

II Методичні оцінки

1. Перед тим, як приступати до розв'язування задачі, вивчіть відповідні розділи теоретичного матеріалу. Врахуйте, якщо розв'язати задачу не вдасться, то частіше всього це відбувається через недостатньо глибокі знання теорії.
2. Приступаючи до розв'язування задачі, добре розберіться із її змістом і постановкою запитання. Встановіть, чи всі дані, необхідні для розв'язування задачі, приведені в умові. Дані, яких не вистачає, можна знайти в таблицях додатку даного збірника.
3. Продумайте, які спрощення полегшать розв'язування задачі. Так, при розрахунку сил в динаміці їх, як правило, вважають постійними; процеси в газах вважають квазістатичними. В необхідних випадках порушення цих умов обумовлюється, або це впливає із умови задачі.
4. Якщо дозволяє характер задачі, спробуйте зробити схематичний малюнок. В багатьох випадках доцільно розглянути малюнок в динаміці, розділяючи його на частини або здійснюючі послідовні спрощення. Запам'ятайте, що добре виконаний малюнок - половина успіху при розв'язуванні задачі.
5. Кожну задачу розв'яжуйте, як правило, в загальному вигляді, позначивши всі величини відповідними буквами. Розв'язувані задачі і використовувані в них формули повинні супроводжуватися чіткими і лаконічними поясненнями. Не бійтеся викладок і перетворень, так як вміння їх вільно виконувати є одним із елементів математичної культури.

Врахуйте, що розв'язувати задачу в загальному вигляді не завжди зручно. Іноколи це приводить до надто громіздких перетворень. В таких випадках задачу доцільно розв'язувати зразу в числах, підставивши значення фізичних величин.

6. Отримавши розв'язок в загальному вигляді, спробуйте переконатися, що одержана відповідь правильна. Спершу перевірте, чи правильну він має розмірність. Неправильна розмірність - явна ознака помилкового рішення. Іноколи корисно провести аналіз розв'язку в граничних випадках, або також порівняти з вже розв'язаною аналогічною задачею.
7. Якщо в задачі задані числові значення величин, то відповідь повинна бути у вигляді числа. Всі дані, включаючи і табличні, необхідно виразити в одній системі одиниць (в одиницях СІ), записавши всі числові значення в стандартній формі, тобто в вигляді числа $a \times 10^n$, де $1 \leq a < 10$.
8. Приступаючи до обчислень, пам'ятайте, що числові значення фізичних величин завжди є наближеними. Тому при розрахунках використовуйте правила дій з наближеними числами, тобто, в отриманому результаті необхідно залишити стільки значущих цифр, скільки їх було у вихідних даних.
9. Одержавши числову відповідь, оцініть його правдоподібність. Така оцінка може в багатьох випадках виявити помилковість одержаних результатів. Так, наприклад, дальність польоту кинутого людиною каменя не може бути 1 км, швидкість тіла не може бути більшою швидкості світла у вакуумі і т.д.
10. Якщо вам не вдається зразу розв'язати задачу, спробуйте ще раз вивчити відповідний теоретичний матеріал, звернувши увагу на тонкощі. Досвід показує, що повторний розгляд теорії при наявності певної мети є досить ефективним і повторний підхід до розв'язування задачі виявляється успішним.

Але може виявитись, що і після повторного вивчення теорії вам не вдасться розв'язати задачу. В цьому випадку спробуйте уважно проаналізувати запропоновані авторами розв'язки аналогічних задач. Можливо тоді вам вдасться знайти розв'язок.

III Електрика і магнетизм

7 Електростатика

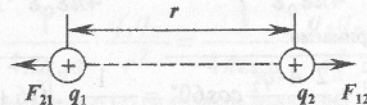
◆ Приклади розв'язування задач

Задача 1.

Два точкові позитивні заряди q_1 — q_2 знаходяться у вакуумі ($\epsilon=1$) на відстані r один від одного. Визначити: 1) силу взаємодії між зарядами; 2) на якій відстані r_0 їм треба

розмістити в іншому середовищі ($\epsilon_1=2$), щоб сила взаємодії не змінилася? 3) Напруженість електричного поля, що створене цими зарядами в точці рівновіддаленій від цих зарядів на відстань r ; 4) потенціал поля в цій точці; 5) як потрібно розмістити третій заряд q_0 , щоб він був у рівновазі, якщо заряди q_1 і q_2 : а) жорстко зафіксовані; б) вільні? Чому рівний в цьому випадку заряд q_0 ?

Розв'язок:



Зробимо до першої частини задачі рисунок.

2. Сила взаємодії між зарядами визначається за законом Кулона

$$F = F_{12} = F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

де ϵ_0 — електрична стала, ϵ — діелектрична проникність середовища.

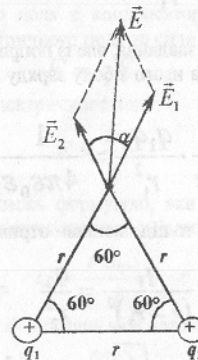
На рис. F_{12} — сила, з якою взаємодіє заряд q_1 на q_2 . Всі величини нам задано по умові.

2. Для вирішення наступного завдання, ми, керуючись умовою задачі, прирівняємо сили взаємодії

$$F = F_{12} = F_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

Після взаємних скорочень однакових величин у формулах і врахувавши, що $\epsilon=1$ знаходимо:

$$\frac{1}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{r_0^2} = \frac{1}{r^2} \Rightarrow r_0^2 = \frac{r^2}{\epsilon_1} = \frac{r^2}{2} \Rightarrow r_0 = \sqrt{\frac{r^2}{2}} = \frac{r}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} r.$$



3. Згідно з принципом суперпозиції електричних полів, кожен заряд створює поле незалежно від наявності в просторі інших зарядів. Отже, результуюча напруженість визначається, як векторна сума напруженостей \vec{E}_1 і \vec{E}_2 полів, створених кожним із зарядів окремо:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

За умовою точка є рівновіддаленою від зарядів, а отже маємо рівносторонній трикутник із стороною r . Таким чином, кут між векторами \vec{E}_1 і \vec{E}_2 складає 60° .

Величину вектора E можна знайти за теоремою косинусів:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2 \cos 60^\circ}$$

Величини для напруженостей:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1}{r^2}; \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_2}{r^2}$$

Враховавши, що $q_1=4q_2$, отримаємо:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sqrt{\frac{16q_2^2}{r^4} + \frac{q_2^2}{r^4} + \frac{2 \cdot 4 \cdot q_2^2}{r^4} \cos 60^\circ} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sqrt{(16+1+4) \frac{q_2^2}{r^4}} = \frac{q_2 \sqrt{21}}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$$

4. Потенціал поля, створеного шми зарядами, в деякій точці простору визначається як алгебраїчна сума потенціалів полів в цій точці від кожного заряду:

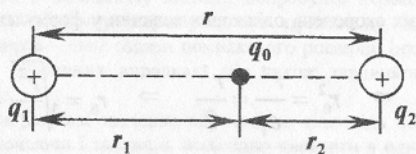
$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

де

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1}{r}; \quad \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_2}{r}$$

Таким чином:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{4q_2}{r} + \frac{q_2}{r} \right) = \frac{5q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$



5. Використаємо рисунок першого завдання, але із поправками. Щоб заряд q_0 був у рівновазі, необхідно, щоб сила F_{10} , яка діє на нього з боку заряду q_1 , була рівна силі F_{20} з боку заряду q_2 . За законом Кулона:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 q_0}{r_1^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_2 q_0}{r_2^2}$$

Оскільки $r_1 = r - r_2$, то підставивши отримаємо, після відповідних скорочень:

$$\frac{q_1}{(r-r_2)^2} = \frac{q_2}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = \frac{r\sqrt{q_2}}{\sqrt{q_2} + \sqrt{q_1}} = \frac{\sqrt{q_2}}{\sqrt{q_2} + \sqrt{4q_2}} r = \frac{1}{3}r; \quad r_1 = r - r_2 = \frac{2}{3}r$$

Зауважимо. Для стійкої рівноваги у випадку а) для жорстко зафіксованих зарядів q_1 і q_2 , заряд q_0 повинен бути позитивним. Якщо він зміститься із положення рівноваги ближче до заряду q_2 , то сила відштовхування з боку цього заряду зростає, а з боку заряду q_1 – зменшиться і заряд q_0 повернеться в положення рівноваги.

У випадку б) для вільних зарядів q_1 і q_2 він повинен бути від'ємним, однак рівновага буде нестійкою. Коли заряд q_0 зміститься в бік q_1 , то відчутна ним сила притягування з боку заряду q_1 перевищить силу притягання з боку q_2 (бо F_{10} зростає, а F_{20} зменшується) і рівновага порушиться, причому заряди q_1 і q_0 злиються, а заряд q_2 полетить на

нескінченність.

Умовою рівноваги системи буде рівність нулю суми сил, що діють на кожен із зарядів. Тобто:

$$F_{12} = F_{10} = F_{20}$$

Таким чином отримаємо:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_2 q_0}{r_2^3}$$

Відмітимо, що величини r_1 і r_2 визначають аналогічно до випадку а).

Спростивши:

$$\frac{q_1}{r^2} = \frac{q_0}{r_2^2}$$

Звідки

$$q_0 = \frac{r_2^2}{r^2} \cdot q_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot q_1 = \frac{1}{9} q_1$$

Задача 2.

На заряд q вміщений між пластинами конденсатора ємністю C діє сила F . Площа пластин конденсатора S , діелектрик – повітря. Визначити: а) різницю потенціалів між пластинами; б) заряд, що перебуває на пластинках конденсатора; в) енергію поля в конденсаторі (для повітря $\epsilon=1$); г) якою буде ємність, якщо всередину помістити парафінову пластину товщиною $d/2$.

Розв'язок:

а) Поле конденсатора є однорідним, тому для різниці потенціалів можемо використати формулу:

$$U = Ed,$$

де E – напруженість електричного поля в конденсаторі, d – відстань між пластинами. Оскільки зв'язок напруженості електричного поля та сили взаємодії визначається формулою

$$F = qE,$$

то можна визначити напруженість електричного поля:

$$E = \frac{F}{q}$$

Щоб знайти d скористаємося формулою, яка виражає співвідношення ємності плоского конденсатора C із його геометричними розмірами:

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$$

де S – площа пластин конденсатора, d – відстань між пластинами. Звідки

$$d = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{C}$$

в кінцевому результаті отримаємо:

$$U = \frac{\epsilon \epsilon_0 S F}{C Q}$$

Виведемо розмірність:

$$[U] = \frac{\Phi/\text{м} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{Н}}{\Phi \cdot \text{Кл}} = \frac{\text{м} \cdot \text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$$

б) Заряд Q , що перебуває на пластинках конденсатора, знаходимо за формулою:

$$Q = CU.$$

в) Щоб знайти енергію поля використаємо одну із трьох формул:

$$W = \frac{QU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C}.$$

г) Відомо, що ємність багатопарового конденсатора визначається формулою:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\epsilon_n}}.$$

де d_n і ϵ_n – відповідно товщина та діелектрична проникність n -го шару. В нашому випадку

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{\frac{d}{2\epsilon} + \frac{d}{2\epsilon_1}}$$

ϵ_1 – діелектрична проникність парафіну (див. довідковій таблиці).

♦ Задачі для самостійного розв'язування

- Знайти силу притягування між ядром атома водню і електроном. Радіус атома водню $0,5 \cdot 10^{-8}$ см, заряд ядра рівний по величині і протилежний по знаку заряду електрона.
- Побудувати графік залежності сили взаємодії між двома точковими зарядами від відстані між ними в інтервалі $2 \leq r \leq 10$ см через кожні 2 см. Заряди відповідно рівні $2 \cdot 10^{-8}$ Кл і $3 \cdot 10^{-8}$ Кл.
- В скільки разів сила ньютонівського притягування між двома протонами менше сили їх кулонівського відштовхування? Заряд протона чисельно рівний заряду електрона.
- Дано дві кулі масою $m = 1$ г кожна. Який заряд q потрібно надати кожній кулі, щоб сила взаємного відштовхування зарядів врівноважила силу взаємного притягування куль по закону тяжіння Ньютона? Розглядати кулі як матеріальні точки.
- Відстань між двома точковими зарядами $q_1 = 1$ мкКл і $q_2 = -q_1$ рівна 10 см. Визначити силу F , що діє на точковий заряд $q = 0,1$ мкКл, віддалений на $r_1 = 6$ см від першого і на $r = 8$ см від другого заряду.
- Дві однакоопровідні заряджені кулі знаходяться на відстані $r = 60$ см. Сила відштовхування F_1 куль рівна 70 мкН. Після того як кулі привели в дотик і віддалили одну від другої на попередню відстань, сила відштовхування зросла і стала рівна $F_2 = 160$ мкН. Визначити заряди q_1 і q_2 , які були до їх дотику. Діаметр куль рахувати набагато меншим, ніж відстань між ними.
- Дві однакоопровідні заряджені кулі знаходяться на відстані $r = 30$ см. Сила притягування F_1 рівна 90 мкН. Після того, як кулі були приведені в дотик і віддалені одна від одної в попереднє положення, вони стали відштовхуватись з силою $F_2 = 160$ мкН. Визначити заряди q_1 і q_2 , які були на кулях до їх дотику. Діаметр куль рахувати набагато меншим, ніж відстань між ними.
- Відстань l між вільними зарядами $q_1 = 180$ нКл і $q_2 = 720$ нКл рівна 60 см. Визначити точку на прямій, яка проходить через заряди, в яку потрібно помістити третій заряд q_3 так, щоб система зарядів перебувала в рівновазі. Визначити величину і знак заряду. Стійка чи нестійка буде рівновага?
- Три однакових заряди $q = 1$ нКл кожен, розміщено у вершинах рівностороннього трикутника. Який від'ємний заряд q_1 потрібно розмістити в центрі трикутника, щоб його притягування врівноважило сили взаємного відштовхування зарядів? Чи буде ця рівновага стійкою.
- У вершинах квадрата знаходяться однакові заряди $q = 0,3$ нКл кожен. Який негативний заряд q_1 потрібно помістити в центрі квадрата, щоб сили взаємного відштовхування позитивних зарядів були врівноважені силою притягування негативного заряду?

- В центр квадрата, у вершинах якого знаходяться по заряду q_0 , помістили від'ємний заряд. Знайти величину цього заряду, якщо результуюча сила, що діє на кожен заряд рівна нулю.
- Дві кулі масою $m = 0,1$ г кожна, підвішені в одній точці на нитках довжиною $l = 20$ см. Отримавши однаковий заряд, кулі розійшлися так, що нитки утворили між собою кут $\alpha = 60^\circ$. Знайти заряд кожної кулі.
- Відстань d між двома точковими позитивними зарядами $q_1 = 9q$ і $q_2 = q$ рівна 8 см. На якій відстані r від першого заряду знаходиться точка, в якій напруженість E поля зарядів рівна нулю? Де знаходилась би ця точка, якщо б другий заряд був негативний?
- Два точкових заряди $q_1 = q_2 = q$ знаходяться на відстані d один від одного. Знайти положення точки на прямій, що проходить через ці заряди, напруженість поля E в якій рівна нулю.
- Електричне поле створене двома точковими зарядами $q_1 = 40$ нКл і $q_2 = -10$ нКл, які знаходяться на відстані $d = 10$ см один від одного. Визначити напруженість E поля в точці, віддаленій від першого заряду на $r_1 = 12$ см і від другого на $r_2 = 6$ см.
- Знайти напруженість електричного поля в точці, яка лежить посередині між точковими зарядами $q_1 = 8 \cdot 10^{-9}$ Кл і $q_2 = -6 \cdot 10^{-9}$ Кл. Відстань між зарядами рівна $r = 10$ см; $\epsilon = 1$.
- Заряди $q_1 = 1$ мкКл і $q_2 = -1$ мкКл знаходяться на відстані $d = 10$ см. Визначити напруженість E і потенціал ϕ поля в точці, віддаленій на відстань $r = 10$ см від першого заряду і яка лежить на лінії, що проходить через перший заряд перпендикулярно до напрямку від q_1 до q_2 .
- Електричне поле створене точковим позитивним зарядом $q_1 = 6$ нКл. Позитивний заряд q_2 переноситься з точки А цього поля в точку В. Яка зміна потенціальної енергії ΔW припадає на одиницю заряду, що переноситься, якщо $r_1 = 20$ см і $r_2 = 50$ см? Переміщення відбувається по лінії, яка з'єднує заряди.
- Знайдіть потенціальну енергію W системи двох точкових зарядів $q_1 = 100$ нКл, $q_2 = 10$ нКл, які знаходяться на відстані $d = 10$ см один від одного.
- Точкові заряди $q_1 = 1$ мкКл і $q_2 = 0,1$ мкКл знаходяться у вакуумі на відстані $r_1 = 10$ см один від одного. Яку роботу A виконують сили поля, якщо другий заряд, відштовхуючись від першого, віддалиться від нього на відстань: 1) $r_2 = 10$ м; 2) $r_3 = \infty$?
- Електричне поле створене двома однаковими позитивними точковими зарядами q . Знайти роботу A_{12} сил поля по переміщенні заряду $q_1 = 10$ нКл з точки 1 з потенціалом $\phi_1 = 300$ В в точку 2, влічті віддалену по лінії, що з'єднує заряди.
- На пластинах плоского конденсатора рівномірно розподілений заряд з поверхневою густиною заряду $\sigma = 0,2$ мкКл/м². Відстань d між пластинами дорівнює 1 мм. Як зміниться різниця потенціалів на його обкладках при збільшенні відстані d між пластинами до 3 мм.
- В плоский конденсатор помістили плитку парафіну товщиною $d = 1$ см, яка тісно прилягає до його пластин. На яку величину потрібно збільшити відстань між пластинами, щоб отримати попередню ємність?
- Електроємність C плоского конденсатора дорівнює 1,5 мкФ. Відстань d між пластинами дорівнює 5 мм. Яка буде електроємність C конденсатора, якщо на нижню пластину покласти лист ебоніту товщиною $d_1 = 3$ мм?
- Між пластинами плоского конденсатора знаходиться тісноприлягаюча скляна пластинка. Конденсатор заряджений до різниці потенціалів $U_1 = 100$ В. Яка буде різниця потенціалів U_2 , якщо скляну пластину вийняти з конденсатора?
- Конденсатор електроємністю $C_1 = 0,2$ мкФ було заряджено до різниці потенціалів $U_1 = 320$ В. Після того, як його з'єднали паралельно з іншим конденсатором, зарядженим до різниці потенціалів $U_2 = 450$ В, напруга на ньому змінилась до 400 В. Обчислити ємність C_2 другого конденсатора.
- Три однакових плоских конденсатора з'єднано послідовно. Электроємність C такої батареї конденсаторів рівна 89 пФ. Площа S кожної з пластин рівна 100 см², діелектрик – скло. Яка товщина d діелектрика?
- Різниця потенціалів рівна на двох послідовно з'єднаних конденсаторах. Ємність першого конденсатора 2 мкФ і ємність другого 4 мкФ. Знайти заряд і різницю потенціалів на обкладках кожного конденсатора.

- 7.29 В яких межах може змінюватись ємність системи, яка складається з двох конденсаторів при послідовному з'єднанні, якщо ємність одного з конденсаторів постійна і дорівнює $3,33 \cdot 10^{-9}$ Ф, а ємність другого може змінюватись від 20 пФ до 500 пФ?
- 7.30 В яких межах може змінюватись ємність системи, створеної з двох конденсаторів змінної ємності при паралельному з'єднанні, якщо ємність кожного з них може змінюватись від 10 до 450 нФ?
- 7.31 Конденсатор ємністю 20 мкФ заряджений до потенціалу 100 В. Знайти енергію цього конденсатора.
- 7.32 Конденсатору, електроємність якого дорівнює 10 пФ, надано заряд $q=1$ пКл. Визначте енергію W конденсатора.
- 7.33 Відстань d між пластинами плоского конденсатора дорівнює 2 см, різниця потенціалів $U = 6$ КВ. Заряд q кожної пластини дорівнює 10 нКл. Обчисліть енергію W поля конденсатора.

8 Електричний струм

◆ Приклади розв'язування задач

Задача 1.

Сила струму у провіднику змінюється з часом згідно з рівнянням $I=5+3t$, де сила струму I вимірюється в амперах, а час в секундах. 1. Яка кількість електрики q проходить через поперечний переріз провідника за проміжок часу від t_1 до t_2 ? 2. При якій силі постійного струму через поперечний переріз провідника за цей самий час проходить така сама кількість електрики? 3. Яка кількість тепла Q виділиться при цьому, якщо відомо, що напруженість поля E , а довжина провідника l ?

Розв'язок:

2. Сила струму визначається величиною заряду, що переноситься за деякий проміжок часу через поперечний переріз провідника (провідного середовища):

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Отже:

$$dq = Idt$$

Проінтегруємо вираз в межах від t_1 до t_2 :

$$q = \int_{t_1}^{t_2} Idt = \int_{t_1}^{t_2} (5+3t)dt = \left(5t + \frac{3}{2}t^2\right) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

2. Для постійного струму:

$$I_n = \frac{q}{\Delta t}$$

де I_n – сила постійного струму, Δt – час, протягом якого переноситься заряд q ($\Delta t = t_2 - t_1$).

3. За законом Джоуля-Ленца, кількість теплоти, що виділяється на ділянці провідника при проходженні електричного струму, рівна:

$$dQ = IUdt$$

Знаючи, що для однорідного провідника:

$$E = \frac{U}{l}$$

можемо записати

$$dQ = IEldt$$

В кінцевому результаті шляхом інтегрування отримаємо вираз для кількості теплоти, що виділяється на провіднику за заданий проміжок часу:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} IEldt = El \int_{t_1}^{t_2} (5+3t)dt$$

Задача 2.

Через двоелектродну лампу з плоскими електродами проходить струм I . Напряда на лампі U . 1. Якої швидкості \mathcal{V} набуває електрон поблизу анода? 2. Який імпульс отримає анод від електрона? 3. Яка кількість електронів при цьому струмі попадає на анод за час t_0 ? Електрони покидають катод із швидкістю \mathcal{V}_0 .

Розв'язок:

1. Оскільки електрон вилітає з деякою початковою швидкістю \mathcal{V}_0 , то при цьому його початкова кінетична енергія рівна

$$K_0 = \frac{m\mathcal{V}_0^2}{2}$$

За законом збереження енергії робота електричного поля йде на зміну кінетичної енергії електрона

$$A = K - K_0,$$

де $A=eU$ – робота сил електричного поля, $K = \frac{m\mathcal{V}^2}{2}$ – кінетична енергія набута електронем

безпосередньо перед анодом. Тепер, якщо прирівняємо відповідні вирази для роботи:

$$eU = \frac{m\mathcal{V}^2}{2} - \frac{m\mathcal{V}_0^2}{2},$$

то після перетворення отримаємо:

$$\mathcal{V} = \sqrt{\frac{2eU + m\mathcal{V}_0^2}{m}}$$

2. При попаданні електрона на анод, останньому передається імпульс:

$$p = m\mathcal{V} = m\sqrt{\frac{2eU + m\mathcal{V}_0^2}{m}} = \sqrt{(2eU + m\mathcal{V}_0^2)m}$$

3. Із визначення для сили струму $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ – де заряд, що переноситься за деякий проміжок часу Δt . В нашому випадку сумарний заряд:

$$\Delta q = ne,$$

де e – заряд електрона, n – кількість електронів. Таким чином, можна знайти кількість електронів, що попадає на анод за час t_0

$$n = \frac{It_0}{e}$$

◆ Задачі для самостійного розв'язування

- 8.1 Сила струму в провіднику рівномірно зростає від $I_0=0$ до $I=3$ А за 10 с. Визначити сумарний заряд q , який пройшов у провіднику при цьому.
- 8.2 Визначте густину струму j в залізному провіднику довжиною $l=10$ м, якщо він знаходиться під напругою $U=6$ В.
- 8.3 Ламповий ресетат складається з п'яти електричних ламп, включених паралельно.

- Знайти опір реостата: 1) коли горять всі лампи, 2) коли вимкочають: а) одну, б) дві, в) три, г) чотири лампочки. Опір кожної лампочки дорівнює 350 Ом.
- 8.4 Скільки витків ніхромового дроту діаметром 1 мм треба навити на фарфоровий циліндр радіусом 2,5 см, щоб отримати піч опором 40 Ом?
- 8.5 Знайти опір залізного стержня діаметром 1 см, якщо маса цього стержня 1 кг.
- 8.6 Два циліндричні провідники, один з міді, а другий з алюмінію, мають однакову довжину і однаковий опір. В скільки разів мідний провід важчий за алюмінієвий?
- 8.7 Опір вольфрамової нитки електричної лампи при 20°C дорівнює 35,8 Ом. Яка буде температура нитки лампи, якщо при включенні в сітку з напругою 120 В по нитці йде струм 0,33 А? Температурний коефіцієнт опору вольфраму дорівнює $4,6 \cdot 10^{-3}$ град⁻¹.
- 8.8 Знайти падіння потенціалу на мідному провіді довжиною 500 м і діаметром 2 мм, якщо сила струму в ньому дорівнює 2 А.
- 8.9 Сила струму в провіднику, опір якого $R=100$ Ом рівномірно зростає від $I_0=0$ до $I_{\max}=10$ А за час $t=30$ с. Визначте кількість теплоти Q , яка виділялась за цей час в провіднику.
- 8.10 Сила струму в провіднику, опір якого $R=12$ Ом рівномірно зменшується від $I_0=5$ А до $I=0$ за час $t=10$ с. Яка кількість теплоти Q виділиться в цьому провіднику за вказаний проміжок часу?
- 8.11 Сила струму в провіднику рівномірно збільшується від $I_0=0$ до деякого максимального значення за час $t=10$ с. За цей час в провіднику виділялась кількість теплоти $Q=1$ кДж. Визначте швидкість зростання струму в провіднику, якщо його опір R дорівнює 3 Ом.
- 8.12 В ланцюг з'єднано послідовно мідний і сталевий дріт однакової довжини і діаметра. Знайти: 1) відношення кількості теплоти, яка виділяється в кожному з провідників, 2) відношення спаду напруг на них.
- 8.13 Рішити попередню задачу для випадку, коли вони з'єднані паралельно.
- 8.14 Різниця потенціалів між двома точками А і В дорівнює 9 В. Для двох провідників, опір яких відповідно дорівнює 5 і 3 Ом, знайти кількість теплоти, яка виділяється в кожному з провідників за 1 с, якщо провідники між точками А і В з'єднано: 1) послідовно, 2) паралельно.
- 8.15 Дві електричні лампи увімкнено в мережу паралельно. Опір першої лампи 360 Ом, опір другої 240 Ом. Яка з ламп поглинає більшу потужність? В скільки разів?
- 8.16 Сила струму в металевому провіднику $I=0,8$ А, площа провідника $S=4$ мм². Приймаючи, що в кожному кубічному сантиметрі металу є $n=2,5 \cdot 10^{22}$ вільних електронів, визначте середню швидкість \bar{v}_e їх впорядкованого руху.
- 8.17 Визначте середню швидкість \bar{v}_e впорядкованого руху електронів в мідному провіднику при силі струму $I=10$ А, а площа поперечного перерізу провідника $S=1$ мм². На кожний атом міді припадає два електрона провідності.
- 8.18 Густина струму в мідному провіді $j=3$ А/мм². Знайти напруженість E електричного поля в провіднику.
- 8.19 В мідному провіднику довжиною $l=2$ м і площею поперечного перерізу $S=0,4$ мм² проходить струм. При цьому щосекунди виділяється кількість теплоти $Q=0,35$ Дж. Скільки електронів N проходить за 1 с через поперечний переріз цього провідника?
- 8.20 В мідному провіднику об'ємом $V=6$ см³ при проходженні по ньому постійного струму за час $t=1$ хв виділялась кількість теплоти $Q=216$ Дж. Знайти напруженість E електричного поля в провіднику.
- 8.21 Термопара мідь – константан з опором $R_1=5$ Ом приєднана до гальванометра, опір R_2 якого дорівнює 100 Ом. Один контакт термопари поміщений в танучий лід, другий – в гарячу рідину. Сила струму I в ланцюгу рівна 37 мкА. Постійна термопари $k=43$ мкВ/К. Визначте температуру T рідини.
- 8.22 Сила струму I в ланцюгу, який складається з термопари з опором $R_1=4$ Ом і гальванометра з опором $R_3=80$ Ом, дорівнює 26 мкА при різниці температур ΔT сплавів, рівній 50°. Визначте постійну k термопари.
- 8.23 Яку найменшу швидкість повинні мати вільні електрони: 1) цезію і 2) платини, для того щоб вони могли покинути метал?
- 8.24 В скільки разів зміниться питома густина термоелектронного струму при емісії з вольфраму, якщо збільшити температуру вольфраму з 2400 К до 2500 К?
- 8.25 В скільки разів катод з вольфраму з домішками торію при його робочій температурі

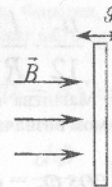
- 1800 К дає більшу питому емісію, ніж катод з чистого вольфраму при тій самій температурі? Емісійну постійну B для чистого вольфраму вважати рівною 60 А/см²·град² і для торійованого вольфраму 3 А/см²·град².
- 8.26 При якій температурі торійований вольфрам буде давати таку ж питому емісію, яку дає чистий вольфрам при $T=2500$ К? Необхідні дані взяти з попередньої задачі.

9 Електромагнетизм

♦ Приклади розв'язування задач

Задача 1.

В однорідному магнітному полі, індукція якого рівна $0,5$ Вб/м², рухається рівномірно провідник довжиною 10 см. По провіднику протікає струм силою 2 А. Швидкість руху провідника 20 см/с і напрямлена вона перпендикулярно до напрямку магнітного поля. Знайти: 1) роботу, що виконується при переміщенні провідника за час 10 с руху; 2) потужність, що витрачається на цей рух.



Розв'язок:

1. При переміщенні тіла під дією сили на деякій шлях dS виконується робота:

$$dA = FdS = F \bar{v} dt.$$

В даному випадку на провідник із струмом діє сила Ампера F_A , яка і виконує роботу.

$$F_A = BIl \sin \alpha = BIl = 0,5 \cdot 2 \cdot 0,1 = 0,1 \text{ Н},$$

де B – індукція магнітного поля, I – сила струму, що тече в провіднику, l – довжина провідника, α – кут між напрямком вектора магнітної індукції і напрямком струму.

Інтегруючи вираз для роботи, отримаємо:

$$A = \int_0^{10} 0,1 \cdot 0,2 dt = 0,2 \text{ Дж}.$$

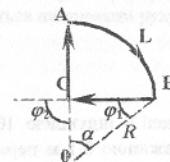
2. Потужність визначається величиною роботи, що виконується за одиницю часу:

$$P = \frac{A}{\Delta t} = 0,02 \text{ Вт}.$$

Задача 2.

По контуру, який зображено на рисунку, протікає струм 10 А. Визначити магнітну індукцію в точці О, якщо радіус дуги $R=10$ см, $\alpha=60^\circ$.

Розв'язок:



За принципом суперпозиції полів магнітна індукція \vec{B} в точці O дорівнює векторній сумі магнітних індукцій, що створюються всіма елементами контура із струмом в цій точці. Розбивши цей контур на ділянки, отримаємо:

$$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CA}. \quad (1)$$

Перш за все, обчислимо модулі всіх трьох доданків. Для ділянки AB використаємо формулу часткового випадку для магнітної індукції в центрі дуги кола довжиною L , по якій протікає струм:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I L}{R^2}.$$

Оскільки $\alpha=60^\circ$, то $L = 2\pi \frac{R}{6} = \frac{\pi R}{3}$. Підставивши, отримаємо

$$B_{AB} = \frac{\mu_0}{12} \cdot \frac{I}{R}.$$

Тепер визначимо величину B_{BC} . Магнітна індукція в будь-якій точці поля, що створене прямолінійним провідником із струмом визначається

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

де a – відстань від точки до провідника, φ_1, φ_2 – кути, що створені радіус-вектором, який проведено в точку відповідно від початку і кінця провідника за напрямком струму. Із рисунку: $\varphi_1=30^\circ, \varphi_2=90^\circ, a=OC=R \sin \varphi_1=R/2$. Отже

$$B_{BC} = \frac{\sqrt{3}\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{R}.$$

Для ділянки CA , виходячи із закону Біо-Савара-Лапласа можна записати, що $B_{CA}=0$, бо $\sin(d\vec{l}, \vec{r})=0$. Таким чином, співвідношення (1) спроститься:

$$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC}.$$

Оскільки, наш контур і точка лежать в одній площині, то обидва вектори $\vec{B}_{AB}, \vec{B}_{BC}$ розміщені вздовж однієї прямої – нормалі до площини рисунку, що проходить через точку O . При цьому вони будуть протилежно напрямленими. Приймавши один з напрямків за додатний можна зробити скалярний запис

$$B = B_{BC} - B_{AB}.$$

Підставивши відповідні вирази отримаємо кінцеву формулу:

$$B = \left(\frac{\sqrt{3}}{4\pi} - \frac{1}{12} \right) \frac{\mu_0 I}{R},$$

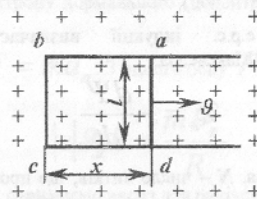
де $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн – магнітна стала.

Задача 3.

В однорідному магнітному полі з індукцією $10,0 \cdot 10^{-2}$ Тл розміщена прямокутна рамка $abcd$, рухома сторона якої ad довжиною 0,1 м переміщається із швидкістю \mathcal{Q} 25 м/с перпендикулярно до ліній індукції поля. Визначити е.р.с. індукції, що виникає в цьому

контурі.

Розв'язок:



Цю задачу можна рішити двома способами, застосувавши закон Фарадея для електромагнітної індукції, або ж розглядаючи сили, що діють на вільні електрони в рухомому провіднику (сила Лоренца).

2. При русі провідника ad площа рамки збільшується, магнітний потік F через рамку зростає, а значить, згідно закону Фарадея, в рамці повинна при цьому виникати е.р.с. індукції. Щоб знайти її, виразимо магнітний потік через індукцію поля B і сторони рамки l і x :

$$\Phi = BS = Blx.$$

За законом Фарадея:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt},$$

де $dx/dt=\mathcal{Q}$ – швидкість переміщення провідника ad . Отже:

$$\varepsilon = -Bl\mathcal{Q}. \quad (1)$$

Знак мінус означає, що е.р.с. індукції діє в контурі в такому напрямку, при якому зв'язана з ним правилом правого гвинта нормаль до контуру протилежно напрямлена до вектора B . Таким чином, індукційний струм в контурі протікає проти годинникової стрілки.

2. Е.р.с. – робота сторонніх сил, по переміщенню вздовж замкнутого контура одиничного позитивного заряду:

$$\varepsilon = \frac{A}{q} = \frac{1}{q} \oint (F_{ct} dl),$$

де q – величина заряду.

При русі в магнітному полі провідника, разом з ним рухаються з тією ж швидкістю вільні заряди. А тому, на кожен з них діє сила Лоренца, що виконує роль сторонньої сили F_{cm} . Оскільки $\vec{\mathcal{Q}} \perp \vec{B}$, то сила Лоренца рівна:

$$F = q\mathcal{Q}B.$$

Сила діє лише на ділянку провідника довжиною l , отже:

$$\oint (F_{ct} dl) = Fl = q\mathcal{Q}Bl.$$

Підставивши це значення інтеграла в формулу для е.р.с., отримаємо:

$$\varepsilon = Bl\mathcal{Q},$$

що співпадає по абсолютному значенню з формулою (1). Щоб знайти напрямок струму, врахуємо, що він завжди визначається напрямком руху позитивних зарядів.

Задача 4.

В однорідному магнітному полі з індукцією 0,1 Тл рівномірно обертається рамка.

що містить 1000 витків, з частотою $n=10 \text{ с}^{-1}$. Площа рамки рівна 150 см^2 . Визначити миттєве значення е.р.с., що відповідає куту повороту рамки на 30° .

Розв'язок:

Миттєве значення е.р.с. індукції визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея-Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

де $\Psi = N\Phi$ - погокозчеплення. N - число витків, що пронизуються магнітним потоком Φ . Підставивши, отримаємо:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}.$$

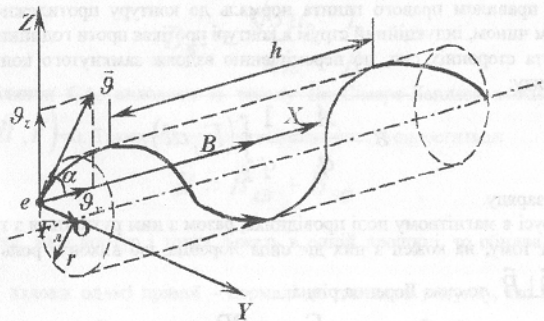
При обертанні рамки, магнітний потік, що пронизує її в момент часу t , змінюється за законом $\Phi = BS \cos \omega t$, де B - магнітна індукція, S - площа рамки, $\omega = 2\pi n$ - колова частота. Отже, після підстановок, отримаємо кінцеву формулу:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t = 2\pi nNBS \sin \omega t.$$

Задача 5.

Електрон з швидкістю $\mathcal{V} = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, влітає в однорідне магнітне поле з індукцією 30 мТл під кутом $\alpha = 30^\circ$ до напрямку ліній індукції. Визначити радіус і крок гвинтової лінії, по якій буде рухатись електрон.

Розв'язок:



Відомо, що на заряджену частинку, яка влітає в магнітне поле, діє сила Лоренца, перпендикулярна до векторів магнітної індукції і швидкості

$$F = q\mathcal{V}B \sin \alpha.$$

де q - заряд частинки. У випадку, коли частинкою являється електрон, ця формула набуває вигляду:

$$F = |e|\mathcal{V}B \sin \alpha.$$

З механіки відомо, що постійна сила, яка є перпендикулярною до швидкості викликає коловий рух. Таким чином, електрон, що влітає в магнітне поле, буде рухатися по колу в площині перпендикулярній до ліній індукції з швидкістю, яка рівна поперечній складовій $\mathcal{V}_\perp = \mathcal{V} \sin \alpha$. Разом з тим, він буде рухатися і вздовж поля з швидкістю $\mathcal{V}_x = \mathcal{V} \cos \alpha$. Внаслідок накладання цих рухів, результатом буде рух по гвинтовій

лінії. Сила Лоренца падає електрону нормального (доцентрового) прискорення $a_n = \frac{\mathcal{V}_\perp^2}{R}$.

За другим законом Ньютона $F = ma_n$. З іншого боку $F = |e|\mathcal{V}_\perp B$. Тепер

$$|e|\mathcal{V}_\perp B = \frac{m\mathcal{V}_\perp^2}{R}.$$

Після відповідних перетворень, отримаємо вираз для радіусу

$$R = \frac{m\mathcal{V}_\perp}{|e|B} = \frac{m\mathcal{V} \sin \alpha}{|e|B}.$$

Крок гвинтової лінії рівний шляху, що проходить електрон вздовж поля з швидкістю \mathcal{V}_x за час, необхідний електрону на один повний оберт

$$h = \mathcal{V}_x T,$$

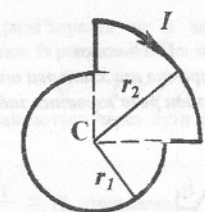
де $T = \frac{2\pi R}{\mathcal{V}_\perp}$ - період обертання електрона. Тоді

$$h = \frac{2\pi R \mathcal{V}_x}{\mathcal{V}_\perp} = \frac{2\pi R \mathcal{V} \cos \alpha}{\mathcal{V} \sin \alpha} = 2\pi R \cot \alpha.$$

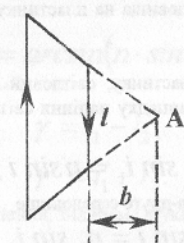
♦ Задачі для самоїїного розв'язування

- Прямий провідник, по якому тече струм силою 1 кА , розміщено в однорідному магнітному полі перпендикулярно до ліній індукції. З якою силою F діє поле на відрізок провідника довжиною 1 м , якщо магнітна індукція $B = 1 \text{ Тл}$?
- Прямий провідник довжиною 10 см , по якому протікає струм 20 А , знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією 10^{-2} Тл . Знайти кут α між напрямками вектора \vec{B} і струму, якщо на провідник діє сила $F = 10 \text{ мН}$.
- Квадратна дрютяна рамка розміщена в одній площині з довгим прямим провідником так, що дві її сторони паралельні провіднику. По рамці і провіднику протікають однакові струми силою 1 кА . Визначити силу F , що діє на рамку, якщо найближча до провідника сторона рамки знаходиться на відстані, що рівна її довжині.
- По двох паралельних провідниках довжиною 1 м кожен протікають струми однакової сили. Відстань d між провідниками рівна 1 см . Струми взаємодіють з силою 1 мН . Знайти силу струму в провідниках.
- Два прямолінійних довгих паралельних провідники знаходяться на відстані 10 см один від одного. По них тече струм в одному напрямку $I_1 = 20 \text{ А}$ і $I_2 = 30 \text{ А}$. Яку роботу необхідно виконати на одиницю довжини провідників, щоб віддалити їх до відстані 20 см ?
- Два прямолінійних довгих паралельних провідника знаходяться на деякій відстані один від одного. По провідниках течуть струми рівні за напрямком та величиною. Знайти силу струму, що тече по кожному із провідників, якщо відомо, що для того щоб віддалити їх на вдвічі більшу відстань необхідно виконати роботу $5,5 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}$ на кожен сантиметр довжини.
- Електрон, прискорений різницею потенціалів 1000 В влітає в однорідне магнітне поле, що перпендикулярне напрямку його руху. Індукція магнітного поля рівна $1,19 \cdot 10^{-3} \text{ Тл}$. Знайти: 1) радіус кривизни траєкторії електрона; 2) період обертання його по колу; 3) момент кількості руху електрона.

- 9.8 Електрон влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно силовим лініям із швидкістю $4 \cdot 10^7$ м/с. Індукція магнітного поля рівна 10^{-3} Тл. Чому рівні тангенціальне та нормальне прискорення електрона в магнітному полі?
- 9.9 Знайти кінетичну енергію протона, що рухається по дузі радіусом кривизни 60 см в магнітному полі, індукція якого рівна 1 Тл.
- 9.10 Протон і електрон, що рухаються з однаковою швидкістю попадають в однорідне магнітне поле. В скільки разів радіус кривизни протона R_1 більший радіуса кривизни R_2 траєкторії електрона?
- 9.11 Протон і електрон, прискорені однаковою різницею потенціалів влітають в однорідне магнітне поле. В скільки разів радіус кривизни протона R_1 більший радіуса кривизни R_2 траєкторії електрона?
- 9.12 Знайти відношення q/m для зарядженої частинки, якщо вона, влітаючи зі швидкістю 10^8 см/с в однорідне магнітне поле напруженістю 31,4 А/м, рухається по дузі радіусом 3,3 см. Напрямок швидкості руху частинки перпендикулярний напрямку магнітного поля. Порівняти знайдене значення із значеннями для електрона, протона і альфа-частинки.
- 9.13 Електрон, прискорений різницею потенціалів 6 кВ влітає в однорідне магнітне поле під кутом 30° до напрямку поля і починає рухатись по спіралі. Індукція магнітного поля $1,3 \cdot 10^{-2}$ Тл. Знайти: 1) радіус витка спіралі; 2) крок спіралі.
- 9.14 У соленоїді довжиною 1 м, що містить $N=1000$ витків, рівномірно намотаних, проходить струм силою 1 А. Діаметр соленоїда $D=2$ см. Знайти індукцію магнітного поля B на осі соленоїда у точках, що відстоять від його середини по осі на $x=0, 40, 60$ см.
- 9.15 Електрон рухається прямолінійно і рівномірно із швидкістю $3 \cdot 10^5$ м/с. Знайти магнітну індукцію поля, що створюється електроном в точці, яка знаходиться на відстані від нього 1 нм і лежить на перпендикулярі до вектора швидкості, який проходить через миттєве положення електрона.
- 9.16 Знайти силу I нескінченного прямого струму, при якій індукція поля B на відстані від провідника 1 м дорівнює $4,8 \cdot 10^{-3}$ Тл.
- 9.17 Знайти напруженість магнітного поля в точці, що знаходиться на відстані 2 см від нескінченно довгого провідника, по якому тече струм 5 А.
- 9.18 Знайти напруженість магнітного поля в центрі кругового дротяного кола радіусом 1 см, по якому тече струм 1 А.
- 9.19 По двох нескінченно довгих провідниках, відстань між якими 10 см в одному напрямку проходять струми 20 А кожний. Знайти індукцію магнітного поля в точці, що міститься $r_1=8$ см від одного і $r_2=6$ см від другого провідника.
- 9.20 При якій силі струму, що проходить по тонкому провідному кільцю радіусом 0,2 м, магнітна індукція в точці, рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстань 0,3 м дорівнює 20 мкТл?
- 9.21 Напруженість магнітного поля в центрі кільця радіусом 11 см рівна 64 А/м. Знайти напруженість магнітного поля на осі витка на відстані 10 см від його площини.
- 9.22 Струм 20 А, що протікає по провідному кільці із мідного дроту поперечним перерізом 1 мм^2 створює в центрі кільця напруженість магнітного поля 178 А/м. Яка різниця потенціалів прикладена до кінців провідника, що утворює кільце?
- 9.23 Знайти напруженість магнітного поля на осі колового контуру на відстані 3 см від його площини. Радіус контура 4 см, сила струму в контурі 2 А.
- 9.24 В центрі колового дротяного витка створюється магнітне поле H при різниці потенціалів U на кінцях витка. Як необхідно замінити прикладену різницю потенціалів, щоб отримати таку ж напруженість магнітного поля в центрі витка вдвічі більшого радіуса, виготовленого з того ж матеріалу?

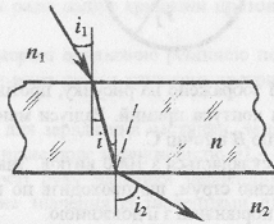


- 9.25 По плоскому контуру, який зображено на рисунку, протікає струм силою 1 А. Кут між прямолінійними ділянками контура прямий. Радіуси мають значення: $r_1=10$ см, $r_2=20$ см. Знайти магнітну індукцію B в точці С.
- 9.26 Котушка довжиною 30 см складається з 1000 витків. Знайти напруженість магнітного поля всередині котушки, якщо струм, що проходить по котушці, рівний 2 А. Діаметр котушки рахувати малим в порівнянні з її довжиною.
- 9.27 Обмотка виготовлена з дроту діаметром 0,8 мм. Витки тісно прилягають одне до одного. Вважаючи котушку достатньо довгою, знайти напруженість магнітного поля в середині котушки при силі струму 1 А.



- 9.28 Струм силою 6,28 А циркулює в контурі, що має форму рівнобічної трапеції (див. рисунок). Відношення основ трапеції дорівнює 2. Знайти магнітну індукцію в точці А, що лежить в площині трапеції. Менша основа трапеції $l=100$ мм, відстань $b=50$ мм.
- 9.29 В однорідному магнітному полі 0,01 Тл знаходиться прямий провідник довжиною 10 см, який розміщено перпендикулярно до лінії індукції. По провіднику протікає струм 2 А. Під дією сил поля він перемістився на відстань 5 см. Знайти роботу сил поля.
- 9.30 Магнітний потік величиною 40 мВб пронизує замкнутий контур. Визначити середнє значення е.р.с. індукції, яка виникає в контурі, якщо магнітний потік зміниться до нуля за час 2 мс.
- 9.31 В однорідному магнітному полі з індукцією 1 Тл знаходиться провідник довжиною 20 см, кінці якого замкнуті поза полем. Опір всього кола 0,1 Ом. Знайти силу, яку необхідно прикласти до провідника, щоб перемістити його перпендикулярно ліній індукції із швидкістю 2,5 м/с.
- 9.32 На картонний каркас довжиною 50 см і площею перерізу 4 см^2 намотано в 1 шар дрід діаметром 0,2 мм таким чином, що витки щільно прилягають один до одного. Обчислити індуктивність отриманого соленоїда.
- 9.33 Індуктивність соленоїда довжиною 1 м, намотаного в 1 шар на немагнітний каркас, рівна 1,6 мГн. Площа перерізу соленоїда рівна 20 см^2 . Визначити число n витків на кожному см довжини соленоїда.
- 9.34 Соленоїд з індуктивністю 4 мГн містить 600 витків. Визначити магнітний потік, якщо сила струму, що протікає по обмотці дорівнює 12 А.
- 9.35 Соленоїд, площа перерізу якого 5 см^2 містить 1200 витків. Індукція B магнітного поля всередині соленоїда при струмі 2 А дорівнює 0,01 Тл. Визначити індуктивність соленоїда.

Задача 1.



Два середовища розділено плоскопаралельною пластинкою. Показники заломлення першого та другого середовища і пластинки відповідно рівні n_1 , n_2 і n , причому $n > n_1$. Промінь світла падає із першого середовища на пластинку під кутом i_1 . Визначити кут i_2 , під яким промінь вийде із пластинки.

Розв'язок:

При проходженні через пластинку, світловий промінь двічі заломлюється на її гранях згідно закону заломлення. У випадку падіння світла на межу першого середовища з пластинкою маємо

$$n_1 \sin i_1 = n \sin i,$$

а при падінні світла на межу пластинка-друге середовище

$$n \sin i = n_2 \sin i_2.$$

Прирівнявши, отримаємо

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

Таким чином, шуканий кут i_2 визначається співвідношенням

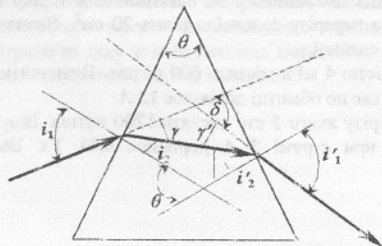
$$\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1.$$

Якщо $n_1 > n_2$, то можливий випадок, що знайдений $\sin i_2 > 1$. Це означає, що промінь не вийде в друге середовище, а повністю відіб'ється від межі пластинка-друге середовище (явище повного внутрішнього відбивання).

Задача 2.

На скляну призму із заломлюючим кутом $\theta = 50^\circ$ падає під кутом $i_1 = 30^\circ$ промінь світла. Визначити кут відхилення δ променя призмюю, якщо показник заломлення $n_{\text{скл.}} = 1,56$.

Розв'язок:



Дану задачу зручно розв'язувати не в загальному вигляді, а поопераційно, виконуючи всі проміжні обчислення. Із рисунка можна записати, що кут відхилення

$$\delta = \gamma + \gamma',$$

а кути γ і γ' досить просто виражаються через кути i_1 , i_2 , i'_1 , i'_2 , які послідовно і будемо обчислювати:

- Із закону заломлення $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n$ отримаємо:

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin i_1}{n}\right).$$

- Із рисунка кут падіння i'_2 на другу грань призми рівний

$$i'_2 = \theta - i_2.$$

- Оскільки $\frac{\sin i'_2}{\sin i'_1} = \frac{1}{n}$, то

$$i'_1 = \arcsin(n \cdot \sin i'_2).$$

Тепер знайдемо кути γ і γ' :

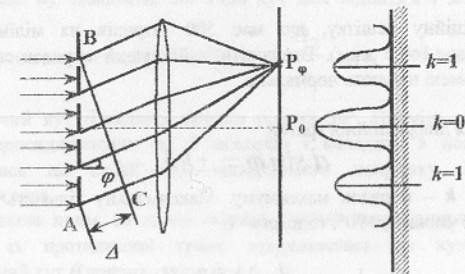
$$\gamma = i_1 - i_2,$$

$$\gamma' = i'_1 - i'_2.$$

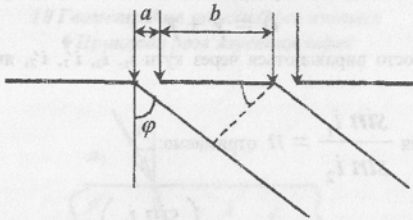
Підставивши числові значення, знайдемо шукану величину δ .

Задача 3.

На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла. Червону лінію ($\lambda = 6300 \text{ \AA}$) видно в спектрі третього порядку ($k=3$) під кутом $\varphi = 60^\circ$. 1) Яку спектральну лінію λ_1 видно під тим самим кутом в спектрі четвертого ($k=4$) порядку? 2) Яке число n штрихів на 1 мм довжини має дифракційна ґратка?



Розв'язок:



При проходженні світла крізь дифракційну ґратку спостерігаються чіткі максимуми освітленості екрана, які є симетричними до нуля-максимуму (зображення щілини) і для них виконується умова

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda,$$

де d – стала ґратки, φ – кут спостереження, k – порядковий номер максимуму, λ – довжина хвилі. За умовою задачі

$$3\lambda = d \sin 60^\circ.$$

Звідси

$$d = \frac{3\lambda}{\sin 60^\circ}.$$

1. Для випадку λ_1 ($k=4$) маємо:

$$\lambda_1 = \frac{d \sin 60^\circ}{4}.$$

2. Щоб знайти кількість штрихів:

$$n = \frac{1}{d}.$$

Задача 4.

На дифракційну решітку, що має 500 штрихів на міліметр, падає плоска монохроматична хвиля ($\lambda=0,5$ мкм). Визначити найбільший порядок спектра, який можна спостерігати, коли промені падають нормально.

Розв'язок:

Формула для дифракційної ґратки

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda,$$

де d – стала ґратки, k – порядок максимуму. Максимальну кількість максимумів можна визначити з граничної умови: $\varphi=90^\circ$, тоді $\sin \varphi=1$.

Отже

$$d = \pm k \lambda.$$

Щоб визначити d , скористаємось

$$d = \frac{1}{n},$$

тепер

$$k_{max} = \frac{d}{\lambda}.$$

♦ Задачі для самостійного розв'язування

- 10.1 Показати, що уявна глибина водойми, якщо дивитися у вертикальному напрямку, складає $3/4$ її справжньої глибини.
- 10.2 Промінь, двічі заломлюючись на гранях рівносторонньої призми виходить з неї з відхиленням на $\delta=37^\circ 10'$ від початкового напрямку. Визначити заломлюючий кут призми, якщо в середині неї промінь йде паралельно до основи. Показник заломлення призми 1,5.
- 10.3 Визначити показник заломлення води, якщо водолазові під водою здається, що промені Сонця падають під кутом 70° до горизонту, в той час як висота Сонця над горизонтом 63° .
- 10.4 Промінь світла падає із скла у воду. При якому найменшому куті падіння буде повне внутрішнє відбивання?
- 10.5 Промені світла виходять із скипидару в повітря: граничний кут повного внутрішнього відбивання в скипидарі $42^\circ 23'$. Яка швидкість світла в скипидарі? Визначити, на скільки плоскопаралельна пластинка із скла завтовшки 8 см зміщує промінь світла, що падає на неї під кутом 60° . Показник заломлення скла 1,6.
- 10.6 У дно водойми глибиною 2 м вбито пали, що виступає з води на 0,5 м. Знайти довжину тіні від палі на дні водойми, якщо промені падають на воду під кутом 30° .
- 10.7 Обчислити зміщення променя, що пройшов через скляну плоскопаралельну пластинку завтовшки 2 см, якщо кут падіння променя становить 30° . Показник заломлення скла 1,5.
- 10.8 На столі лежить аркуш паперу. Промінь світла, що падає на нього під кутом 30° дає на папері світлу пляму. На скільки зміститься ця пляма, якщо на папір покласти плоскопаралельну скляну пластину товщиною 5 см.
- 10.9 Промінь падає під кутом 60° на скляну пластинку товщиною 30 мм. Визначити бокове зміщення променя після виходу його із пластинки.
- 10.10 Пучок паралельних променів падає на товсту скляну пластину під кутом 60° і заломлюючись переходить в скло. Ширина a пучка в повітрі рівна 10 см. Визначити ширину b пучка в склі.
- 10.11 Промінь світла переходить із середовища з показником заломлення n_1 в середовище з показником n_2 . Показати, що коли кут між відбитим і заломленим променями рівний $\pi/2$, то виконується умова $\operatorname{tg} i_1 = \frac{n_2}{n_1}$, де i_1 – кут падіння.
- 10.12 Заломлюючий кут θ скляної призми рівний 30° . Промінь світла падає на грань призми перпендикулярно до її поверхні і виходить в повітря з другої грані, відхиляючись на $\delta=20^\circ$ від попереднього напрямку. Визначити показник заломлення скла.
- 10.13 Промінь світла падає на грань скляної призми перпендикулярно до її поверхні і виходить із протилежної грані, відхилившись на кут $\delta=25^\circ$. Визначити заломлюючий кут θ призми, якщо $n=1,6$.
- 10.14 На грань скляної призми з заломлюючим кутом $\theta=60^\circ$ падає промінь світла під кутом $i_1=45^\circ$. Знайти кут заломлення i_2 променя при виході із призми, а також кут відхилення δ променя від початкового напрямку.
- 10.15 На дифракційну ґратку із сталою 0,1 мм нормально падає паралельний пучок світла з довжиною хвилі 0,6 мкм. Знайти відстань між мінімумами першого порядку в дифракційній картині, яка отримується на екрані на відстані 2 м від ґратки.
- 10.16 На дифракційну ґратку, що має 430 поділок на 1 мм, нормально падає пучок світла від чатрієвого пальника ($\lambda=589$ нм). Визначити кут відхилення i r убки

спектрометра, при якому спостерігається останній дифракційний максимум. Який порядок цього максимуму?

- 10.17 На екрані отримано дифракційні спектри за допомогою дифракційної ґратки, яка має 500 поділок на 1 мм. Ґратка розташована паралельно до екрана. Приймаючи довжину хвилі крайніх видимих променів 0,78 мкм і 0,39 мкм знайти ширину спектра першого порядку, якщо екран на відстані 1,6 м від ґратки.
- 10.18 Скільки рисок на 1 мм довжини має дифракційна ґратка, якщо лінія $\lambda=0,5461$ мкм у спектрі першого порядку спостерігається під кутом $19^\circ 8'$?
- 10.19 На дифракційну ґратку нормально падає світло від розрядної трубки, наповненої гелієм. На яку лінію в спектрі третього порядку накладається червона лінія гелію $\lambda=6,7 \cdot 10^{-5}$ см спектра другого порядку?
- 10.20 На дифракційну ґратку з періодом 4 мкм падає нормально до її поверхні світло від водневої трубки. За ґраткою розміщено лінзу з фокусною відстанню 0,4 м, у фокальній площині якої міститься екран. На якій відстані Δx одна від одної вийдуть спектральні лінії з довжинами хвилі $\lambda_1=656$ нм і $\lambda_2=486$ нм у спектрі третього порядку.
- 10.21 На дифракційну ґратку падає нормально світло від розрядної трубки з криптоном. П'ятий дифракційний максимум для зеленої лінії з довжиною хвилі 566 нм міститься під кутом $34^\circ 30'$. Знайти кутове зміщення $\Delta\varphi$ між зеленою лінією з даною довжиною хвилі та фіолетовою лінією з довжиною 404 нм у спектрі третього порядку.
- 10.22 Скільки штрихів на кожен міліметр містить дифракційна ґратка, якщо при спостереженні в монохроматичному світлі ($\lambda=0,6$ мкм) максимум п'ятого порядку є відхиленим на кут 18° .
- 10.23 На дифракційну ґратку, що містить 100 штрихів на 1 міліметр, падає нормально монохроматичне світло. Зорова труба спектрометра наведена на максимум третього порядку. Щоб навести трубу на інший максимум того ж порядку, її необхідно відхилити на кут $\Delta\varphi=20^\circ$. Визначити довжину хвилі світла.
- 10.24 Дифракційна ґратка освітлена нормально падаючим монохроматичним світлом. На картинці максимум другого порядку відхилений на 14° . На який кут відхилений максимум третього порядку?
- 10.25 На дифракційну ґратку, що містить 400 штрихів на 1 мм падає монохроматичне світло ($\lambda=0,6$ мкм). Знайти загальне число дифракційних максимумів, які дає ця ґратка. Визначити кут дифракції, що відповідає останньому максимуму.
- 10.26 При освітленні дифракційної ґратки білим світлом спектри 2 і 3 порядку частково перекривають один одного. На яку довжину хвилі в спектрі другого порядку накладається фіолетова межа ($\lambda=0,4$ мкм) спектра 3 порядку?
- 10.27 На дифракційну ґратку, що містить 500 штрихів на 1 мм нормально падає біле світло. Спектр проєктується розміщеною поблизу ґратки лінзою на екран. Визначити ширину спектра першого порядку на екрані, якщо відстань від лінзи до екрана 3 м. Границі видимого спектра $\lambda_{\text{к}}=780$ нм, $\lambda_{\text{ф}}=400$ нм.

11 Квантова оптика

◆ Приклади розв'язування задач

Задача 1.

З отвору площею $S=6,1$ см² печі за $t=3$ с випромінюється $E=104$ Дж енергії. Знайти: 1) інтегральну випромінюваність R ; 2) температуру T печі.

Розв'язок:

Інтегральна випромінюваність – це та кількість енергії, що випромінюється одиницею площі розжареного тіла за одиницю часу. Отже

$$R = \frac{E}{S \cdot t}, \quad [R] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}},$$

Для знаходження температури печі використовуємо закон Стефана-Больцмана, який говорить, що інтегральна випромінюваність абсолютно чорного тіла пропорційна абсолютній температурі в четвертій степені:

$$R = \sigma T^4,$$

де σ – стала Стефана-Больцмана. Отже

$$T^4 = \frac{R}{\sigma}, \text{ або } T = \sqrt[4]{\frac{R}{\sigma}}.$$

$$[T^4] = \frac{\text{Дж/м}^2 \cdot \text{с}}{\text{Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4} = \frac{\text{Дж/м}^2 \cdot \text{с}}{\text{Дж/м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}^4} = \text{К}^4.$$

Задача 2.

Внаслідок зміни температури абсолютно чорного тіла максимум спектральної випромінюваності $(r_{\lambda,T})_{\text{max}}$ перемістився з лінії $\lambda_1=2,4$ мкм на $\lambda_2=8$ мкм. Як і в скільки разів змінилась: 1) температура T тіла; 2) інтегральна випромінюваність R тіла; 3) його максимальна спектральна випромінюваність $(r_{\lambda,T})_{\text{max}}$?

Розв'язок:

1. Внаслідок збільшення температури довжина хвилі, на яку припадає максимум спектральної випромінюваності, зміщується в короткохвильову область (закон зміщення Віна)

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}.$$

Отже

$$T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}},$$

і тепер

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_{\text{max}1}}, \quad T_2 = \frac{b}{\lambda_{\text{max}2}},$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\lambda_{\text{max}2}}{\lambda_{\text{max}1}}.$$

2. Щоб визначити R_1/R_2 , використаємо закон Стефана-Больцмана

$$R = \sigma T^4,$$

тоді

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sigma T_1^4}{\sigma T_2^4} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4.$$

3. Максимальна спектральна випромінюваність є пропорційною до п'ятого степеня абсолютної температури і виражається формулою

$$(r_{\lambda,T})_{\text{max}} = CT^5.$$

де $C=1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт·м⁻³·К⁻⁵.

Звідси

$$\frac{r_{max1}}{r_{max2}} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^5$$

Задача 3.

Робота виходу електрона з цинку $A=4$ еВ, а максимальна швидкість фотоелектронів $\mathcal{G}_{max}=7,6 \cdot 10^5$ м/с. Знайти: 1) червону межу фотоелектру λ_0 ; 2) максимальну кінетичну енергію E_{max} фотоелектронів; 3) енергію ε падаючих на метал фотонів; 4) довжину хвилі λ падаючих фотонів.

Розв'язок:

Для червоної межі:

$$h \frac{c}{\lambda_0} = A_b,$$

$$\lambda_0 = h \frac{c}{A_b},$$

$$[\lambda_0] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{м/с}}{\text{Дж}} = \text{м}.$$

$$E_{max} = \frac{m \cdot \mathcal{G}_{max}^2}{2}$$

За формулою Ейнштейна

$$\varepsilon = A_b + E_{max}.$$

Довжину хвилі знайдемо із формули:

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda},$$

$$\lambda = h \frac{c}{\varepsilon}.$$

Задача 4.

При освітленні деякого металу світлом з довжиною хвилі $\lambda=150$ нм затримуюча різниця потенціалів $U_3=3$ В. Знайти: 1) енергію ε падаючого на метал фотона; 2) максимальну кінетичну енергію E_{max} і максимальну швидкість \mathcal{G}_{max} фотоелектронів; 3) роботу виходу A електрона з металу.

Розв'язок:

1) Енергія, яку несе квант випромінювання з певною частотою

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}.$$

2) Щоб знайти E_{max} використаємо наступну формулу:

$$E_{max} = \frac{m\mathcal{G}^2}{2} = eU_3.$$

де $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд електрона.

$$3) \mathcal{G}_{max} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_e}} = \sqrt{\frac{2E_{max}}{m_e}}.$$

4) Для роботи виходу із формули Ейнштейна: $\varepsilon=A_b+E_{max}$ знаходимо $A_b=\varepsilon-E_{max}$.

♦ Задачі для самостійного розв'язування

- 11.1 Температура абсолютно чорного тіла змінилась при нагріванні від $T_1=1000$ до $T_2=3000$ К. Як, і в скільки разів змінилась при цьому: 1) інтегральна випромінюваність R ; 2) довжина хвилі λ_{max} , на яку припадає максимум спектральної випромінюваності?
- 11.2 Як, і в скільки разів зміниться енергія, випромінювана тілом, якщо його абсолютна температура зростає у 2 рази?
- 11.3 Скільки енергії випромінює абсолютно чорне тіло з температурою $t=727^\circ\text{C}$ площею $S=1\text{м}^2$ за час $t=1$ год?
- 11.4 Визначити температуру, при якій випромінюваність абсолютно чорного тіла рівна 10 кВт/м².
- 11.5 Потік енергії, що випромінюється із вікна плавильної печі, рівний 34 Вт. Визначити температуру печі, якщо площа отвору 6 см².
- 11.6 Визначити енергію, що випромінюється за одну хвилину із вікна печі, площею 8 см², якщо її температура 1200 К.
- 11.7 Муфельна піч споживає потужність 1 кВт. Температура її внутрішньої поверхні при відкритому отворі площею 25 см² рівна 1200 К. Враховуючи, що отвір печі випромінює як абсолютно чорне тіло, визначити, яка частина потужності розсіюється стінками печі.
- 11.8 На яку довжину хвилі припадає максимум спектральної густини випромінюваності абсолютно чорного тіла при температурі 0°C .
- 11.9 Температура верхніх шарів Сонця становить 5300 К. Рахуючи Сонце абсолютно чорним тілом, визначити довжину хвилі, якій відповідає максимальна спектральна густина випромінюваності Сонця.
- 11.10 Визначити температуру абсолютно чорного тіла, при якій максимум спектральної густини випромінюваності припадає на червону межу видимого спектра (750 нм) і на фіолетову (380 нм).
- 11.11 Максимум спектральної густини випромінюваності деякої зірки припадає на довжину хвилі 580 нм. Визначити температуру поверхні зірки, враховуючи що вона випромінює як абсолютно чорне тіло.
- 11.12 При збільшенні температури абсолютно чорного тіла в 2 рази довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінюваності зменшилась на 400 нм. Визначити початкову і кінцеву температури тіла.
- 11.13 При зміні температури тіла у два рази його енергетична світність зросла у 15 разів. Чи є це тіло абсолютно чорним?
- 11.14 Довжини хвиль λ_1 і λ_2 , що відповідають максимумам спектральної густини енергетичної світності в спектрах двох абсолютно чорних тіл, відрізняються на $0,5$ мкм. Визначити температуру другого тіла, якщо температура першого 2500 К.
- 11.15 Червона межа фотоелектру для деякого металу – 275 нм. Знайти роботу виходу електрона з металу, максимальну кінетичну енергію електронів, які вириваються з цього металу світлом з довжиною хвилі 180 нм; максимальну швидкість фотоелектронів.
- 11.16 Ширина забороненої зони кристалу $\Delta E=2$ еВ. Визначити червону межу λ фотопровідності.
- 11.17 Знайти частоту світла, що вириває з поверхні металу електрони, які повністю затримуються зворотнім потенціалом в 2 В. Фотоелектр у цього металу починається при частоті падаючого світла $\nu_0=6 \cdot 10^{14}$ с⁻¹. Знайти роботу виходу електрона з цього

- металу.
- 11.18 Червона межа фотоелектру для деякого металу $\nu_0 = 1,1 \cdot 10^{15}$ Гц. Знайти роботу виходу електрона з цього металу і максимальну швидкість електронів, що вириваються з цього металу при падаючому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 180$ нм.
- 11.19 Визначити червону межу фотоелектру для цезію, якщо при опроміненні його поверхні фіолетовим світлом довжиною хвилі $\lambda = 400$ нм максимальна швидкість ϑ_{max} фотоелектронів дорівнює $0,65$ Мм/с.
- 11.20 Визначити роботу виходу A електронів з натрію, якщо червона межа фотоелектру $\lambda_0 = 500$ нм.
- 11.21 Чи буде спостерігатися фотоелект, якщо на поверхню срібла спрямувати ультрафіолетове випромінювання з довжиною хвилі $\lambda = 300$ нм?
- 11.22 Яка частина енергії фотона витратилася на роботу виривання фотоелектрона, якщо червона межа фотоелектру $\lambda_0 = 307$ нм, а максимальна кінетична енергія фотоелектронів дорівнює 1 еВ?
- 11.23 На поверхню літію падає монохроматичне світло ($\lambda = 310$ нм). Щоб припинити емісію електронів, необхідно прикласти затримуючу різницю потенціалів U , не менше $1,7$ В. Визначити роботу виходу A .
- 11.24 Для припинення фотоелектру, викликаного опроміненням ультрафіолетовим світлом платинової пластинки, необхідно прикласти затримуючу різницю потенціалів $U_i = 3,7$ В. Якщо платинову пластину замінити іншою пластинною, то затримуюча різниця потенціалів збільшиться до 6 В. Визначити роботу A виходу електронів з поверхні цієї пластинки.
- 11.25 На цинкову пластинку падає монохроматичне світло з довжиною хвилі $\lambda = 220$ нм. Визначити максимальну швидкість ϑ_{max} фотоелектронів.
- 11.26 Визначити довжину хвилі λ ультрафіолетового випромінювання, що падає на поверхню деякого металу, при максимальній швидкості фотоелектронів, рівній 10 Мм/с. Роботою виходу електронів з металу знехтувати.
- 11.27 Яка доля енергії фотона використовується на відривання фотоелектрона, якщо червона межа фотоелектру $\lambda_0 = 307$ нм та максимальна кінетична енергія фотоелектронів $T_{max} = 4$ еВ?
- 11.28 Чи спостерігатиметься фотоелект на цезії, якщо його поверхню опромінювати світлом з довжиною хвилі $\lambda = 300$ нм?
- 11.29 Знайти максимальну довжину хвилі λ_{max} випромінювання, яке викликає фотоелект у платині.

В будова атома та твердого тіла

◆ Приклади розв'язування задач

Задача 1.

Знайти: а) найбільшу λ_{max} і б) найменшу λ_{min} довжини хвиль спектральних ліній водню у видимій області спектру.

Розв'язок:

Оскільки мова ведеється про видиму область спектру атома водню (серія Бальмера), то це означає, що переходи відбуваються на другий енергетичний рівень ($n_i = 2$) із верхніх. Використасмо формулу Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda_{ik}} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right),$$

де n_i – головне квантове число, що вказує на рівень на який відбувся енергетичний перехід; n_k – головне квантове число, що вказує з якого вищого рівня відбувається цей перехід; R – стала Рідберга; λ_{ik} – довжина випроміненої хвилі при переході з n_k на n_i рівень.

Отже λ_{max} , тоді коли $E_{ik} = \min$, бо $E_{ik} = h\nu_{ik} = h \frac{c}{\lambda_{ik}}$, а це означає, що $n_k = 3$,

відповідно: λ_{min} , коли E_{max} , а отже $n_k = \infty$.
Тоді

$$\frac{1}{\lambda_{min}} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - 0 \right) = \frac{1}{4} R.$$

Задача 2.

Обчислити для атома водню радіус першої борівської орбіти і швидкість електрона на ній.

Розв'язок:

Із рівняння першого постулата Бора радіус n -ої орбіти і швидкість електрона на цій орбіті зв'язані між собою наступним чином:

$$m \vartheta_n r_n = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar,$$

де r_n – радіус n -ої орбіти, $m \vartheta_n r_n$ – момент імпульсу електрона на цій орбіті, n – головне квантове число ($n = 1, 2, 3, \dots$). Щоб мати ще одне рівняння, яке пов'язувало б величини радіусу та швидкості, запишемо другий закон Ньютона для електрона, що рухається по круговій орбіті під дією кулонівської сили притягування ядра. Враховуючи, що ядром атома водню є протон, заряд якого рівний по модулю заряду електрона e , запишемо

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} = m \frac{\vartheta_n^2}{r_n},$$

де ϑ_n^2/r_n – доцентрове прискорення. Розв'язавши ці рівняння, отримаємо

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2},$$

$$\vartheta_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h n}.$$

На яку величину змінилась енергія електрона в атомі водню при випромінненні атомом фотона з довжиною хвилі 486 нм?

Розв'язок:

Зміна енергії атома при випромінюванні фотона

$$\Delta E = h\nu,$$

або з врахуванням того, що $\nu = c/\lambda$ отримаємо кінцеву формулу

$$\Delta E = \frac{ch}{\lambda},$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

Задача 4.

Знайти довжину хвилі де Бройля для електрона, який володіє кінетичною енергією: 1) 100 еВ; 2) 3 МеВ.

Розв'язок:

Формула де Бройля має вигляд:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{m\mathcal{G}}$$

де p – імпульс частинки.

Таким чином, задача зводиться до виразу залежності імпульсу p від його кінетичної енергії K . Однак, тут необхідно врахувати чи електрон є класичною, чи релятивістською частинкою.

1. Оскільки $K \ll m_0c^2 = 0,51$ МеВ – це енергія спокою електрона, то в даному випадку електрон є класичною частинкою. Тим чином, його імпульс і кінетична енергія зв'язані між собою співвідношенням

$$K = \frac{m_0\mathcal{G}^2}{2} = \frac{m_0^2\mathcal{G}^2}{2m_0} = \frac{p_0^2}{2m_0}$$

Звідси отримаємо

$$p_0 = \sqrt{2m_0K}$$

Якщо підставимо це значення імпульсу в формулу де Бройля, то в кінцевому вигляді отримаємо:

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2m_0K}}$$

2. В цьому випадку $K > m_0c^2$, а тому електрон слід вважати релятивістською частинкою, імпульс та кінетична енергія виражається відповідно формулами

$$p = \frac{m_0\mathcal{G}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0c\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{p_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$K = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Виключивши із цих формул $\beta=c$, отримаємо

$$p = \sqrt{2m_0K(1 + K/2m_0c^2)} = p_0\sqrt{1 + K/2m_0c^2},$$

де m_0 – маса спокою електрона. Отже,

$$\lambda_2 = \frac{h}{p} = \frac{h}{p_0\sqrt{1 + K/2m_0c^2}} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{1 + K/2m_0c^2}}.$$

♦ Задачі для самостійного розв'язування

- 1.2.1 Знайти максимальну енергію фотона, що випромінює атом водню в ультрафіолетовій серії Лаймана ($n_i=1$).
- 1.2.2 Знайти відношення других за порядком довжин хвиль у спектральних серіях Бальмера ($n_i=2$) і Пашена ($n_i=3$).
- 1.2.3 Визначити в електрон-вольтах енергію кванта, що відповідає другій лінії серії Лаймана ($n_i=1$) в спектрі атома водню.
- 1.2.4 Визначити в електрон-вольтах енергію кванта, що відповідає третій лінії серії Пашена ($n_i=3$) в спектрі атома водню.

- 1.2.5 Знайти довжину хвилі, що відповідає першій лінії серії Лаймана ($n_i=1$) спектра атома водню.
- 1.2.6 Визначити в електрон-вольтах енергію кванта, що відповідає другій лінії серії Пашена ($n_i=3$) в спектрі атома водню.
- 1.2.7 При переході електронів атома водню з четвертої стаціонарної орбіти на другу випромінюються фотони, що дають зелену лінію в спектрі атома водню. Визначити довжину хвилі цієї лінії, якщо при випромінюванні фотона атом втрачає енергію $4,04 \cdot 10^{-19}$ Дж.
- 1.2.8 Обчислити для атомарного водню довжину хвиль перших трьох ліній серії Бальмера.
- 1.2.9 Скільки спектральних ліній буде випускати атомарний водень, який збуджується на n -й енергетичний рівень.
- 1.2.10 Обчислити повну енергію електрона, який знаходиться на другій орбіті атома водню.
- 1.2.11 При переході електрона на деяку орбіту атом водню випромінює квант світла з довжиною хвилі 434 нм. Знайти номер невідомої орбіти.
- 1.2.12 На дифракційну ґратку нормально падає промінь світла від розрядної трубки, наповненої атомарним воднем. Постійна ґратки рівна $5 \cdot 10^{-4}$ см. З якої орбіти повнен перейти цей електрон на другу, щоб спектральну лінію 5-го порядку можна було б спостерігати під кутом 41° .
- 1.2.13 При випромінюванні атом водню втратив енергію 2,56 еВ. Знайти довжину хвилі випроміненого фотона.
- 1.2.14 Обчислити повну енергію електрона, який знаходиться на третій орбіті атома водню.
- 1.2.15 Визначити довжину хвилі, що відповідає третій спектральній лінії у видимій області спектра випромінювання атома водню.
- 1.2.16 Обчислити радіус другої та третьої орбіти в атомі водню.
- 1.2.17 Визначити швидкість електрона на другій орбіті атома водню.
- 1.2.18 Визначити частоту обертання електрона на другій орбіті атома водню.
- 1.2.19 Визначити енергію фотона, що випромінюється при переході електрона в атомі водню з третього енергетичного рівня на перший.
- 1.2.20 Атомарний водень збуджений світлом певної довжини, при переході в основний стан випромінює лише три спектральні лінії. Визначити довжини хвиль цих ліній і вказати яким серіям вони належать.
- 1.2.21 Атом водню в основному стані поглинув квант світла з довжиною хвилі 121,5 нм. Визначити радіус електронної орбіти збудженого атома водню.
- 1.2.22 Визначити кількість можливих станів електрона в атомі водню при $n=5$.
- 1.2.23 Навести електронні конфігурації атомів Li, N, Ne, Na.
- 1.2.24 Використовуючи принципи Паулі, вказати, яке максимальне число електронів в атомі можуть мати однакові наступні квантові числа: 1) $n, l, m, m_s=+1/2$; 2) n, l, m, s ; 3) n, l ; 4) n .
- 1.2.25 Заповнений електронний шар характеризується головним квантовим числом $n=3$. Вказати кількість електронів в цьому шарі, які мають однакові наступні квантові числа: 1) $m_s=+1/2$; 2) $m=-2$; 3) $m_s=-1/2$ і $m=0$; 4) $m_s=+1/2$ і $l=2$.
- 1.2.26 Написати формулу електронної будови атомів: 1) бора; 2) вуглецю; 3) натрію.
- 1.2.27 Виходячи з теорії Бора, знайти орбітальну швидкість електрона на довільному енергетичному рівні. Порівняти її із швидкістю на найнижчому енергетичному рівні.
- 1.2.28 Електрон в незбудженому стані отримав енергію 12,1 еВ. На який енергетичний рівень він перейшов? Скільки ліній спектру можна спостерігати при цьому?
- 1.2.29 Довести, що в s -стані може знаходитися не більше 2-х електронів, а p -стані – не більше шести електронів.
- 1.2.30 Виписати значення всіх чотирьох квантових чисел для кожного електрона в атомах бора і натрія (${}_3\text{B}$, ${}_{11}\text{Na}$).
- 1.2.31 У літія, натрія і калія атом містить різне число електронів. Чому всі ці елементи є одновалентними (${}_3\text{Li}$, ${}_{11}\text{Na}$, ${}_{19}\text{K}$)?

Задачі до модуля *Основи ядерної фізики* для груп КМ

- 13.1 Яку частину маси нейтрального атома плутонію складає маса його електронної оболонки?
- 13.2 В яке ядро перетвориться ядро ізотопу фосфору з атомною масою 60 і зарядом ядра 27 після того, як випромінить бета-частинку?
- 13.3 Визначити зарядове і масове числа ізотопу, який отримується з торію (з зарядом ядра 90 і атомною масою 232) після трьох альфа- і двох бета-розпадів?
- 13.4 Скільки альфа- і бета-частинок викидається при перетворенні ядра урана (з зарядом ядра 92 і атомною масою 233) в ядро вісмута (з зарядом ядра 83 і атомною масою 209)?
- 13.5 Стала напіврозпаду рубідію-89 рівна 0,00077 1/с. Визначити його період напіврозпаду.
- 13.6 Яка частина початкової кількості атомів розпадеться за один рік в радіоактивному ізотопі торію-239 (період напіврозпаду 7000 років)?
- 13.7 За один рік початкова кількість радіоактивного ізотопу зменшилася втричі. У скільки разів воно зменшиться за два роки?
- 13.8 За який час розпадеться чверть початкової кількості ядер радіоактивного ізотопу, якщо період його напіврозпаду рівний 24 год?
- 13.9 Період напіврозпаду радіоактивного нукліда рівний 1 год. Визначити середній час життя цього ізотопу.
- 13.10 За 1 добу активність ізотопу зменшилася від 118 Гбк до 7 Гбк. Визначити період напіврозпаду цього нукліда.
- 13.11 Визначити проміжок часу, за який активність ізотопу стронцію-90 (період напіврозпаду 28 років) зменшиться в 10 разів.
- 13.12 Лічильник Гейгера, встановлений поблизу радіоактивного ізотопу срібла, реєструє потік бета-частинок. При першому вимірюванні потік частинок був рівний 87 1/с, а через 1 добу потік виявився рівним 22 1/с. Визначити період напіврозпаду цього ізотопу.
- 13.13 Визначити активність фосфору-32 (період напіврозпаду 14,3 доби) масою 1 мг.
- 13.14 Знайти масу урану-238 (4,5 міль'ярдів років), який має ту ж активність, що й 1 мг стронцію-90 (період напіврозпаду 28 років).
- 13.15 Визначити дефект маси і енергію зв'язку ядра атома важкого водню. Маса протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Маса ядра дейтерію 2,01410 а.о.н.
- 13.16 Визначити енергію, яка вивільниться при об'єднанні одного протона і двох нейтронів в атомне ядро. Маса протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Маса ядра тритію 3,01605 а.о.н.
- 13.17 Визначити питому енергію зв'язку ядра вуглецю-12 (заряд ядра 6). Маса протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Маса ядра вуглецю 12,000.
- 13.18 Визначити масу нейтрального атома, якщо ядро цього атома складається із трьох протонів і двох нейтронів і енергія зв'язку цього атома рівна 26,3 МеВ. Маса протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.
- 13.19 Атомне ядро, поглинувши фотон з довжиною хвилі 407 нм, перейшло у збуджений стан і розпалося на окремі нуклони, які розлетілися в різні боки. Сумарна кінетична енергія нуклонів рівна 0,4 МеВ. Визначити енергію зв'язку початкового ядра. Маса протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.
- 13.20 Знайти мінімальну енергію зв'язку, необхідну для видалення одного протона з ядра азоту-14 (заряд ядра 7). Маса ядра азоту 14,0037, протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.
- 13.21 Визначити найменшу енергію необхідну для поділу ядра гелію (маса 4, заряд 2). На дві однакові частини. Маса дейтерію 2,01410 а.о.н.
- 13.22 При зіткненні з фотоном дейтон може розпастися на два нуклони. Визначити мінімальну енергію фотона, здатного викликати такий розпад. Маса дейтона 2,01355 а.о.н., протона 1,00728 а.о.м., нейтрона 1,00867 а.о.м., $1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.
- 13.23 Електрон і позитрон, які мають однакові кінетичні енергії, рівні 0,24 МеВ, при зіткненні перетворилися в два однакових фотони. Визначити енергії фотонів і відповідну їм довжину хвилі. Маса спокою електрона $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.
- 13.24 Потужність експозиційної дози гама-випромінювання на відстані 40 см від точкового джерела рівна 4,30 мкА/кг. Визначити час, на протязі якого можна знаходитися на відстані 6 м від джерела, якщо гранично допустима експозиційна доза рівна 5,16 мкКл/кг. Поглинанням гама-випромінювання в повітрі можна знехтувати.
- 13.25 Визначити кількість шарів половинного ослаблення, яка зменшує інтенсивність вузького пучка гама-променів в 1000 разів.
- 13.26 Під дією космічних променів в повітрі об'ємом 1 куб.см на рівні моря утворюється в середньому 120 пар іонів за 1 хв. Визначити експозиційну дозу випромінювання, яку отримує людина за 1 добу.

ДОДАТКИ
ОДИНИЦІ ВИМІРЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ І МАГНЕТНИХ ВЕЛИЧИН
В СИСТЕМІ СІ

Таблиця 1

Назва величини	Одиниці вимірювання	Додаткова інформація
Сила електричного струму (потік електричного заряду)	1 А	
Густина струму	1 А·м ⁻²	
Електричний заряд	1 Кл = 1 А·с	
Електричний дипольний момент	1 Кл·м	
Поляризованість (вектор поляризації)	1 Кл·м ⁻²	
Поверхнева густина електричного заряду	1 Кл·м ⁻²	
Електричний потенціал та напруга	1 В = 1 Дж·Кл ⁻¹	
Електрорушійна сила джерела струму	1 В = 1 Дж·Кл ⁻¹	
Напруженість електричного поля	1 В·м ⁻¹	
Потік вектора напруженості	1 В·м	
Індукція електричного поля (зміщення)	1 Кл·м ⁻²	
Потік вектора зміщення	1 Кл	
Робота електричних сил	1 Дж = 1 Вт·с	1 еВ ≈ 1,6·10 ⁻¹⁹ Дж
Потужність електричного струму	1 Вт = 1 А·В	
Питома тепла потужність електричного струму	1 Вт·м ⁻³	
Електрична ємність	1 Ф = 1 Кл·В ⁻¹	
Електричний опір струмові	1 Ом = 1 В·А ⁻¹	
Питомий електроопір	1 Ом·м	$\rho_{Fe} = 8,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м
		$\rho_{NiCr} = 1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м
		$\rho_{Cu} = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м
		$\rho_{Al} = 2,53 \cdot 10^{-8}$ Ом·м
		$\rho_{W} = 5,5 \cdot 10^{-8}$ Ом·м
Питома електропровідність	1 Ом ⁻¹ ·м ⁻¹	
Рухливість носіїв заряду	1 м ² ·с ⁻¹ ·В ⁻¹	
Магнетна індукція	1 Тл = 1 Н·А ⁻¹ ·м ⁻¹ = 1 В·с·м ⁻²	1 Гс = 10 ⁻⁴ Тл
Потік вектора магнетної індукції (магнетний потік)	1 Вб = 1 Дж·А ⁻¹ = 1 В·с	1 Мкс = 10 ⁻⁸ Вб
Напруженість магнетного поля	1 А·м ⁻¹	$1 E = \frac{10^3}{4\pi}$ А·м ⁻¹
Циркуляція вектора магнетної напруженості (магнеторушійна сила)	1 А	
Магнетний момент електричного струму	1 А·м ²	
Намагніченість (вектор намагнічування)	1 А·м ⁻¹	
Індуктивність	1 Гн = 1 Вб·А ⁻¹	
Об'ємна густина електромагнетної енергії	1 Дж·м ⁻³ = 1 Па	

Вектор Пойнтинга (густина потоку електромагнетної енергії)	1 Вт·м ⁻²	
Швидкість електромагнетних хвиль у вакуумі (електродинамічна стала)	1 м·с ⁻¹	$c_0 \approx 3,0 \cdot 10^8$ м·с ⁻¹
Магнетна стала	1 Гн·м ⁻¹	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн·м ⁻¹
Електрична стала	1 Ф·м ⁻¹	$\epsilon_0 = (\mu_0 \cdot c_0^2)^{-1} \approx 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф·м ⁻¹
Діелектрична проникність діелектриків:		
парафін	-	$\epsilon = 2$
ебоніт		$\epsilon = 2,6$
скло		$\epsilon = 6$
Стала Фарадея	1 Кл·моль ⁻¹	$F = N_A \cdot e \approx 9,6 \cdot 10^4$ Кл·моль ⁻¹
Елементарний заряд (заряд електрона)	1 Кл	$e \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса	електрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг = = 5,49·10 ⁻⁴ а.о.м
	протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг = = 1,00759 а.о.м
	ядра атома гелію (α-частинки)	$m_{He} = 4 \cdot 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг = = 4 а.о.м
Робота виходу електронів з металу	1 еВ	$A_{Zn} = 4,0$ еВ
		$A_{Cs} = 1,9$ еВ
		$A_{Ag} = 4,74$ еВ
		$A_{Li} = 2,4$ еВ
		$A_{Fe} = 5,3$ еВ
Показник заломлення	-	$n_{вода} = 1,33$ $n_{скло} = 1,5-1,9$

ЗАКОН БІО-САВАРА-ЛАПЛАСА ДЛЯ ЧАСТКОВИХ ВИПАДКІВ

Таблиця 2

1. Центр кругового струму	$H = \frac{I}{2R}$	
2. На відстані h по осі від центра кругового струму	$H = \frac{R^2 \cdot I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}$	
3. Всередині тороїда чи соленоїда	$H_c = I \cdot n$	n – число витків на одиницю довжини
4. На осі соленоїда	$H = \frac{I \cdot n}{2} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$	β_1 і β_2 – кути між віссю соленоїда і радіус-вектором від точки до кінців соленоїда
5. Прямолінійний нескінченний провідник	$H = \frac{I}{2\pi a}$	a – найкоротша відстань від точки до провідника
6. Прямолінійний провідник скінченних розмірів	$H = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I}{a} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$	φ_1, φ_2 – кути, що створені радіус-вектором, який проведено в точку відповідно від початку і кінця