УДК 621.326
Приходько С. – ст. гр. М-21
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ДЕЯКІ ЗАСТОСУВАННЯ АСИМПТОТИЧНИХ МЕТОДІВ

Науковий керівник: д.ф.-м.н., професор Недорезов С.С.

Наявність сучасної обчислювальної техніки і математичних програм не виключає ефективність застосування асимптотичних методів і оцінок.

При рішенні багатьох задач прикладного характеру виникає необхідність застосування асимптотичних методів. Наприклад, потрібно вирішити відносно x рівняння

$$f(x,t)=0, \quad , \qquad (1)$$

де t - параметр. При $t>t_0$ це рівняння можна вирішити з використанням асимптотичних методів і одержати явний вираз для функції $x(t)$.

Інший приклад, асимптотичне обчислення інтегралів

$$f(x)=\int g(t)e^{xh(t)}dt \quad , \qquad (2)$$

що містять великий параметр x. Тут функції $g(t)$ і $h(t)$ можуть бути як дійсними, так і комплексними. І в цьому випадку можливо отримання явної залежності інтеграла (2) від параметра x, що переважно чисельної таблиці значень даного інтеграла.

Як ілюстрація застосування асимптотичних методів знайдемо при $t\to+\infty$ додатний розв'язок рівняння

$$xe^x=\frac{1}{t} \quad . \qquad (3)$$

Застосовуючи формулу обернення Лагранжа, для $x(t)$ одержуємо асимптотичний ряд

$$x=\sum_{k=1}^{+\infty}(-1)^{k-1}\frac{k^{k-1}}{k!}t^{-k}. \qquad (4)$$

Інший приклад. За допомогою асимптотичного ряду, вперше розглянутого Ейлером,

$$S(x)=1-1!x+2!x^2-3!x^3+...=\sum_{k=0}^{+\infty}(-1)^k k!x^k \qquad (5)$$

можна обчислити функцію $\Phi(x)$, визначувану інтегралом

$$\Phi(x)=\frac{1}{x}\int_0^{+\infty}\frac{e^{-\frac{t}{x}}}{1+t}dt. \qquad (6)$$

Значення функції $\Phi(x)$ можна визначити n - ою частковою сумою ряду (5) з погрішністю

$$\varepsilon=(n+1)!x^{n+1}. \qquad (7)$$

Похибка ε мінімальна при деякому значенні $n=n_0$, залежним від x. При $n>n_0$ похибка ε збільшується, що є характерною особливістю застосування асимптотичних рядів в обчисленнях.