УДК 63 621

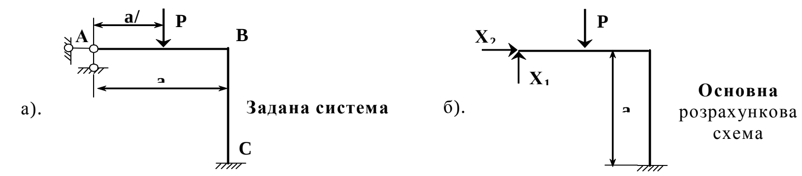
Господарський В. – ст. гр. МС – 31

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МІНІМУМУ ПОТЕНЦІАЛЬНОЇ ЕНЕРГІЇ ДЕФОРМАЦІЇ ПРИ РОЗРАХУНКАХ КОНСТРУКЦІЙ РАМ

Науковий керівник: д.т.н., проф. Рибак Т.І.

В сучасному конструюванні сільськогосподарських машин одна з найбільш важливих задач – пошук досконалих і ефективних методів розрахунку міцності основних тримких вузлів цих машин. При розрахунках конструкцій рам, наприклад причіпних обприскувачів, найбільш ефективним виявився метод мінімуму потенціальної енергії – метод Кастиліано. Він дозволяє враховувати основні особливості конструкцій, тобто вплив на напружено - деформівний стан рам різних видів енергій деформації – згинання, кручення і т. д., а загальний вираз енергії формується так, що можна враховувати вплив лише самих суттєвих видів деформації. Розглянемо приклад. Необхідно розкрити статичну невизначеність рами навантаженої зосередженою силою *P*, застосовуючи метод мінімуму потенціальної енергії деформації системи.



Складаємо вираз функції потенціальної енергії від згинальної деформації стержнів, для цього інтегруємо вздовж ділянок основної розрахункової схеми:

$$U = \frac{1}{2EI}\left\{\int_0^{a/2}(X_1\cdot x)^2\,dx + \int_0^{a/2}\left[X_1\left(x+\frac{a}{2}\right) - P\cdot x\right]^2 dx + \int_0^{a}\left(X_1\cdot a + X_2\cdot x - P\cdot\frac{a}{2}\right)^2 dx\right\} \qquad (1)$$

На основі формули Лейбніца диференціюємо за параметрами X_1 та X_2 підінтегральні функції виразу (1) і, відповідно залежностей, кожне із значень прирівнюємо до нуля:

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = \frac{1}{2EI}\left\{2\cdot\int_0^{a/2}(X_1\cdot x)\cdot x dx + 2\int_0^{a/2}\left[X_1\left(x+\frac{a}{2}\right) - P\cdot x\right]\left(x+\frac{a}{2}\right)dx + 2\cdot\int_0^{a}\left(X_1\cdot a + X_2\cdot x - P\cdot\frac{a}{2}\right)\cdot a dx\right\} = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X_2} = \frac{1}{2EI}\left[2\cdot\int_0^{a}\left(X_1\cdot a + X_2\cdot x - P\cdot\frac{a}{2}\right)\cdot x dx\right] = 0 \qquad (3)$$

Проінтегрувавши (2) і (3) за змінною *x* отримаємо:

$$\frac{1}{EI}\left(X_1\cdot a\cdot\frac{x^2}{2} + X_2\frac{x^3}{3} - P\frac{ax^2}{4}\right)\Bigg|_0^{a/2} = \frac{1}{EI}\left(X_1\frac{a^3}{2} + X_2\frac{a^3}{3} - P\frac{a^3}{4}\right) = \frac{a^3}{EI}\left(X_1\cdot\frac{1}{2} + X_2\cdot\frac{1}{3} + P\cdot\frac{1}{4}\right) = 0$$

$$6X_1 + 4X_2 - 3P = 0$$

Таким чином, система канонічних рівнянь запишеться:

$$\begin{aligned} 64X_1 + 24X_2 &= 29P \\ 6X_1 + 4X_2 &= 3P \end{aligned} \qquad (4)$$

Звідки отримаємо значення реакцій у “зайвих” в’язях:

$$X_1 = \frac{11}{28}P \;; \qquad X_2 = \frac{9}{56}P \qquad (5)$$

Співставляємо систему рівнянь і значення їх коренів отриманих методом сил, з системою рівнянь і значенням коренів отриманих методом мінімуму потенціальної енергії – бачимо повну їх відповідність.