

## ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛУ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ

Науковий керівник: к.ф.-м.н. Стельмашук Л.В.

Економічним змістом визначеного інтеграла є обсяг виробленої продукції підприємством з відомою продуктивністю праці  $f = f(t)$  за інтервал часу  $[0; T]$ . Проте існують і інші застосування визначеного інтеграла для розв'язування завдань економічного змісту.

Зокрема, в економічній теорії виробнича функція Кобба – Дугласа, яка враховує технічний прогрес, має вигляд  $f(t) = AK^\alpha L^\beta e^{\lambda t}$ ,

де  $K$  – обсяг фондів,  $L$  – обсяг трудових ресурсів,  $\lambda$  – інтенсивність розвитку виробництва, пов'язана з технічним прогресом.

Використовуючи теорему про середнє, визначають середні доходи фірми (підприємства) за декілька місяців поточного року, а зміни витрат, доходу та прибутку зі збільшенням реалізації виробленої продукції від  $a$  до  $b$  одиниць є визначеними інтегралами від відповідних граничних функцій.

Останнім часом все частіше використовують задачу про знаходження приросту капіталу  $\Delta K$  за вказаний інтервал часу через обсяг чистих інвестицій  $I(t)$ :

$$\Delta K = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt.$$

Для вивчення питань макроекономіки використовують функцію Лоренца  $y = f(x)$ , що характеризує нерівномірний розподіл доходів населення, де  $y$  – частка сукупного доходу, який одержує частина населення  $x$ . Графік цієї функції називають кривою Лоренца і, очевидно, нерівномірність розподілу тим вища, чим більша площа відповідної криволінійної трапеції. Для оцінки нерівномірності використовують коефіцієнт Джині, який дорівнює відношенню площі криволінійної трапеції до площі відповідного трикутника.

**Задача.** За даними досліджень розподілу доходів населення деякої країни крива Лоренцо описується функцією  $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}$ . Обчислити коефіцієнт Джині.

**Розв'язування.** Площа відповідної криволінійної трапеції

$$S = \int_0^1 (1 - \sqrt{1 - x^2}) dx = 1 - \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2x) dx = 1 - \frac{\pi}{4}.$$

Тоді коефіцієнт Джині  $k = S / 0,5 = \frac{\pi}{2} - 1 \approx 0,57$ . Досить велике його значення свідчить про значну нерівномірність розподілу доходів.

Окремо розглянуто застосування визначеного інтеграла до розв'язування фінансових задач (розрахунок дисконтної суми), задач реалізації товарів (надлишку споживачів, надлишку виробників та визначення додаткової вартості) та ряд інших

### Література.

1. Коваленко І.П. Вища математика: Навч. посіб.-К.: Вища шк., 2006.–343 с.
2. Грищенко М.В. математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі: Навч.посібник. – К.: Либідь, 2007. – 720 с.