МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА С.ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.Літнарович

КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

ОНТОДИДАКТИКА ПОЛІНОМІАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

ЧАСТИНА 3

Рівне, 2009

Літнарович Р.М.Конструювання і дослідження математичних моделей.Онтодидактика поліноміальної апроксимації . Частина 3. МЕГУ, Рівне, 2009, -32 с.

Рецензенти:

В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор

Є.С.Парняков, доктор технічних наук, професор

В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

В даній роботі розглядається новий підхід до подачі матеріалу по темі «Поліноміальна апроксимація», розробляються необхідні контролі і повна оцінка точності зрівноважених елементів, приводяться практичні результати по розробленому автором алгоритму в MS EXCEL. Для студентів , аспірантів і пошукувачів вчених ступеней факультету Кібернетики МЕГУ.

Litnarovich R.M.Construction and research of mathematical models.Essential method of studies polinomial'noy approximation . Part 3. IEHU, Rivne, 2009 -32 s.

In this work the new going is examined near the serve of material on the topic «Polinomial'na approximation», necessary controls and complete estimation of exactness of the balanced elements are developed, practical results over are brought on the algorithm developed an author in MS EXCEL. For students, graduate students and seekers scientists of degree department of Cybernetics IEHU.

Зміст

Стор.

Передмова

За результатами педагогічного експерименту при дослідженні залежності якості здачі екзамену у бальній системі по шкалі ECST і числа студентів, які отримали той чи інший бал , будується математична модель у вигляді поліному третього степеня.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі беруться результати педагогічного експерименту – екзаменаційні бали (X_i) і число студентів, які отримали той чи інший бал ($У_i$).

За цими даними була побудована математична модель у вигляді поліному першого степеня способом айменших

квадратів. Дана модель приймалась за істинну модель.

В подальшому генеруються випадкові числа, знаходяться коефіцієнти пропорційності К і дані випадкові числа приводяться до середньої квадратичної похибки 0,5 бали, на яку міг помилитися викладач .

Будуються спотворені моделі, які зрівноважуються по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

1. Теоретико-методологічні аспекти онтодидактичного підходу представлення поліноміальної апроксимації

Слово «онтодидактика» означає наставляння («дидактика») по суті («онто»). Суть же онтодидактичних прийомів в тому, що знаходяться більш прості або більш короткі методи подачі вже усталеного теоретичного матеріалу .

Знаходження цих нових методів процес не простий і потребує постійної «налаштованості» на бажання покращити , вдосконалити подачу матеріалу.

В даній роботі розглядається новий підхід до подачі матеріалу по темі «Поліноміальна апроксимація», розробляються необхідні контролі і повна оцінка точності зрівноважених елементів, приводяться практичні результати по розробленому автором алгоритму в MS EXCEL.

1. Знаходиться матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь **N**

$$\underset{mxm}{N} = \underset{mxn}{X}\,\underset{nxm}{X^T}\ , \qquad (1)$$

де $\mathbf{X^T}$**-** транспонована матриця коефіцієнтів початкових умовних рівнянь **X.**

2. Визначається обернена матриця **Q**

$$\underset{mxm}{Q} = \underset{mxm}{N^{-1}}\ . \qquad (2)$$

3. Обчислюється вектор вільних членів **b**

$$\underset{1xm}{b} = \underset{1xn}{Y}\,\underset{nxm}{X^T}\ . \qquad (3)$$

4. Вичисляється вектор невідомих a

$$\underset{1xm}{a} = \underset{1xm}{b}\,\underset{mxm}{Q}\ . \qquad (4)$$

5. Виконується контроль обчислень

$$\underset{1xm}{b} = \underset{1xm}{a}\,\underset{mxm}{N}\ . \qquad (5)$$

6. Знаходиться вектор зрівноважених значень **Y**‘

$$\underset{1xn}{Y'} = \underset{1xm}{a}\,\underset{mxn}{X}\ . \qquad (6)$$

7. Обчислюється середня квадратична похибка (стандарт) одиниці ваги μ (мю)

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} \underset{1xn}{V}\,\underset{nx1}{V}}{n-m-1}}\ , \qquad (7)$$

де

$$\underset{1xn}{V} = \underset{1xn}{Y'} - \underset{1xn}{Y}\ . \qquad (8)$$

8. Знаходяться обернені ваги коефіцієнтів a_i апроксимуючого поліному, як діагональні елементи оберненої матриці **Q**

$$\frac{1}{P_{aj}} = Q_{jj}\ , \qquad (j = 0,1,2,...,m)\ . \qquad (9)$$

9. І їх стандарти (середні квадратичні похибки)

$$\sigma_{ai} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{ai}}} \ , \qquad (10)$$

де $\sigma_0 = \mu$.

10. Знаходиться допоміжна матриця Q'

……………………

$$\underset{mxn}{Q'} = \underset{mxm}{Q} \underset{mxn}{X} \ . \qquad (11)$$

11. Обчислюється обернена вага функції зрівноважених величин як добуток двох векторів построчно

$$\ldots\ldots \quad \frac{1}{\underset{1x1}{Py'}} = \underset{1xm}{X'} \underset{mx1}{Q'} \ . \qquad (12)$$

12. Розраховуються стандарти зрівноваженої функції

$$\ldots \quad \sigma_{Y'} = \sigma_0 \sqrt{\frac{1}{P_{Y'}}} \ . \qquad (13)$$

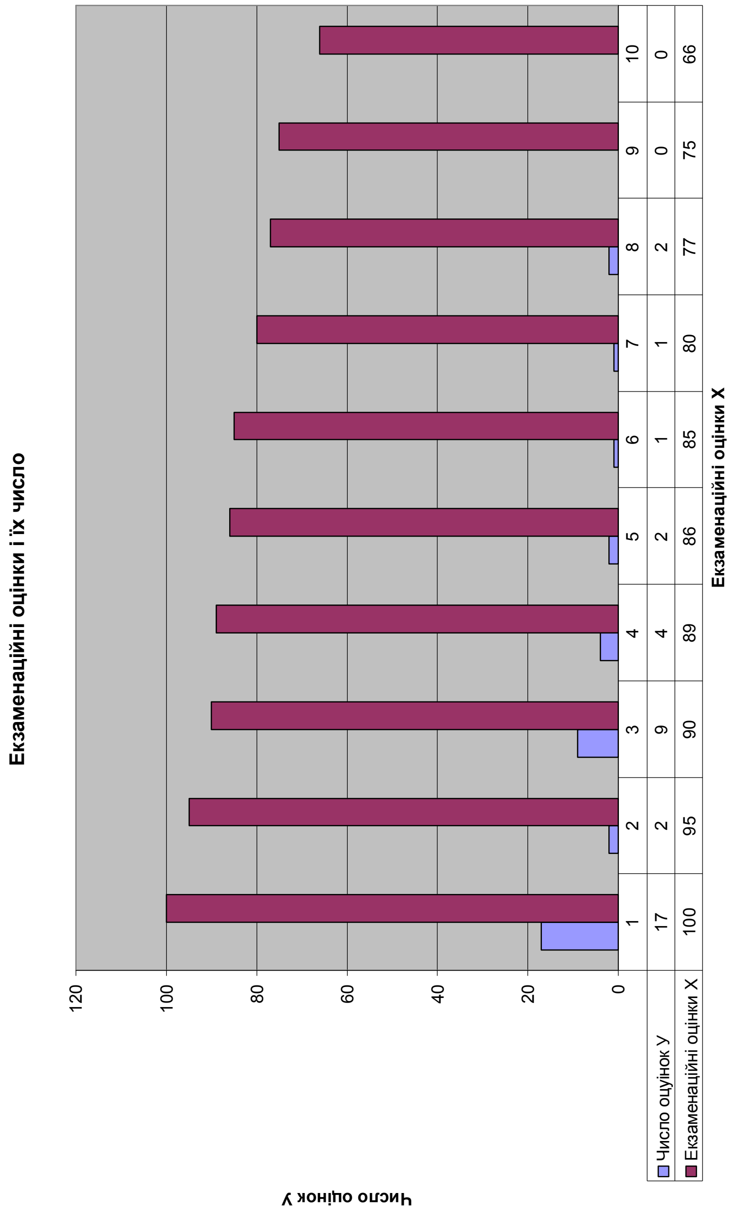
2.Представлення результатів експериментальних даних

За результатами курсового екзамену отримана слідуюча таблиця

……. Таблиця 1. Результати курсового екзамену

№п/п	Екзаменаційні оцінки (Х) (бали по шкалі EST)	Кількість студентів (У)
1	100	17
2	95	2
3	90	9
4	89	4
5	86	2
6	85	1
7	80	1
8	77	2
9	75	0
10	66	0
$\sum$	843	38

Проілюструємо результати екзамену графічно



3.Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Проведемо апроксимацію результатів екзамену кубічним поліномом.

Таблиця коефіцієнтів початкових рівнянь при цьому буде

Таблиця 2. Коефіцієнти початкових рівнянь

X0	X	X^2	X^3
1	100	10000	1000000
1	95	9025	857375
1	90	8100	729000
1	89	7921	704969
1	86	7396	636056
1	85	7225	614125
1	80	6400	512000
1	77	5929	456533
1	75	5625	421875
1	66	4356	287496
10	843	71977	6219429

За формулою (1) знайдемо матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Враховуючи особливості вбудованої в MS EXCEL програми множення матриць, за комп'ютерною формулою

$$= МУМНОЖ(ТРАНСП(A81:D90); A81:D90)\quad, \qquad (14)$$

виділивши попередньо масив, аналогічний масиву (A81:D90), в якому знаходилася матриця коефіцієнтів початкових рівнянь (див. табл.2), натиском клавіш F2, «Ctrl+Shift+Enter», отримуємо матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь N

N=

10	843	71977	6219429
843	71977	6219429	543432709
71977	6219429	543432709	47977055733
6219429	543432709	47977055733	4,27643E+12

…………………………………………………………..(15)

1. Рішення системи лінійних рівнянь

Обернена матриця **Q** знаходиться за комп’ютерною формулою

$$= МОБР(F81:I84) \quad , \qquad (16)$$

виділивши попередньо масив, аналогічний масиву (F81:I84) в якому знаходилася матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь (15), натиском клавіш F2,
«Ctrl+Shift+Enter», отримуємо обернену матрицю $\mathbf{Q=N^{-1}}$

Q=

31823,74352	-1169,11728	14,16301309	-0,056609982
-1169,11728	43,02061433	-0,521978605	0,00208946
14,16301309	-0,521978605	0,006342885	-2,54274E-05
-0,056609982	0,00208946	-2,54274E-05	1,02079E-07

…………………………………………………………(17)

Розраховується визначник оберненої матриці Δ за формулою

$$= МОПРЕД(F87:I90) \quad . \qquad (18)$$

В нашому випадку $\Delta = 1{,}01191E\text{-}16$, а згідно виведеної нами раніше теореми

Теорема. *Система рівнянь не має рішення в тому і тільки в тому випадку, коли визначник оберненої матриці нормальних рівнянь дорівнює абсолютному нулю. У всіх*
інших випадках система має рішення.

Таким чином, у нас випадає зручна нагода перевірити справедливість теореми.

Знайдемо вектор вільних членів за формулою (3)

$$= МУМНОЖ(ТРАНСП(A81:D90);E81:E90) \quad , \qquad (19)$$

виділивши попередньо масив, розмірами 1х4 в якому буде вектор вільних членів системи нормальних рівнянь після натиску клавіш F2, «Ctrl+Shift+Enter», отримуємо вектор **b**

b=

38
3547
332909
31406929

………………………………………………………(20)

Де вектор У

17
2
9
4
2
1
1
2
0
0

(21)

Вектор невідомих, за формулою (4), буде

=МУМНОЖ(F87:I90;F94:F97) …………(22)

І в нашому випадку

a=

-507,8865465
19,81315404
-0,257133688
0,001112978

……………………………………………………………..(23)

Таким чином, нами отримана емпірична формула прогнозу числа студентів, які при заданих умовах отримають відповідний бал за шкалою EST

$$Y' = 0.00111X^3 - 0.25713X^2 + 19.81315X - 507.88655, \quad (24)$$

5. Контроль зрівноваження

Контроль обчислень отримаємо за формулою (5)

$= МУМНОЖ(F81:I84;I94:I97),$ (25)

і вектор вільних членів буде

38,00000001
3547,000001
332909,0001
31406929,01

(26)

Лише тепер ми можемо переконати опонентів не тільки у справедливості сформульованої вище Теореми, але і в коректності отриманої нами емпіричної формули (24).

В багатьох підручниках і посібниках на цьому освітлен-ня даної проблеми і завершується, а ми продовжимо дослідження побудованої нами математичної моделі.

За формулою (6) знайдемо значення зрівноваженої функції за способом найменших квадратів

$= МУМНОЖ(A81:D90;I94:I97)$, (27)

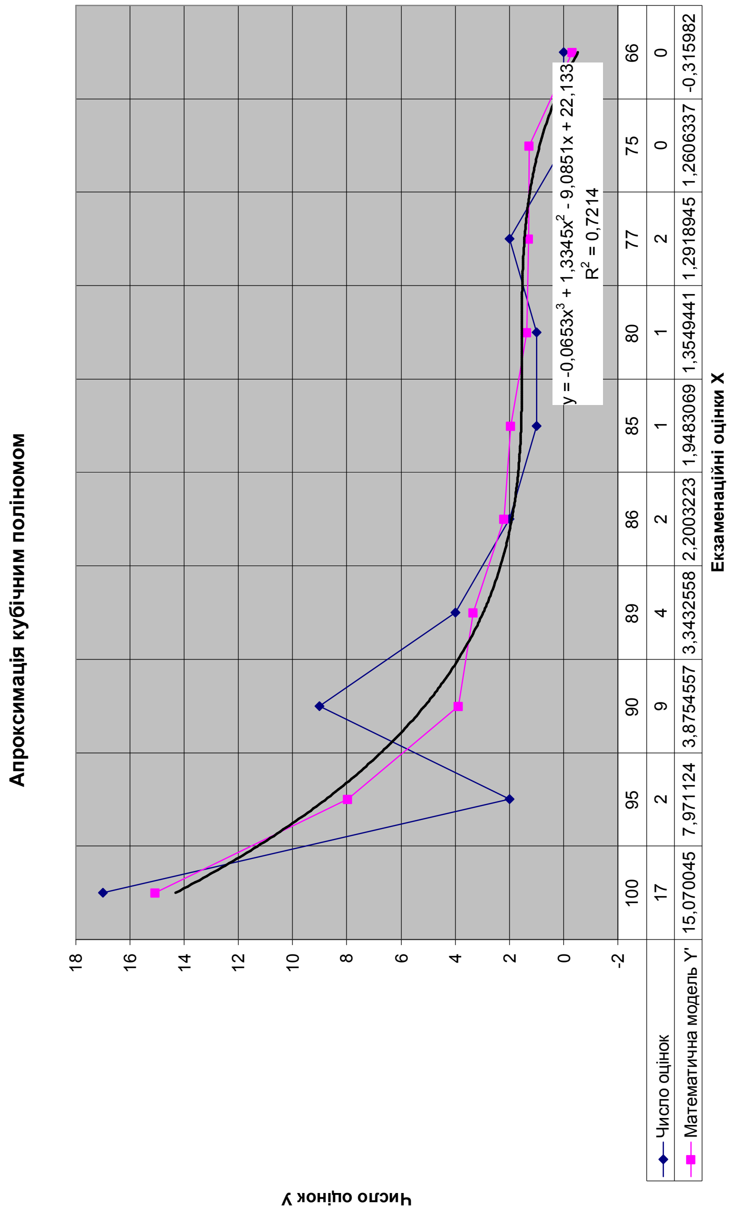
І вектор зрівноважених значень функції буде

Y'=

15,07004547
7,97112404
3,875455697
3,343255846
2,200322297
1,948306888
1,354944061
1,291894478
1,260633664
-0,315982428

(28)

Проілюструємо для наглядності результати апроксимації графічно



Необхідно зауважити, що виписана формула на графіку залежить від масштабування комп'ютером, яке він прово-дить на свій розсуд і не представляє ніяких даних про коефіцієнти масштабування. Тому, коректною і точною є аналітична формула (24), яка і не співпадає з формулою, представленою на графіку.

6. Порівняльний аналіз

Таблиця 3. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{експер.}$	$y_{експер.}$	$y'_{зрівноваж}$	$V = y_i - y'_i$	V^2
1	100	17	15,0700	1,9299	3,7247
2	95	2	7,9711	-5,9711	35,6543
3	90	9	3,8754	5,1245	26,2609
4	89	4	3,3432	0,6567	0,4313
5	86	2	2,2003	-0,2003	0,0401
6	85	1	1,9483	-0,9483	0,8992
7	80	1	1,3549	-0,3549	0,1259
8	77	2	1,2918	0,7081	0,5014
9	75	0	1,2606	-1,2606	1,5891
10	66	0	-0,3159	0,3159	0,0998
n=10	843	38	38,00	0,000	69,327

7.Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь

Із формули (7) слідує, що середня квадратична похибка встановлення кількості тих чи інших екзаменаційних оцінок μ дорівнює корню квадратному із суми квадратів відхилень [VV] поділених на число пар значень Х і У мінус число шуканих коефіцієнтів k, які визначаються по способу найменших квадратів

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-k}} \quad . \qquad (29)$$

При апроксимації поліномом **m**-го порядку число коефіцієнтів **k** буде

$$k = m-1. \qquad (30)$$

Таким чином,

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-m-1}}. \qquad (31)$$

Так, для поліному першого степеня

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-2}}, \qquad (32)$$

для поліному другого степеня

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-3}}, \qquad (33)$$

для поліному третього степеня

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-4}}. \qquad (34)$$

І в нашому випадку

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-4}} = \sqrt{\frac{69{,}327}{38-4}} = 1{,}4279 .$$

Приймаючи до уваги, що діагональні елементи оберне-ної матриці нормальних рівнянь представляють обернені ваги знайдених вище апроксимуючих коефіцієнтів,
тобто

$$\frac{1}{P_d} = 31823.74352 ,$$

$$\frac{1}{P_c} = 43.02061433 ,$$

$$\frac{1}{P_b} = 0.006342885 ,$$

$$\frac{1}{P_a} = 1.02079E-07 \quad ,$$

середні квадратичні похибки визначених коефіцієнтів емпіричної формули (24), розраховуються за формулами

$$\ldots\ldots\ldots\ldots m_d = \mu\sqrt{\frac{1}{P_d}}, \qquad (35)$$

$$m_c = \mu\sqrt{\frac{1}{P_c}}, \qquad (36)$$

$$m_b = \mu\sqrt{\frac{1}{P_b}}, \tag{37}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots m_a = \mu\sqrt{\frac{1}{P_a}}., \tag{38}$$

І в нашому випадку отримаємо

$$m_d = 1{,}427947\sqrt{31823{,}74352} = 254{,}734,$$

$$m_c = 1{,}427947\sqrt{43{,}020614} = 9{,}36592,$$

$$m_b = 1{,}427947\sqrt{0{,}00632885} = 0{,}114,$$

$$m_a = 1{,}427947\sqrt{1{,}02079E-0.7} = 0{,}000456 .$$

Таблиця 4. Зведена таблиця оцінки точності апроксимуючих коефіцієнтів

	Обернені ваги	Середні квадр.похибки	
1/pd	31823,74352	254,7345834	m(d)
1/pc	43,02061433	9,365922955	m(c)
1/pb	0,006342885	0,113724938	m(b)
1/pa	1,02079E-07	0,000456227	m(a)

Встановимо значимість t(a) коефіцієнта a за формулою

$$t(a) = \frac{a}{m_a} \quad , \tag{39}$$

і в нашому випадку

$$t_a = \frac{0{,}001112978}{0{,}000456227} = 2.439 .$$

Значимість t(b) коефіцієнта b

$$t(b) = \frac{b}{m_b} \quad , \tag{40}$$

тобто

$$t_b = \frac{0{,}257133688}{0{,}113724938} = 2.261 .$$

Значимість t(c) коефіцієнта c

$$t(c) = \frac{c}{m_c} \quad , \tag{41}$$

і

$$t_c = \frac{19.81315404}{9{,}365922955} = 2.115 .$$

Значимість t(d) коефіцієнта d

$$t(d) = \frac{d}{m_d} \quad , \tag{42}$$

І в нашому випадку

$$t_d = \frac{507.8865465}{254,7345834} = 1.994\ .$$

Табличне значення t-критерія Стьюдента, визначене на рівні значимості α=0,05 з k=n-m-1 степенями свободи знайдемо за формулою

$$= СТЬЮДРАСПОБР(0.95;34)\quad , \qquad (43)$$

і в нашому випадку t(0.95;34)=2,032244.

Так як для коефіцієнтів a, b, c $t > t(0.95;34)$, то ці коефіцієнти регресії значимі, а значить і рівняння нелінійної регресії У по Х значимо.

Крім цього, для визначення адекватності побудованої математичної моделі експери-ментальним даним скористаємося F-критерієм Фішера

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots F = \frac{R^2}{1-R^2}\cdot\frac{n-m-1}{m}\ . \qquad (44)$$

Згідно приведеного вище на графіку коефіцієнту детер-мінації R^2=0.7214, за формулою (44) отримаємо

$$F = \frac{0,7214}{1-0,7214}\cdot\frac{38-3-1}{3} = 29,346.$$

За формулою

=FРАСПОБР(0,05;3;34) (45)

отримали

F(0.05;3;34)=2.88.

Приймаючи до уваги, що F>F(0.05;3;34) з надійністю 95% можна вважати, що коефіцієнт детермінації статистич-но значимий і включені в регресію фактори достатньо пояснюють стохастичну залежність показника.

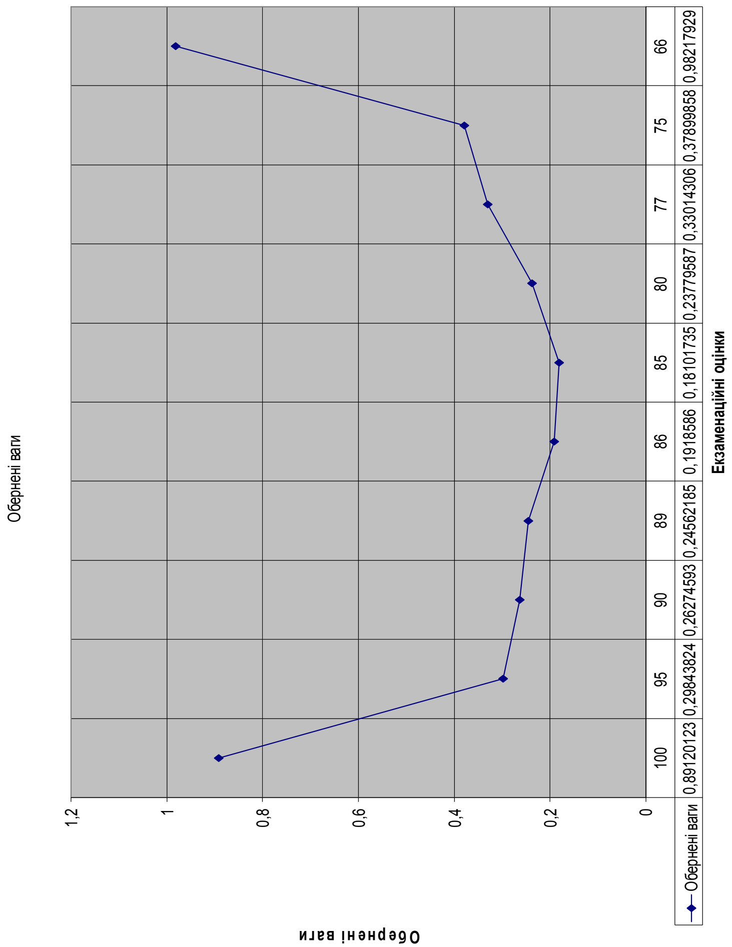
Допоміжна матриця Q’ буде

0,00014103	-0,033413	2,6182402	-67,83517838
-7,35814E-05	0,018753	-1,564944	42,81208047
-0,000104935	0,025722	-2,072251	54,91775654
-9,59526E-05	0,02337	-1,870511	49,25016061
-4,95212E-05	0,011571	-0,884553	22,18378851
-2,95914E-05	0,006565	-0,470776	10,93933602
7,58914E-05	-0,019647	1,6723847	-46,66569492
0,000121799	-0,030828	2,5663792	-70,10717223
0,000	-0,034	2,790	-75,43985009
0,000	0,032	-2,784	80,94477347

(46)

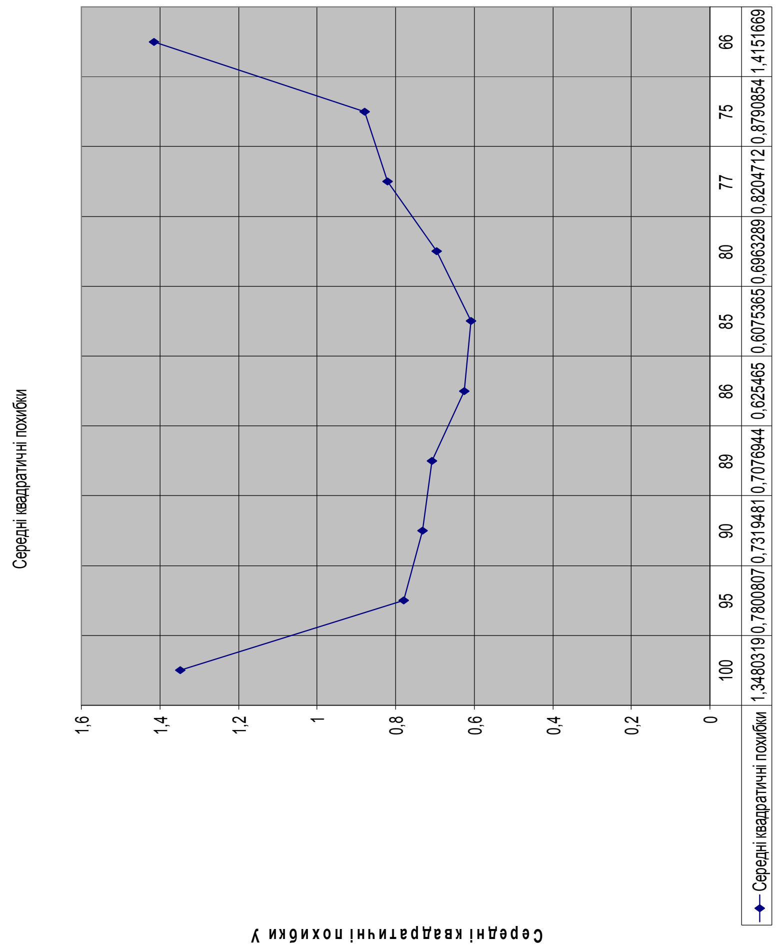
Таблиця 5. Обернені ваги і середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

№	$x_{експер.}$	$y_{експер.}$	$y'_{зрівноваж}$	√1/P	**mφ**
1	100	17	15,0700	0,944	1,348
2	95	2	7,9711	0,546	0,780
3	90	9	3,8754	0,512	0,731
4	89	4	3,3432	0,495	0,707
5	86	2	2,2003	0,438	0,625
6	85	1	1,9483	0,425	0,607
7	80	1	1,3549	0,487	0,696
8	77	2	1,2918	0,574	0,820
9	75	0	1,2606	0,615	0,879
10	66	0	-0,3159	0,991	1,415
n=10	843	38	38,00		

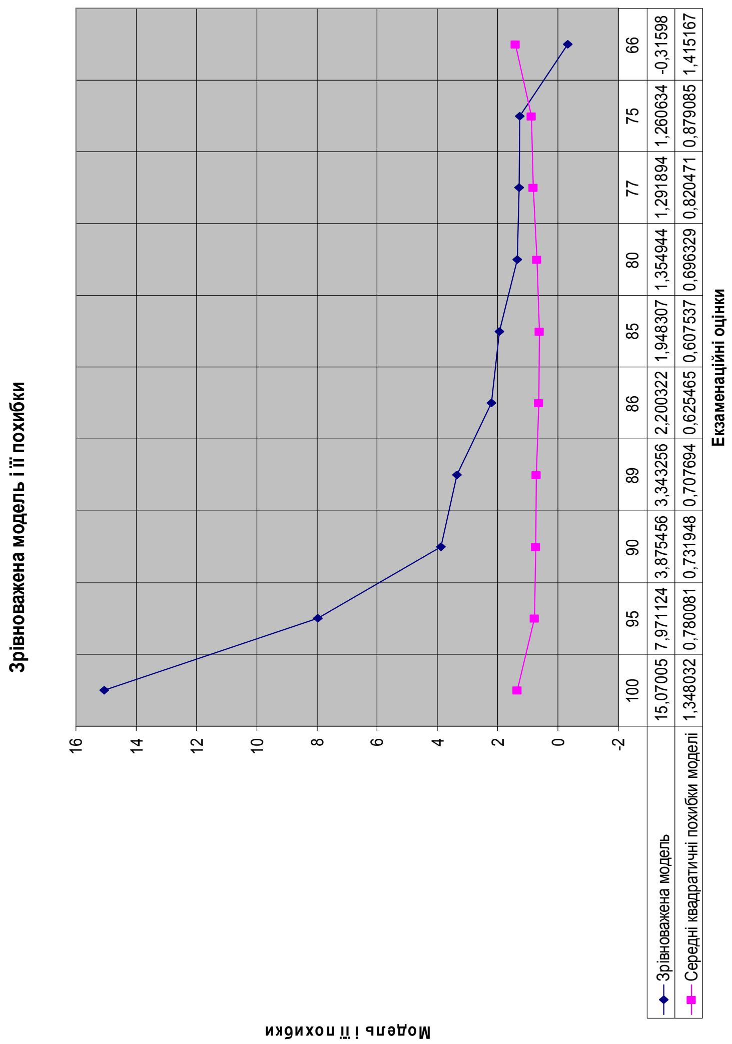


Як видно із графіка, обернена вага 1/P зрівноваженої функції найменша в середині
статистичного ряду і збільшується вліво і вправо від середини, досягаючи максимальних

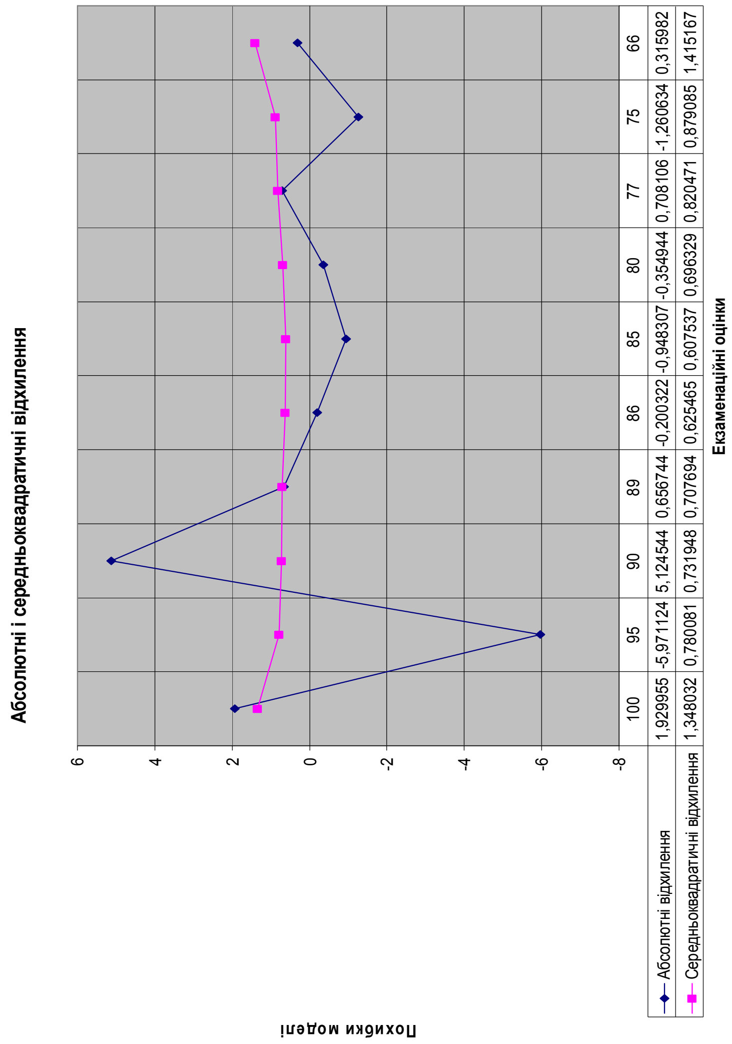
значень у крайній лівій і крайній правій точках, що цілком підтверджує коректність і
правильність процедури строгого зрівноваження за способом найменших квадратів.



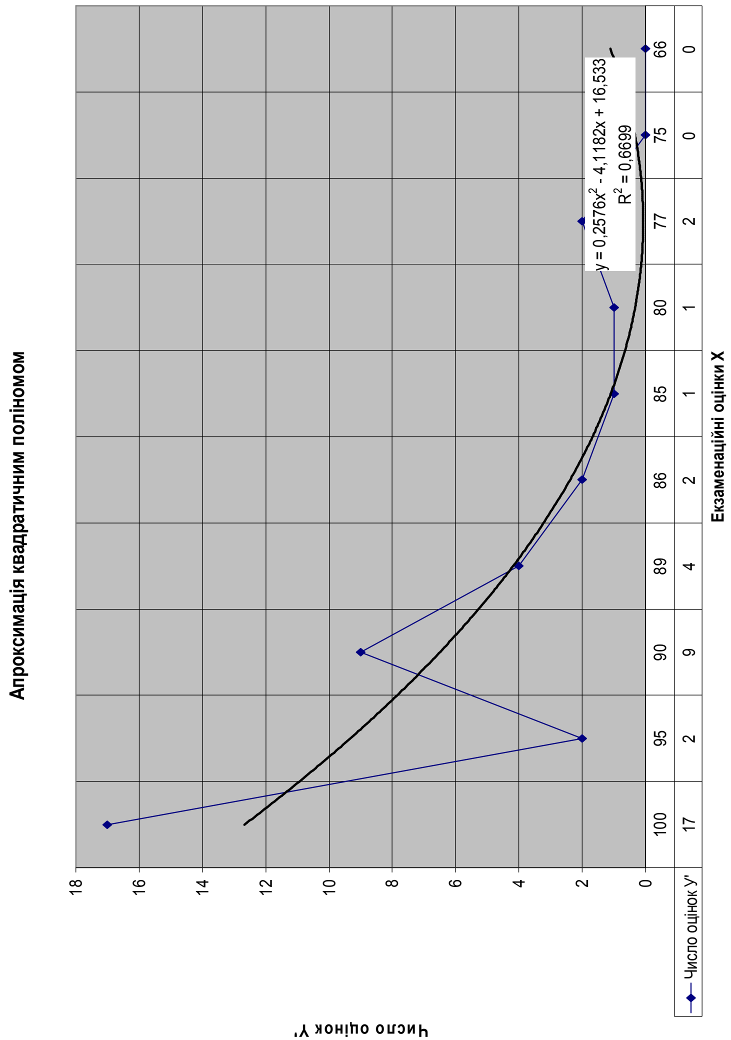
Розподіл середніх квадратичних похибок повністю повторює розподіл обернених ваг зрівноважених значень Y’,що цілком і повністю узгоджується із теорією способу найменших квадратів.



Як видно із графіка, середні квадратичні похибки зрівноважених значень функції становлять незначну долю від значення функції, що графічно підтверджує значимість отриманих результатів.

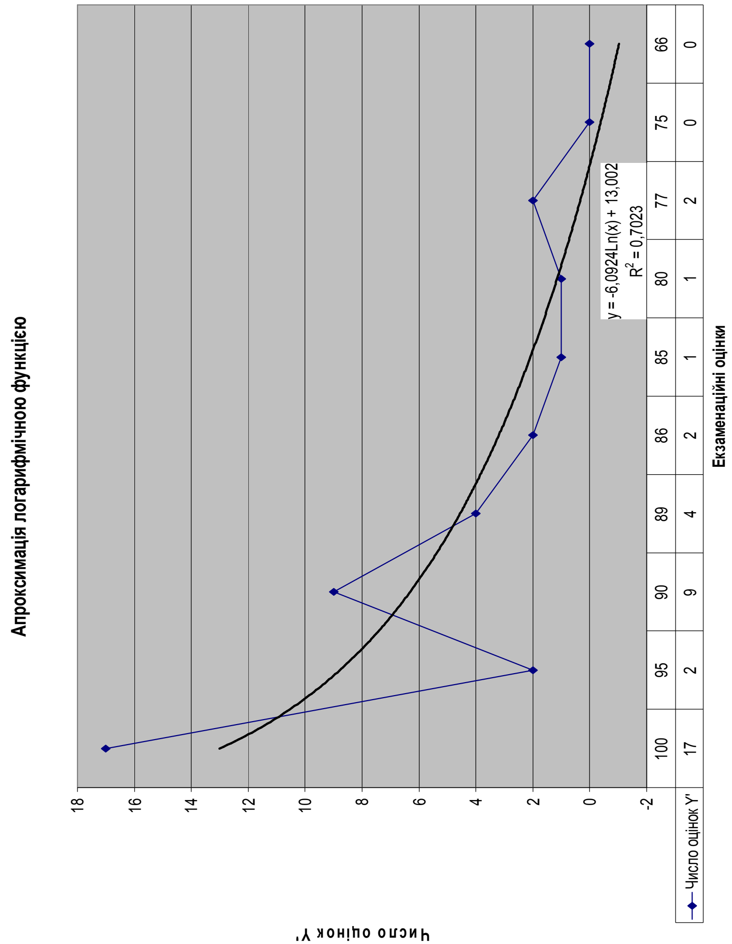


Даний графік ілюструє розкид абсолютних значень при порівнянні експериментальних і зрівноважених значень функції і його погашення середньоквадратичними похибками.



Доцільно порівняти апроксимацію кубічним і квадра-тичним поліномом. Якщо при апроксимації кубічним полі-номом коефіцієнт детермінації R^2 =0.7214, то у випадку квадратичного

поліному він складає R^2=0.6699 , що свід-чить про кращі результати при апроксимації кубічним поліномом.



У випадку апроксимації логарифмічною функцією R^2=0.7023, що показує кращі результати, ніж при апроксимації квадратичним поліномом, але гірші, ніж при апроксимації кубічним поліномом.

ВИСНОВКИ

На основі проведених в даній роботі досліджень

1. Проведений онтодидактичний підхід до питання поліноміальної апроксимації функцій.При цьому не тільки розроблений алгоритм реалізації на основі матричного числення, але і повного аналізу з оцінкою точності зрівноважених елементів за способом найменших квадратів.
2. На конкретному експериментальному матеріалі будується математична модель у вигляді. емпіричної формули

$$Y' = 0.00111X^3 - 0.25713X^2 + 19.81315X - 507.88655,$$

і доказується значимість коефіцієнтів даної формули.

3. Отримані обернені ваги і середні квадратичні похибки коефіцієнтів формули $Y' = aX^3 + bX^2 + cX + d$

	Обернені ваги	Середні квадр.похибки	
1/pd	31823,74352	254,7345834	m(d)
1/pc	43,02061433	9,365922955	m(c)
1/pb	0,006342885	0,113724938	m(b)
1/pa	1,02079E-07	0,000456227	m(a)

4. Встановлена середня квадратична похибка одиниці ваги

$$\mu = 1{,}4279.$$

5. Приймаючи до уваги, що критерій Фішера-Снедекора F>F(0.05;3;34) з надійністю 95% можна вважати, що коефіцієнт детермінації статистично значимий і включені в регресію фактори достатньо пояснюють стохастичну залежність показника

6. Отримані слідуючі результати

Обернені ваги і середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

№	$x_{експер.}$	$y_{експер.}$	$y'_{зрівноваж}$	√1/P	**mφ**
1	100	17	15,0700	0,944	1,348
2	95	2	7,9711	0,546	0,780
3	90	9	3,8754	0,512	0,731
4	89	4	3,3432	0,495	0,707
5	86	2	2,2003	0,438	0,625
6	85	1	1,9483	0,425	0,607
7	80	1	1,3549	0,487	0,696
8	77	2	1,2918	0,574	0,820
9	75	0	1,2606	0,615	0,879
10	66	0	-0,3159	0,991	1,415
n=10	843	38	38,00		

7. Результати досліджень впроваджені в курси «Основи наукових досліджень» і «Педагогіка вищої школи» МЕГУ.

Літературні джерела

1.Андрощук Л.М. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань МонтеКарло. Апроксимація поліномом першого степеня . Модель ППП 81 95.МЕГУ, Рівне, 2009, -44 с.

2.Літнарович Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія.МЕГУ, Рівне,- 383 с.

3.Літнарович Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня.. МЕГУ, Рівне, 2009, –32с.

4.Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту експоненціальною функцією. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2006, –17с.

5.Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження результатів психолого-педагогічного експерименту степеневою функцією. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2006,- 17с.

6.Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло.Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.

7.Максименко С.Д., Е.Л. Носенко Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник – К.: МАУП, 2004, -128 с.

8.Якимчук А.Й.. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз . Модель ДА - 50. МЕГУ, Рівне, 2009, -72 с.

Л і т н а р о в и ч Руслан Миколайович,

доцент,кандидат технічних наук

КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

ОНТОДИДАКТИКА ПОЛІНОМІАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

ЧАСТИНА 3

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

Комп’ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р.М. Літнарович

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім.акад. Степана Дем’янчука

Кафедра математичного моделювання

………….. **33027,м.Рівне, Україна**

……………. **Вул.акад. С.Дем’янчука,4,корпус 1.**

……………… **Телефон (+00380) 362 23-01-86**

……………. **E-mail:mail@regi.rovno.ua**