

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МІНІМУМУ ПОТЕНЦІАЛЬНОЇ ЕНЕРГІЇ ПРИ РОЗРАХУНКУ ПЛОСКИХ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧЕНИХ РАМ

Науковий керівник: д.т.н., професор Рибак Т.І.

Метод мінімуму потенціальної енергії дозволяє враховувати основні особливості конструкцій, тобто вплив на напружено – деформівний стан рам різних видів енергій деформації – згинання, кручення і т. д., а загальний вираз енергії формується так, що можна враховувати вплив лише самих суттєвих видів деформації.

Розглянемо статичну невизначеність рами (рис. а) навантажену зосередженою силою P і моментом M , застосовуючи метод мінімуму потенціальної енергії деформації системи.

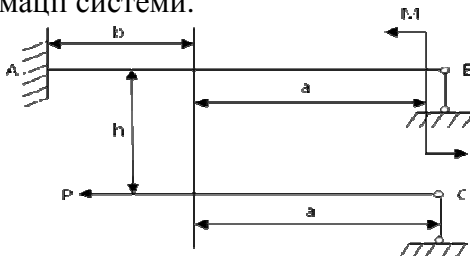


Рис. а) Задана система

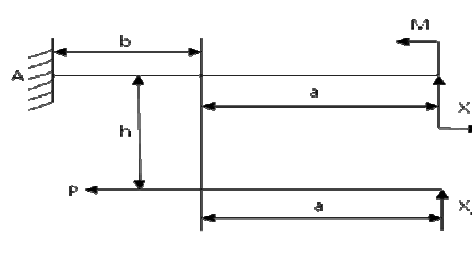


Рис. б) Основна розрахункова схема

Складемо вираз функції потенціальної енергії від згинальної деформації стержнів, для цього інтегруємо вздовж ділянок основної розрахункової схеми (рис. б):

$$U = \frac{1}{2EI} \left\{ \int_0^a (x_1 \cdot x)^2 dx + \int_0^h (x_1 \cdot a - P \cdot x)^2 dx + \int_0^a (x_2 \cdot x + M)^2 dx + \int_0^b [x_1 \cdot (x+a) - P \cdot h + M + x_2 \cdot (x+a)]^2 dx \right\}. \quad (1)$$

На основі формули Лейбніца диференціюємо за параметрами x_1 та x_2 підінтегральні функції виразу (1) і, відповідно залежностей, кожне із значень прирівнюємо до нуля:

$$\frac{dU}{dX_1} = \frac{1}{2EI} \left\{ \int_0^a (x_1 \cdot x) \cdot x dx + \int_0^h (x_1 \cdot a - P \cdot x) \cdot a dx + \int_0^a [x_1(a+x) - P \cdot h + M + x_2(x+a)](a+x) \cdot dx \right\} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{dU}{dX_2} = \frac{1}{2EI} \left\{ \int_0^a (x_2 \cdot x + M) \cdot x dx + \int_0^b [x_1 \cdot (a+x) - P \cdot h + M + x_2 \cdot (a+x)](a+x) dx \right\} = 0. \quad (3)$$

Проінтегрувавши (2) і (3) за змінною x та після деяких перетворень, отримаємо систему канонічних рівнянь

$$\begin{aligned} x_2 \frac{(a+b)^3}{3} + x_1 \left[\frac{a^3}{3} + a^2 \cdot h + \frac{(a+b)^3}{3} \right] &= P \left[\frac{h^2}{2} a + h \frac{(a+b)^2}{2} \right] - M \frac{(a+b)^2}{2}; \\ x_2 \left[\frac{a^3}{3} + \frac{(a+b)^3}{3} \right] + x_1 \frac{(a+b)^3}{3} &= P \cdot h \frac{(a+b)^2}{2} - M \left[\frac{a^2}{2} + \frac{(a+b)^2}{2} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Розв'язавши систему рівнянь (4), отримаємо значення реакцій у “зайвих” в'язях.