

УДК 621.825

В. Михайлишин; А. Матвійчук, канд. техн. наук;

Ів. Гевко, канд. техн. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ПРИВОДУ, ОСНАЩЕНОГО КУЛЬКОВО-ФРИКЦІЙНОЮ ЗАПОБІЖНОЮ МУФТОЮ

Приведена конструкція кульково-фрикційної запобіжної муфти і досліджена її характеристика з урахуванням мас приводу і жорсткості пружних елементів. Виведені теоретичні залежності для визначення коефіцієнта тертя від швидкості прикладання навантаження, кількості обертів, питомого тиску, величини крутного моменту.

Умовні позначення

$F_{пр}; F_{т.к.}; F; F_{ш};$	- відповідно сила притиску півмуфт і сила тертя в лунці, колова і нормальна сила в зоні контакту кульок та сила в шліцевому з'єднанні;
$F_{ш}$	
$\varphi; \alpha$	- кут тертя та кут нахилу дотичної до осі півмуфти в точці контакту кульок із робочими поверхнями лунок;
γ	- кут нахилу лунки на веденій півмуфті;
$r_{ш}; d_k; Z$	- радіус шліців, діаметр кульок та їх кількість;
$\beta; r$	- кут виходу кульок з лунок та радіус їх розміщення на орбіті;
$a; b$	- відповідно довжина дуги прямолінійної ділянки півмуфти та довжина нахиленої поверхні лунок;
$h; h_{max}$	- величина зачеплення кульки з лункою та максимальна її глибина;
$I_1; I_2; I_3; I_4$	- моменти інерції відповідних мас приводу;
$T_0; T_0$	- моменти, створені двигуном та опором;
$C_1; C_2; C_3$	- відповідно жорсткості системи, згідно динамічної моделі;
$\varphi_1; \varphi_2; \varphi_3; \varphi_4$	- відповідно кути закручування системи;
$\omega_0; t_0$	- кутова швидкість провертання півмуфт і час її спрацьовування;
$f; f_{т.к.}; f_{т.ш.}; \mu_{ш}$	- відповідно коефіцієнт тертя на фрикційних дисках, кульках та в шліцах і коефіцієнт в'язкого тертя в шліцах;
λ_0	- попередній натяг тарілчастої пружини;
Z_2	- число пар поверхонь тертя фрикційних дисків;
$b_1; D_{сп}; [q]$	- відповідно робоча ширина дисків та їх середній діаметр, допустимий тиск на поверхнях.

На сучасному етапі розвитку вітчизняного промислового виробництва важливою проблемою раціональне використання наявних енергетичних і сировинних ресурсів.

Природньо, що суттєвим в цій проблемі є питання вторинного використання матеріалів з тканин, які широко розповсюджені в техніці у вигляді автотракторних шин.

Слід віддавати перевагу методам переробки цих відпрацьованих автотракторних шин, які не зв'язані зі складними процесами і дозволяють за допомогою технологічного обладнання швидко, без великих витрат одержувати готові вироби [1].

Підвищення надійності та довговічності конструкції верстата для порізки автотракторних шин залежить від надійності окремих елементів конструкції, робочих органів, приводів, а також пристроїв захисту – запобіжних муфт.

Важливе значення має питання правильного вибору та розміщення запобіжної муфти на верстаті, її конструктивні особливості.

Основним недоліком кульково-фрикційних муфт є невисока точність спрацьовування через непостійний коефіцієнт тертя, прилипання дисків, значним виділенням тепла, що викликає розігрів робочих поверхонь і зменшення їх фрикційних властивостей.

На даний час розроблено ряд конструкцій муфт підвищеної точності обмеження навантаження, що досягається шляхом введення в конструкцію зворотнього зв'язку [2,3]. В загальному він ускладнює конструкцію муфти, але це компенсується рядом переваг, однією з яких є зменшення тиску на фрикційні диски в момент початку спрацювання.

З метою підвищення надійності роботи верстата [1] для порізки автотракторних шин і обмеження навантаження на різальний інструмент під час її провертання, розроблено конструкцію запобіжної муфти з кульковим відтискним елементом [4].

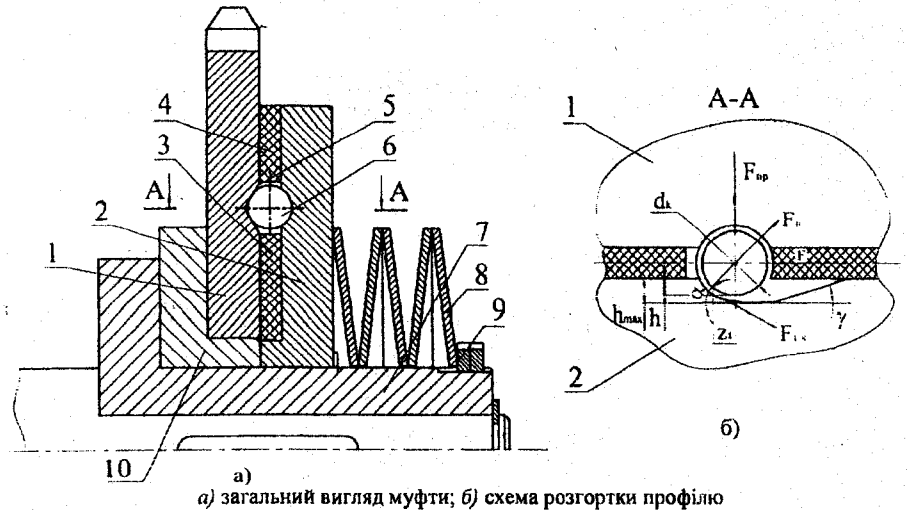


Рис. 1. Кульково-фрикційна запобіжна муфта

Особливістю конструкції, рис. 1а, є те, що вона складається з півмуфти 1, підтискного диска 2, між торцями яких встановлено фрикційні диски 3 і 4 різних діаметрів, що лежать в одній площині. Між фрикційними дисками, по радіусу, виконані гнізда 5, в яких розміщені кульки 6 з діаметром більшим товщини фрикційного диска. Кількість кульок Z визначається з умови міцності та розраховується залежністю [5,6]

$$Z = \frac{F \cos \varphi}{F_H \cos(\alpha - \varphi)} \quad (1)$$

Враховуючи, що коефіцієнт динамічності повинен бути мінімальним, з умови стабільності відтиску підтискного диска 2, приймаємо кількість кульок на орбіті не менше трьох, які розміщені через 120° [5,6].

Підтискний диск взаємодіє з півмуфтою 7 за допомогою шліцевого з'єднання, що забезпечує осьове переміщення й підтискується пакетом тарілчастих пружин 8, які фіксуються гайками 9. Півмуфта 1 взаємодіє з півмуфтою 7 по лівій торцевій та внутрішній поверхні через проміжну втулку 10, що відіграє роль підшипника ковзання і яка забезпечує зменшення сили тертя під час провертання.

Передача крутного моменту, за нормального режиму роботи, одночасно забезпечується кульками і фрикційними дисками, на величину притиску яких впливає сила натиску тарілчастих пружин.

При перевантаженні, зупинці однієї з півмуфт, інша півмуфта провертається на кут β , який забезпечує вихід кульок із зачеплення з нахилоною поверхнею лунки, за залежністю:

$$\beta = \arcsin \frac{h \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{r} \quad (2)$$

Величина кута провороту β враховує діаметр кульок, радіус їх розміщення на орбіті та кут нахилу дотичної в точці контакту з лункою, рис. 1б і рис. 2.

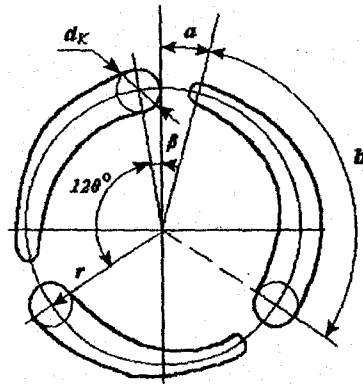


Рис. 2. Схема розміщення лунок

Розмір a визначається із умови міцності та залежить від величини крутного моменту, який передає запобіжна муфта.

З метою зменшення осьових та колових ударів і забезпечення плавного наростання навантаження визначаємо кут нахилу похилої поверхні, по якій переміщується кулька, з врахуванням довжини поверхні $b = (2\pi R/3 - a - 0.3d_k \cdot \text{ctg}\alpha)$, за формулою:

$$\gamma = \arctg \frac{3h}{(2\pi R - 3a - 3h \cdot \text{ctg}\alpha)} \quad (3)$$

В загальному випадку розрахункова модель кульково-фрикційної муфти є системою, яка показана на рис.3.

В процесі роботи запобіжного пристрою можна відзначити декілька характерних моментів:

- а) нормальний режим роботи (без спрацювання), коли здійснюється передача крутного моменту;
- б) перевантаження, коли відбувається вихід кульок із зачеплення;
- в) переміщення кульок до наступної лунки й ковзання півмуфт по фрикційних поверхнях;
- г) входження кульок та фрикційних дисків в зачеплення робочими поверхнями та відскок [2.3].

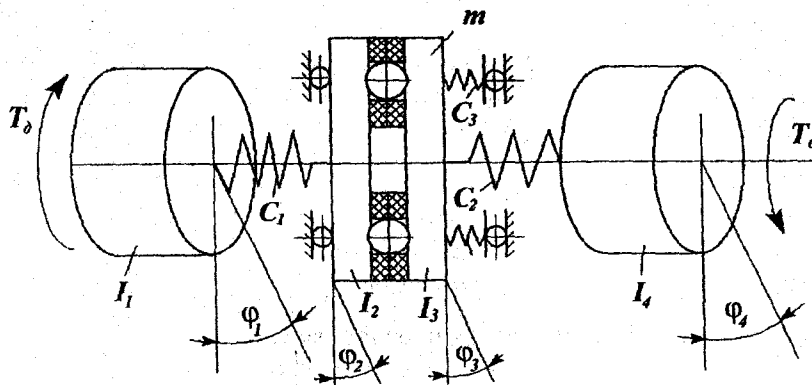


Рис.3. Динамічна модель приводу із запобіжною муфтою

Перший етап роботи без спрацювання півмуфт описується наступними рівняннями:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = T_0 - C_1(\varphi_1 - \varphi_2) \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2) - F \cdot r - 0.5\pi Z_2 \cdot f \cdot b_1 \cdot D_{cp} [q] \\ I_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 = F \cdot r + 0.5\pi \cdot Z_2 \cdot f \cdot b_1 \cdot D_{cp} [q] - C_2(\varphi_3 - \varphi_4) \\ I_4 \cdot \ddot{\varphi}_4 = C_2(\varphi_3 - \varphi_4) - T_0 \end{cases} \quad (4)$$

В цьому режимі роботи $\varphi_2 = \varphi_3$, і тому переходимо до наступної системи:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = T_0 - C_1(\varphi_1 - \varphi_2) \\ (I_2 + I_3) \ddot{\varphi}_2 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2) - C_2(\varphi_2 - \varphi_4) \\ I_4 \cdot \ddot{\varphi}_4 = C_2(\varphi_2 - \varphi_4) - T_0 \end{cases} \quad (5)$$

Якщо вважати, що момент двигуна та опору постійні, то розв'язок системи буде простим. Тому доцільно дослідити динамічні навантаження в системі, коли раптово зростає момент опору до номінального значення за умов: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_4 = 0$; $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3 = \omega_0$ при $t=0$.

Здійснивши заміну $(\varphi_1 - \varphi_2) = \gamma_1$; $(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = \dot{\gamma}_1$; $(\varphi_2 - \varphi_4) = \gamma_2$; $(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = \dot{\gamma}_2$; з врахуванням початкових умов $\gamma_1 = 0$; $\gamma_2 = 0$; $\dot{\gamma}_1 = 0$; $\dot{\gamma}_2 = 0$ систему (5) зводимо до наступного виду:

$$\begin{cases} \ddot{\gamma}_1 = \frac{T_0}{I_2} - \frac{C_1 \gamma_1}{I_1} - \frac{C_1 \gamma_1}{I_2 + I_3} + \frac{C_2 \gamma_2}{I_2 + I_3} \\ \ddot{\gamma}_2 = \frac{C_1 \gamma_1}{I_2 + I_3} - \frac{C_2 \gamma_2}{I_2 + I_3} - \frac{C_2 \gamma_2}{I_4} - \frac{T_0}{I_4} \end{cases} \quad (6)$$

Розв'язуючи системи рівнянь, після відповідних заміन, де

$$K_1 = \left(\frac{C_1(I_1 + I_2 + I_3)}{I_1(I_2 + I_3)} + \frac{C_2}{I_2 + I_3} + \frac{C_2}{I_4} \right);$$

$$K_2 = \left(-\frac{C_1 C_2}{(I_2 + I_3)^2} + \frac{C_1 C_2 (I_1 + I_2 + I_3)}{I_1 (I_2 + I_3)^2} + \frac{C_1 C_2 (I_1 + I_2 + I_3)}{I_1 I_4 (I_2 + I_3)^2} \right);$$

$$K_3 = \left(\frac{T_0 C_2}{I_1 (I_2 + I_3)} + \frac{T_0 C_2}{I_1 \cdot I_4} + \frac{T_0 C_2}{I_4 (I_2 + I_3)} \right);$$

рівняння набуде такого вигляду:

$\ddot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_1 K_1 + \gamma_1 K_2 = K_3$, або $x^4 + K_1 x^2 + K_2 = 0$, яке після заміни $x^2 = y^2$ має вигляд $y^2 + K_1 y + K_2 = 0$. Розв'язуючи його при y_1 і $y_2 < 0$, одержимо $x_1 = (y_1)^{1/2}$; $x_1 = (-y_1)^{1/2}$; $x_2 = (y_2)^{1/2}$; $x_2 = (-y_2)^{1/2}$, де x_1 і x_2 - частоти коливань системи [3]. Розв'язок системи має вигляд $\gamma_1 + \gamma_{1\text{заг}} + \gamma_{1\text{част}}; \gamma_{1\text{част}} = E$, а $\gamma_{1\text{заг}} = A \sin x_1 t + B \cos x_1 t + C \sin x_2 t + D \cos x_2 t$.

Розв'язуючи дане характеристичне рівняння, необхідно визначити початкові умови для $\dot{\gamma}_1$ і $\ddot{\gamma}_1$ з системи (6).

Здійснивши перетворення та заміни, диференціюючи, визначаємо постійні інтегрування, після підстановки яких визначаємо величину γ_1 .

Враховуючи, що величина моменту в першій ланці, який виникає при C_1 і γ_1 , буде $T_1 = C_1 \gamma_1$, одержимо величину максимального моменту

$$T_{1\max} = C_1 \left[\frac{K_3}{K_2} + \left(\frac{T_0/I_1 - x_2^2 K_3/K_2}{x_2^2 - x_1^2} \right) \cos x_1 t + \left(\frac{T_0/I_1 - x_1^2 K_3/K_2}{x_1^2 - x_2^2} \right) \cos x_2 t \right] \quad (7)$$

Враховуючи величину закручування в другій ланці μ_2 після перетворень та спрощень, одержимо момент $T_{2\max}$ за залежністю:

$$\begin{aligned} T_{2\max} = & C_2 \left(\left(C_1 \left(\frac{I_2 + I_3 + I_1}{I_1(I_2 + I_3)} \right) - x_1^2 \right) \left(\frac{T_0/I_1 - x_2^2 K_3/K_2}{x_2^2 - x_1^2} \right) \cos x_1 t + \right. \\ & \left. + \left(C_1 \left(\frac{I_2 + I_3 + I_1}{I_1(I_2 + I_3)} \right) - x_2^2 \right) \left(\frac{T_0/I_1 - x_1^2 K_3/K_2}{x_1^2 - x_2^2} \right) \cos x_2 t + \right. \\ & \left. + \frac{C_1 K_3}{K_2} \left(\frac{I_2 + I_3 + I_1}{I_1(I_2 + I_3)} \right) - \frac{T_0}{I_1} \right) \frac{(I_1 + I_2)}{C_2} \end{aligned} \quad (8)$$

При перевантаженні, повертанні півмуфт виникає сила тертя в шліцах та зміщення півмуфт з фрикційними накладками залежно від глибини та кута α профілю лунк.

Осьове переміщення кульок залежить від глибини зачеплення кульки з лункою, що, в свою чергу, взаємозв'язано з кутовим переміщенням півмуфт наступною залежністю:

$$\varphi_2 - \varphi_3 = h \cdot \operatorname{ctg} \alpha / r. \quad (9)$$

При взаємодії кульки з лункою записуємо умову рівноваги наступними рівняннями:

$$\begin{cases} F - F_H \cdot \cos \alpha + F_{T.K.} \cdot \sin \alpha = 0 \\ F - F_H \sin \alpha - F_{T.K.} \cdot \cos \alpha = 0 \\ F_{T.K.} = F_H \cdot f_{T.K.} \end{cases} \quad (10)$$

Також силу тертя в шліцах можна визначити за залежністю:

$$F_H = |C_2(\varphi_2 - \varphi_3)| \frac{f_{T.ш}}{r_{ш}} h \mu_{ш} \quad (11)$$

Враховуючи залежності (9), (10), (11), записуємо систему рівнянь, за допомогою якої визначасмо динамічні навантаження при спрацьовуванні муфти на другому етапі.

Система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 = T_0 - C_1(\varphi_1 - \varphi_2); \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2) - F_H \cdot r \cdot (\sin \alpha + f_{T.K.} \cdot \cos \alpha) - 0.5\pi \cdot Z_2 \cdot f \cdot b_1 \cdot D_{cp}[q]; \\ I_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 = F_H \cdot r \cdot (\sin \alpha + f_{T.K.} \cdot \cos \alpha) + 0.5\pi \cdot Z_2 \cdot f \cdot b_1 \cdot D_{cp}[q] - C_2(\varphi_3 - \varphi_2); \\ m\ddot{h} = -C_3(h + \lambda_0) + F_H(\cos \alpha - f_{T.K.} \cdot \sin \alpha) - h \cdot \mu_{ш} - |C_2 \cdot \varphi_3| \frac{f_{T.ш}}{r_{ш}}; \\ \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{h \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{r} \end{cases} \quad (12)$$

З рівняння (4) системи (12) визначаємо величину F_H і після підстановки в рівняння (2) (3) системи отримаємо:

$$\begin{aligned} I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 = & C_1(\varphi_1 - \varphi_2) - 0.5\pi \cdot Z_2 \cdot f \cdot b_1 \cdot D_{cp}[q] + \\ & + \frac{(m\ddot{h} + \mu_{ш}\dot{h} + C_3 h + C_3 \lambda_0 + |C_2 \varphi_3| \cdot f_{T.ш}) (r \sin \alpha + r \cdot f_{T.K.} \cos \alpha)}{r_{ш}(\cos \alpha - f_{T.K.} \sin \alpha)}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$I_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 = \frac{(m\ddot{h} + \mu_w \dot{h} + C_3 h + C_3 \lambda_0 + |C_2 \varphi_3| \cdot f_{т.ш.}) (r \sin \alpha + r \cdot f_{т.к.} \cos \alpha)}{r_w (\cos \alpha - f_{т.к.} \sin \alpha)} + 0,5\pi \cdot Z_2 \cdot f \cdot b \cdot D_w [q] - C_2 \varphi_3 \quad (14)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (12) з врахуванням рівнянь (13), (14), числовим методом визначаємо величину крутних моментів $T_1 = C_1 \dot{\varphi}_1$; $T_2 = C_2 \dot{\varphi}_2$.

В такому випадку розглядаємо початкові умови при заклинюванні з холостого ходу або з умови номінального навантаження.

На наступному етапі проходить повертання півмуфт і переміщення кульок по торцевій та нахиленій поверхні під кутом γ , після чого вона входить в зачеплення з передньою поверхнею лунки, розміщеної під кутом α .

На режим роботи, з умови невідривання кульок від робочих поверхонь, суттєво впливає колова швидкість повертання півмуфт, маса рухомої півмуфти, величина сили тертя на фрикційних дисках і в шліцах, жорсткість пружини та інші параметри.

Рівняння руху півмуфти в осьовому напрямку має такий вигляд:

$$m\ddot{h} = -C_3(h + \lambda_0) - \mu_w \dot{h} - |C_2 \cdot \varphi_3| \cdot \frac{f_{т.ш.}}{r_{ш}} \quad (15)$$

Після зведення подібних членів одержимо рівняння виду:

$$\ddot{h} + K_1 \cdot \dot{h} + K_2 \cdot h = K_3, \text{ де } K_1 = \mu_w/m, K_2 = C_3/m, K_3 = (-C_3 \lambda_0 \cdot r_{ш} - |C_2 \varphi_3| \cdot f_{т.ш.})/m r_{ш}.$$

Розв'язок такого неоднорідного рівняння складається із загального і часткового розв'язку. Характеристичне рівняння $x^2 + K_1 x + K_2 = 0$ та має ви-

гляд $x_{1,2} = -K_1/2 \pm \sqrt{K_1^2/4 - K_2}$, де в залежності від коефіцієнтів корені бувають дійс-

ними або комплексними. Як правило, вони є комплексними, де $(K_1^2/4 - K_2) < 0$.

Здійснюючи загальний і частковий розв'язок, одержимо рівняння:

$$\dot{h} = -\frac{K_1}{2} e^{-\frac{K_1}{2} t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + \omega \cdot e^{-\frac{K_1}{2} t} (C \cos \omega t - D \sin \omega t) \quad (16)$$

де $\omega = \sqrt{K_2 - K_1^2/4}$.

Після підстановки початкових умов $\dot{h} = 0$; $h = h_{\max}$ з врахуванням координати лунки визначаємо постійні інтегрування А, В і рівняння лінії, по якій рухається центр кульки.

Рівняння вільного польоту кульки, якщо проходить відрив її від нахиленої поверхні, можна описати системою:

$$\begin{cases} z_1 = r \cdot \omega_0 t - z_{\max} \\ h = e^{-\frac{K_1}{2} t} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) + \frac{K_3}{K_2} \end{cases} \quad (17)$$

Провівши заміну величини Z_1 через кут α і розв'язуючи систему (17) чисельним методом, знаходимо час і швидкість, з якою вона рухалась до того, як впала в лунку.

Аналізуючи величину h , можна зробити висновок про процес переміщення кульки в лунку, виникнення моменту, що передається, від фрикційними дисками та інші параметри.

В подальшому робота муфти проходить, як на другому етапі, але без врахування нормальної складової сили на кульках від навантаження в тарілчастій пружині.

dependences of friction coefficient on loading speed, revolutions, specific pressure, torque moment value are developed.

Література

1. Особливості базування і закріплення автотракторних шин при їх переробці // Науковий вісник. Національний аграрний університет. - №49. - 2002. - С.212-216.
2. Поляков В.С., Барбаш И.Д., Ряховский О.А.. Справочник по муфтам. Л.: Машиностроение, 1979. - 343 с.
3. Ряховский О.А., Иванов С.О. Справочник по муфтам. Л.: Политехника, 1991. - 384 с.
4. Пат. 52114А Україна, МПК⁶ F16D7/02, 7/06. Фрикційна запобіжна муфта / Михайлишин В.І., Матвійчук А.В., Комар Р.В., Гевко І.Б. Чинний від 16.12.02.
5. Матвійчук А.В. Методика розрахунку елементів приводів сільськогосподарських машин // Вісник Тернопільського державного технічного університету. - 1998. - Том 3. - Число 3. - С.55-59.
6. Тепинкичев В.К. Предохранительные устройства от перегрузок станков. М.: Машиностроение, 1968. - 111 с.

Одержано 10.02.2003