміщення вантажу в бункері паралельними шарами показав, що вона не відповідає реальним умовам і не може бути використана для опису потоку вантажу в бункері. Моделювання зміни осьових складових швидкостей за степеневою залежністю від горизонтальної координати дає, в цілому, достовірну модель, параметри якої необхідно уточнювати за результатами експериментальних досліджень і яка може бути поширена на бункери іншої геометричної форми.

Як показали результати експериментальних досліджень, така модель може використовуватись для визначення поля швидкостей та розподілу контактних напружень в потоці вантажу на початковому етапі випорожнення бункерів, коли весь вантаж знаходиться в русі, а кут нахилу вільної поверхні воронки не перевищує динамічного кута відкосу матеріалу.

## Список літератури

1. Алферов К.В. Зенков Р.Л. Бункерные установки. - М.: Машиностроение, 1975. - 307 с.
2. Григорьев А.М. Винтовые конвейеры. - М.: Машиностроение, 1972. - 184 с.
3. Гевко І.Б. Гвинтові транспортно-технологічні механізми: Розрахунок і конструювання. - Тернопіль: ТДТУ ім. Івана Пулюя, 2008. - 307 с.
4. Квапил Р. Движение сыпучих материалов в бункерах / Пер.с нем. -- М.: 1961.- 102с.
5. Гячев Л.В. Движение сыпучих материалов в трубах и бункерах. - М.: Машиностроение, 1968. - 184 с.
6. Панченко А.Н. Бункера дерноукладчиков зоны орошения. Ашхабад: Ёлым, 1985. 100с.
7. Панченко А.Н. Повышение работоспособности бункеров послыного распределения сыпучих связных материалов сельскохозяйственных и мелиоративных машин, Днепропетровск: -Днепропетр. Вид-во Гос. агр. ун-т, 1995. - 52с.
8. Зенков Р.Л. Механика насыпных грузов. - М.: Машиностроение 1973. - 220с.
9. Гениев Б.М. Вопросы динамики сыпучей среды. ЦНИИСК. Научн. сообщ.- Вып. 2. - М.: Изд. строит. и архитектура, 1985. - 122 - 134.
10. Пік А.І., Дудін О.В., Рогатинська О.Р. Динамічна модель взаємодії частинок сипкого вантажу між собою та з робочими поверхнями машин. //Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. - Харків: вип. 24. - Механізація сільськогосподарського виробництва. - 2004. - С.120-127.