

УДК 531.26

Свідерський С, Лихо І.– ст. гр. РТ-11

*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ ГАУССА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ СФЕРИЧНИХ ТІЛ**

Науковий керівник: к. ф.-м. н., доцент Пундик А. В.

При розв'язуванні задач з гео- і астрофізики виникає необхідність розрахувати напруженість гравітаційного поля масивного тіла правильної форми (Землі, зірки, планети, і т.д.). Для цього зручно користуватися теоремою Гаусса:

$$\int g \, dS = -4\pi \gamma M,$$

де  $g$ - напруженість гравітаційного поля,  $\gamma$ -гравітаційна стала,  $M$ - маса, яка охоплюється поверхнею  $S$  і знаходиться в її центрі.

Нами розв'язані такі задачі із застосуванням теореми Гаусса:

1. Розрахунок напруженості гравітаційного поля всередині і поза масивною кулею радіусом  $R$  і густиною  $\rho$  (розв'язок наведений у аналітичній і графічній формі);
2. Розрахунок напруженості гравітаційного поля всередині сферичної щілини, центр якої зміщений відносно центра кулі, в якій вона знаходиться;
3. Розрахунок гравітаційної енергії та потенціалу кулі радіусом  $R$  і густиною  $\rho$  (наведені міркування щодо гравітаційного стискування зірок і максимальної енергії, що виділяється при цьому);
4. Задача про "гравітаційний маятник";
5. Задача про рух зірок всередині і зовні однорідної сферичної галактики (на-ведений, також, графічний розв'язок);
6. Розрахунок величини гравітаційного тиску всередині однорідної кулі з числовими оцінками для Землі (останні дві задачі сформульовані в [1]).

У всіх перерахованих вище задачах густина вважалася сталою величиною, тобто маса — однорідно розподілена всередині кулі. Проте відомо, що переважна більшість великих масивних тіл сферичної симетрії (планети і зірки) не є суцільними однорідними кулями. Найчастіше густина змінюється від великих значень у центрі, для так званого ядра, до значно менших біля поверхні. Щодо Землі, то експериментально доведено, що густина змінюється пошарово, оскільки такі шари, як земна кора, мантія є більш-менш однорідними. Це дає змогу максимально спростити обрахунок і змоделювати математичну функцію залежності густини  $\rho$  від віддалі до центру кулі  $r$ :

$\rho(r) = a + b r$ , де  $a, b$  – константи, що визначаються на основі експерименту.

Знаючи значення середньої густини Землі та значення біля поверхні [2], можна визначити константи  $a, b$ .

Застосувавши функцію  $\rho(r)$ , нами були розв'язані заново окремі з перерахованих вище задач у більш реалістичних умовах.

Перелік посилань:

1. Берклеєвський курс фізики: Механіка – "Наука", М, 1975.
2. М. М. Судо. Современная геология – "Знание", М, 1981.