

УДК 517

Пріян Н. - ст. гр. П-21

Гусятинський коледж Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя

ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИРОДНИЧИХ ТА ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Науковий керівник: к.ф.-м. н. Стельмашук Л.В.

Вивчення об'єктів і процесів, що виникають у природі та в результаті діяльності людини, полягає у виявленні їх властивостей з метою прогнозування поведінки об'єкта чи системи та вибору оптимального керування ними. Розв'язок задач суттєво полегшується, якщо замість самих процесів вивчати їх моделі, зокрема – математичні.

Часто при побудові математичної моделі реальних природничих, технічних та економічних процесів використовують звичайні диференціальні рівняння та диференціальні рівняння у частинних похідних.

Задача 1. Знайти закон зміни струму I з часом в електричному колі з опором R , самоіндукцією L , якщо значення електрорушійної сили $E = E_0 \sin \omega t$.

Розв'язування. Складено модель процесу, що виражається диференціальним рівнянням

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E.$$

Застосувавши до розв'язування рівняння метод Бернуллі, та врахувавши початкові умови, дістаємо закон зміни сили струму

$$i(t) = \frac{E_0}{L(\omega^2 + \alpha^2)} (-\omega \cos \omega t + \alpha \sin \omega t + \omega e^{-\alpha t}), \quad \alpha = \frac{R}{L}.$$

Розглянуто також випадок стаціонарного режиму процесу.

Задача 2. Знайти траєкторію руху електрона в однорідному електричному полі напруженості E , якщо в початковий момент часу відомі напрямок і напруженість електрона.

Розв'язування. Вибравши систему координат та врахувавши рівняння сил, що діють на електрон під час руху, складаємо математичну модель процесу:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{eE}{m} t + v_0 \cos \varphi, \quad \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \varphi,$$

де φ – кут між напрямом початкової швидкості і віссю Ox ; e , m – заряд та маса електрона; v_0 – його початкова швидкість. Розв'язок такої системи є рівнянням траєкторії руху електрона і має вигляд

$$x = \frac{eE}{2mv_0^2 \sin^2 \varphi} y^2 + y \operatorname{ctg} \varphi.$$

Розглянуто й інші природні та механічні процеси, що описуються диференціальними та їх системами.

Література

1. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. - К.: "Вища школа", 1994 р.
2. Перестюк М.О., Збірник задач з диференціальних рівнянь. - К., "Либідь", 1997 р.