

УДК 629.113.011

М. Підгурський¹; М. Сташків¹; І. Підгурський²

¹Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка

АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ РОЗВИТКУ ПОШКОДЖУВАНOSTІ В СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНИХ СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМАХ

Резюме. Проведено порівняльний аналіз кінетики розвитку тріщини у статично визначуваних і невизначуваних системах. Змодельовано розвиток тріщин у статично невизначуваних рамних конструкціях. Проведено їх порівняння з експериментальними даними. Результати досліджень уточнюють напружений стан в елементі статично невизначуваної системи з тріщиною.

Ключові слова: статично невизначувана система, дефектність, перерозподіл напружень.

M. Pidgursky, M. Stashkiv, I. Pidgursky

ANALYSIS OF FEATURES OF DEFECTS DEVELOPMENT IN THE STATICALLY INDETERMINATE ROD SYSTEMS

The summary. The comparative analysis of kinetics of defects development in the statically indeterminate and determinate systems has been conducted. The design of defects development in the statically indeterminate frame has been carried out. Their comparison with experimental data has been conducted. The results of research specify the stress state in the element of the statically indeterminate system with a crack.

Key words: statically undetermined system, crack, redistribution of stress.

Вступ. Відомо, що при наявних дефектах (тріщинах) та їх розповсюдженні у статично невизначуваній стрижневій системі відбуваються складні процеси перерозподілу напружень між елементами конструкції [1, 2]. Проте кількісне оцінювання цього явища практично відсутня, незважаючи на важливість проблеми, наприклад, при дослідженні живучості будівельних структур або рам мобільних машин.

Аналіз розвитку тріщин у конструкціях показує, що вони можуть розповсюджуватись на значну довжину і критерієм граничного стану є остаточне руйнування елемента (для багаторазово статично невизначуваних систем) або розмір тріщини, що охоплює більше 30–40% площі початкового поперечного перетину балок відкритих і замкнених профілів. При такому розвитку дефектності перерозподіл зусиль може суттєво вплинути на оцінку технічного ресурсу несучої системи при розповсюдженні в ній тріщини.

У роботах [3, 4] проведено аналіз перерозподілу напружень в елементах дволонжеронних систем при розвитку в них дефектності.

Розглянемо основні підходи до оцінювання розвитку дефектності у трилонжеронних і чотирилонжеронних статично невизначуваних стрижневих системах.

Розглянемо загальний випадок розрахунку статично невизначуваних систем з наявними дефектами [5]. Візьмемо довільну плоску просторово навантажену силою F рамну конструкцію з n опорами, защемлену одним кінцем (рис. 1а). Перетворимо задану n раз статично невизначувану систему у статично визначувану, усуваючи з неї зайві в'язі. Отриману систему називають основною. Усунення будь-яких в'язей не змінює внутрішніх зусиль, що виникають у системі та її деформацій, за умови, якщо до неї прикладаються додаткові сили і моменти, що являють собою реакції відкинутих в'язей. Тому, якщо до основної системи прикласти реакції усунених в'язей, то основна (рис.1б) і задана (рис.1а) системи стануть еквівалентними.

Складемо вираз функції потенціальної енергії деформації U для основної системи, як функцію навантаження F і невідомих зусиль $X_1 \dots X_n$:

$$U = f(X_1, X_2 \dots X_n, F). \quad (1)$$

Згідно з основними теоремами методу мінімуму потенціальної енергії деформації частинні похідні від виразу потенціальної енергії за основними невідомими рівні переміщенням за напрямком сил $X_1 \dots X_n$, а згідно з теоремою про найменшу роботу ці переміщення перетворюються в мінімум, тобто нуль.

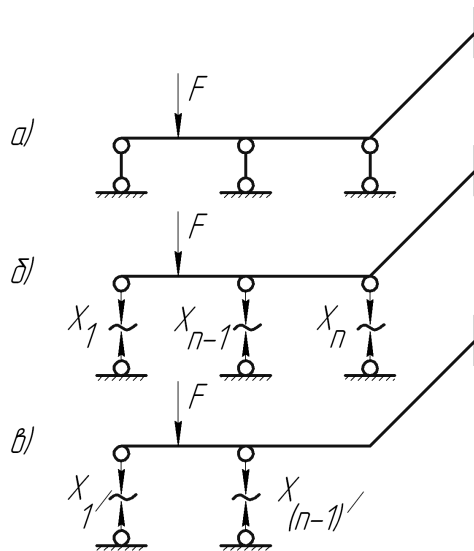


Рисунок 1. Розрахункові схеми для визначення зусиль у системах з дефектами:
 а – задана система;
 б – основна розрахункова схема;
 в – розрахункова схема зі зруйнованим елементом

Таким чином, отримаємо систему рівнянь

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0 \dots \frac{\partial U}{\partial X_n} = 0. \quad (2)$$

Отже, при навантаженні статично невизначуваної системи основні невідомі (зусилля, що виникають в зайвих в'язях), мають такі значення, при яких потенціальна енергія системи є мінімальною (принцип найменшої роботи).

Припустимо, що визначені основні невідомі $X_1 \dots X_n$ відмінні від нуля. Тепер розглянемо випадок, коли $X_n = 0$. Цей випадок відповідає умові, коли тріщина поширилася на увесь поперечний перетин опори. Очевидно, що умови мінімуму потенціальної енергії (2) не будуть виконані.

Розглянемо тепер нову основну систему без в'язі n (рис. 1в), для якої функція потенціальної енергії деформації матиме вигляд

$$U_1 = f_1(X_{1'}, X_{2'}, \dots X_{(n-1)'}, F). \quad (3)$$

Система рівнянь (2) у такому випадку набуде вигляду

$$\frac{\partial U_1}{\partial X_{1'}} = 0; \quad \frac{\partial U_1}{\partial X_{2'}} \dots \frac{\partial U_1}{\partial X_{(n-1)'}} = 0. \quad (4)$$

Із умов (4) знайдемо нові значення $X_{1'} \dots X_{(n-1)'}$, які визначають мінімум потенціальної енергії U_1 для системи, представленої на рис. 1в. Очевидно, що

приєднання зовнішньої сили $X_n = 0$ не змінить величину потенціальної енергії U_1 і її мінімум буде більшим, ніж мінімум потенціальної енергії системи з повним числом в'язей

$$U_{1\min} > U_{\min} \quad (5)$$

Практично важливим є випадок розвитку тріщини від моменту її зародження до досягнення граничного стану в елементі конструкції, коли довжина тріщини охоплює 30-40% площі поперечного перетину лонжерона. Очевидно, що мінімум потенціальної енергії $U_{2\min}$ системи у такому випадку набуде проміжного значення

$$U_{1\min} > U_{2\min} > U_{\min} \quad (6)$$

Отже, при частковому (тріщина займає частину профілю) або повному усуненні в'язі (тріщина перетинає опорний зв'язок) зовнішні сили, які залишаються незмінними, будуть здійснювати більшу роботу, ніж раніше, і система стане менш жорсткою. При цьому відбуватиметься перерозподіл внутрішніх зусиль між елементами модельованої статично невизначуваної системи.

Розрахунок методом скінчених елементів (МСЕ) двобалкової статично невизначуваної системи (рис. 2), у якій змодельовано надріз у вузлі 1, що, поступово збільшуючись, перетинає поперечний перетин лонжерона, вказує на наступні закономірності.

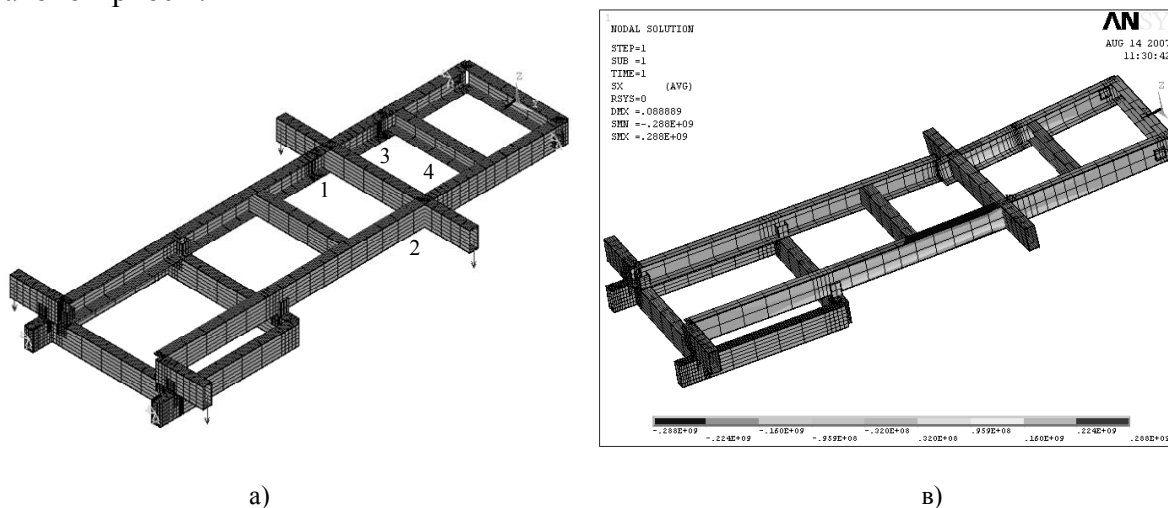


Рисунок 2. Розрахункові моделі рами причепа:
а – загальна розрахункова схема;
б – НДС рами при руйнуванні вузла 1

По-перше, пошкодження вузла в одному з контурів практично не впливає на перерозподіл напруження в елементах сусіднього контуру. По-друге, у межах окремого контуру пошкоджуваність одного з лонжеронів (>20–50% перетину) викликає поступове збільшення напружень в іншому, непошкодженому лонжероні. При 100% пошкодженні балки, як показали розрахунки МСЕ, напруження в непошкодженому лонжероні зростають вдвічі у порівнянні з початковим станом. Це свідчить, що непошкоджений лонжерон сприймає навантаження, яке раніше розподілялось на дві балки.

Подальші дослідження були проведені для дволонжеронних (рис. 3а), трилонжеронних (рис. 3б) і чотирилонжеронних (рис. 3в) статично невизначуваних систем, у вузлі 1 яких змодельовано однаковий початковий напружений стан.

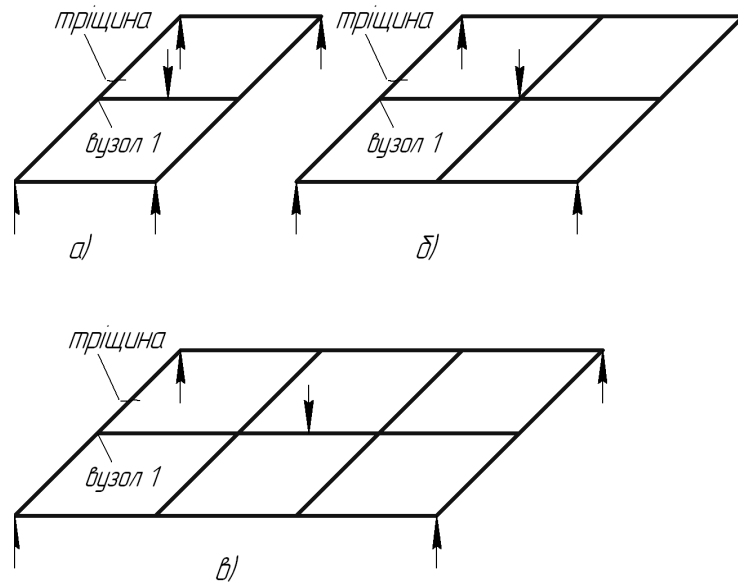


Рисунок 3. Розрахункові моделі дво- (а), три- (б) та чотирилонжеронної (в) статично невизначуваних систем

Оцінювання розвитку тріщин тісно пов'язане з аналізом напружень у нетто-перетинах профілях. У таблиці 1 подано результати розрахунку зміни номінальних напружень у лонжероні (елемент статично невизначуваної рами) та у статично визначеній балці, в поперечних перетинах яких розвиваються тріщини, при забезпеченні однакового початкового напруженого стану в цих перетинах за відсутності дефектності. Номінальні напруження у швелерній балці отримані методами опору матеріалів із використанням пакета символічних перетворень Mathematica 5.0.

Таблиця 1. Номінальні напруження у нетто-перетинах статично визначуваних і невизначуваних балок

Схема пошкодження	Довжина тріщини	Ступінь пошкодження, %	Напруження σ , МПа			$\frac{\sigma_p}{\sigma_b}$
			Елемент рами σ_p		Балка σ_b	
			ANSYS	Експер.	Mathematica	
	$L=0$	0	143	149	143	1.0
	$L=b/2$	10	-	-	156.6	-
	$L=b$	20	162	160	192.3	0.84
	$L=b+H/4$	37.5	-	-	268.0	-
	$L=b+H/2$	50	190	194	435	0.44

Характер зміни напружень у пошкодженому вузлі засвідчив, що у зв'язку з перерозподілом напружень між сусідніми елементами системи, а також стисненістю деформацій у рамі, номінальні напруження в нетто-перетині з дефектністю суттєво знижуються у порівнянні з нетто-напруженнями, отриманими для статично визначеної тонкостінної балки при однаковому початковому стані (рис. 4). Крива 1, побудована за даними таблиці 1, описує зниження напружень у пошкодженому лонжероні, виготовленому зі швелера.

Аналогічні розрахунки проведені для рамних конструкцій (рис. 3), виконаних із тонкостінного коробчастого профілю. Тут варто відзначити, що в рамі з лонжеронами швелерного профілю спостерігається суттєвіше зниження номінальних напружень у нетто-перетині з дефектністю у порівнянні з аналогічною системою з коробчастого профілю.

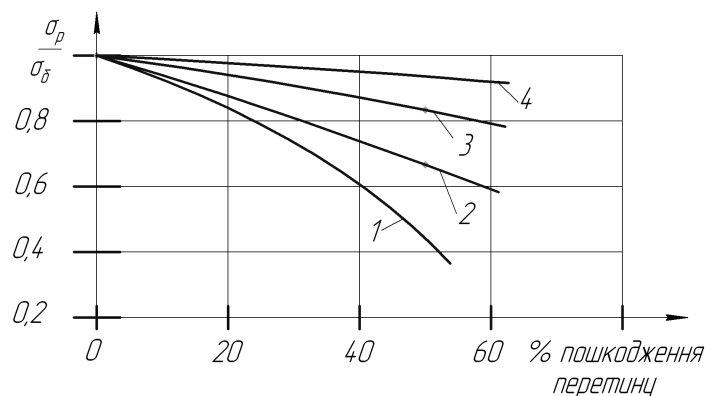


Рисунок 4. Коефіцієнт зниження номінальних напружень у нетто-перетині елемента рамної конструкції (криві 1–4) у порівнянні зі статично визначуваною балкою:

- 1 – рама з двома лонжеронами (швелер 180×80×5 мм);
- 2 – рама з двома лонжеронами (коробчастий профіль 180×75×4 мм);
- 3 – рама з трьома лонжеронами (коробчастий профіль 180×75×4 мм);
- 4 – рама з чотирма лонжеронами (коробчастий профіль 180×75×4 мм)

Порівняльні дослідження дволонжеронних, трилонжеронних і чотирилонжеронних несучих рам (рис. 3) показали, що у жорсткіших системах із трьома і чотирма поздовжніми лонжеронами перерозподіл напружень незначний (рис. 4, криві 3 і 4). Зниження нетто-напружень у статично невизначуваних рамах із пошкодженими елементами в порівнянні зі статично визначуваними балками (при однаковому початковому напруженому стані) складає: 18% (рис. 4, крива 1); 12% (крива 2); 7% (крива 3) і 3% (крива 4). Приведені результати відповідають 20% пошкодженню вузла. При 40%-му пошкодженні лонжерона зниження напружень складає 42% (крива 1); 28% (крива 2) і 11% (крива 3) і 5% (крива 4) відповідно.

Отримані дані засвідчують, що при аналізі зміни рівня напружень у вузлах залежно від розвитку в них пошкоджень слід враховувати конструктивні особливості вузлів, їх розташування, жорсткість системи, а також спосіб прикладання до неї навантаження.

Напружено-деформований стан при розвитку дефектності у статично невизначуваній системі опишемо, застосовуючи силовий критерій механіки руйнування – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) K_I . Оцінюючи дані рис. 4, уточнене значення КІН K_I , що описує напружений стан в околі вершини тріщини, що розвивається у елементі статично невизначуваної системи, визначатиметься залежністю

$$K_I = \sigma_H \cdot K_{3H} \cdot \sqrt{\pi \cdot l} \cdot F(\varepsilon), \text{ де} \quad (7)$$

σ_H – номінальні напруження у вершині тріщини, МПа;

K_{3H} – коефіцієнт зниження номінальних напружень;

l – довжина тріщини, що розповсюджується в поперечному перетині елемента;

$F(\varepsilon)$ – поправковий коефіцієнт, що враховує геометрію елемента.

Висновок. Результати проведених дослідження уточнюють оцінку НДС в елемента статично невизначуваних конструкцій при розвитку в них тріщин. Подальші дослідження будуть стосуватися оцінювання розвитку дефектності в елементах будівельних статично невизначуваних структурах.

Література

1. Вайншток, В.А. Инженерный метод расчета коэффициентов интенсивности напряжений в статически неопределенных системах [Текст] / В.А. Вайншток // Пробл. прочности, 1987. – № 6. – С. 46–49.
2. Cheng, W. Determination of the mode I stress intensity factors for an edge-cracked beam with fixed ends // Eng. Fract. Mech., 1999. – V. 63. – P. 193–208.
3. Трофимов, В.А. Исследование перераспределения напряжений в элементах рамы при развитии повреждений [Текст] / В.А. Трофимов, Н.М. Панкратов // Автомобильная промышленность, 1976. – № 2. – С. 22–23.
4. Підгірський, М.І. Особливості розвитку тріщин в елементах статично невизначуваних рамних систем мобільних машин [Текст] / М.І.Підгурський. – Вісник ТДТУ, 2007. – Т.12. – № 3. – С.107–112.
5. Киселев, В.А. Строительная механика [Текст] / В.А.Киселев. – М.: Стройиздат, 1976. – 511 с.