

УДК 621.88-21-026.564-034.14

**В. Кондель, канд. техн. наук; Р. Бордюк; Р. Колков**

*Полтавський національний педагогічний університет імені В.Г. Короленка*

## **ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ СТАЛЬНИХ СТИСНЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ УМОВ ЇХ ЗАКРІПЛЕННЯ ТА ЖОРСТКОСТІ ОПОР**

*Резюме.* Досліджено стійкість сталених стиснених елементів конструкцій та деталей машин з урахуванням умов їх закріплення. Проведено аналіз експериментальних даних про роботу конструкцій та теоретичних розробок щодо їх розрахунків на стійкість. За результатами дослідів запропоновано нові прості формули для розрахунків стиснених елементів за критичними навантаженнями з урахуванням жорсткості опор.

*Ключові слова:* сталені стиснені елементи, розрахунки на стійкість, умови закріплення, жорсткість опор.

**V. Kondel, R. Borduk, R. Kolkov**

## **THE INVESTIGATION OF STABILITY OF COMPRESSED STEEL MEMBERS WITH ACCOUNTANCE OF FIXING CONDITIONS AND STIFFNESS SUPPORTS**

*The summary.* The authors research the stability of compressed steel structures and parts of machines with accountance of support conditions. The analysis of experimental and theoretical data of the behaviour of compressed structures and their members is provided. The new approaches to the critical-load design with accountance of stiffness supports are described.

*Key words:* compressed steel members, buckling analysis, fixing conditions, stiffness supports.

### **Умовні позначення**

$\sigma$ ,  $[\sigma]$  – експлуатаційне та основне допустиме напруження;

$F$  – робоча поздовжня сила;

$A$  – площа поперечного перерізу стисненого стержня;

$[\sigma]_{st}$  – допустиме напруження на стійкість;

$F_{cr}$  – критична сила для стисненого елемента;

$n_{st}$  – коефіцієнт запасу стійкості;

$E$  – модуль пружності першого роду або модуль Юнга;

$I_{min}$  – мінімальний момент інерції перерізу;

$l$  – довжина стисненого стержня;

$\mu$  – коефіцієнт зведення довжини стержня;

$c$  – коефіцієнт жорсткості опори;

$\lambda$  – гнучкість стержня;

$i_{min}$  – найменший радіус інерції перерізу.

**Постановка проблеми.** Протягом усього терміну експлуатації елементи конструкцій та деталей машин зазнають різних пошкоджень, природа яких залежить від їх напружено-деформованого стану та умов роботи (розтяг або стиск, згинання, кручення, згинання з крученням, високі та низькі температури, змінне навантаження, агресивне середовище, радіаційне опромінення тощо). Для забезпечення міцності, надійності й довговічності цих елементів проводяться численні дослідження процесів накопичення пошкоджень, зокрема, зародження та розвиток тріщин у матеріалах, з яких виготовлені конструкції та деталі машин. Основними напрямками запобігання

цим негативним явищем або зменшення їх впливу на роботу конструкцій в цілому є проведення своєчасного та якісного діагностування, тобто визначення технічного стану об'єкта, дослідження та проектування раціональних форм перерізів, аналіз умов закріплення елементів та жорсткості опор.

Серед усіх елементів конструкцій та деталей машин сучасного підприємства значну частину складають ті, які працюють на стискання: колони, стійки, верхні пояси ферм, гвинти в передачах гвинт-гайка, циліндричні та конічні гвинтові пружини, голки у швейних машинах та інші. Їх розраховують не тільки на міцність, але й на стійкість, оскільки втрата стійкості є дуже небезпечним явищем, внаслідок якого відбувається некерований ріст деформацій і стиснений стержень руйнується практично миттєво, що виключає будь-яку можливість вжиття дієвих заходів щодо запобігання аваріям і катастрофам. Саме тому тривалий час проводять дослідження стійкості стиснених елементів для розроблення заходів щодо недопущення подібних надзвичайних ситуацій в майбутньому [1–5].

Оскільки основними завданнями технічного діагностування є контроль та прогнозування технічного стану об'єкта, а також виявлення причин порушення нормальної експлуатації стиснених елементів конструкцій та деталей машин, слід провести додаткові дослідження щодо впливу умов закріплення кінців елементів та жорсткості опор на значення критичного навантаження.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Вагомий внесок у вирішенні цієї проблеми внесли видатні вчені XVIII–XX століть Л. Ейлер, Ф. Енгессер, Ф. Ясинський, Л. Тетмайєр, Т. Карман, Ф. Шенлі та інші [1–5]. Вони запропонували формули для визначення критичної сили і напруження, які є небезпечними для стисненого стержня залежно від його гнучкості, матеріалу, способів закріплення кінців, схеми та виду навантаження.

Дослідження вчених показали, що, враховуючи можливу небезпеку миттєвого руйнування стиснених елементів конструкцій та деталей машин внаслідок некерованого росту деформацій при граничному навантаженні, ці елементи слід розраховувати не тільки на міцність за умовою

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma], \quad (1)$$

але й на стійкість

$$F \leq \frac{F_{cr}}{n_{st}}, \quad (2)$$

де коефіцієнт  $n_{st}$  приймається залежно від матеріалу, форми перерізу, відповідальності конструкції та елемента (для сталі від 1,8 до 3,5; для чавуну від 5,0 до 6,0; для деревини від 2,8 до 3,2) [1-2].

При розрахунках допустимого навантаження за умовою (2) необхідно знайти критичну силу  $F_{cr}$ , тобто найменшу осьову силу, яку спроможний утримати в рівновазі ледь викривлений стиснений стержень.

Вперше це завдання вирішив академік Петербурзької академії наук Л. Ейлер, який у 1744 р. запропонував формулу для визначення критичної сили для стержня з шарнірним закріпленням з обох кінців (рис. 1) [2–5]

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2}. \quad (3)$$

Але подальші дослідження показали, що значення критичної сили  $F_{cr}$  для стержнів суттєво залежить від способів закріплення їх кінців, тому в 1892 р. професор Петербурзького інституту інженерів шляхів сполучення Ф. Ясинський запропонував

поняття про зведену (вільну) довжину  $\mu l$  [1–4], тому формула (3) має вигляд

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}. \quad (4)$$

Коефіцієнт зведення довжини стержня  $\mu$  коливається в межах від 0,5 до 2 (рис. 1), а це означає, що за рівнянням (4) стержень, защемлений з обох кінців ( $\mu = 0,5$ ), витримає у 16 разів більше навантаження, ніж такий же стержень, защемлений з одного кінця і вільний з іншого ( $\mu = 2$ ).

Важливо відзначити, що вищенаведені випадки закріплення кінців стержня (рис. 1) на практиці нечасто зустрічаються в чистому вигляді. Найпоширенішими є випадки закріплення, коли один кінець стержня жорстко закріплений, а інший пружно опертий ( $\mu = 0,7$ ), або коли обидва кінці пружно закріплені ( $\mu = 1$ ) [3-4].

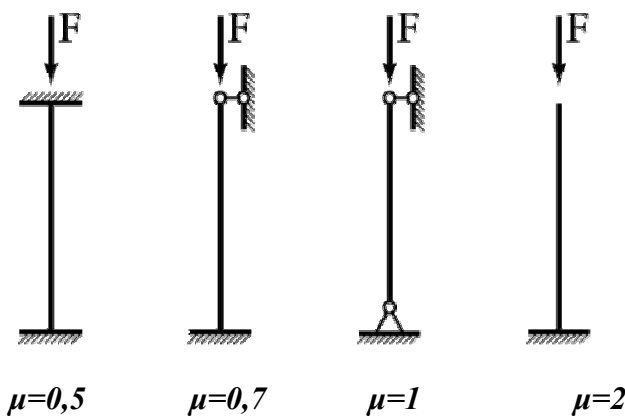


Рисунок 1. Залежність коефіцієнтів зведення довжини від способу закріплення кінців стержня

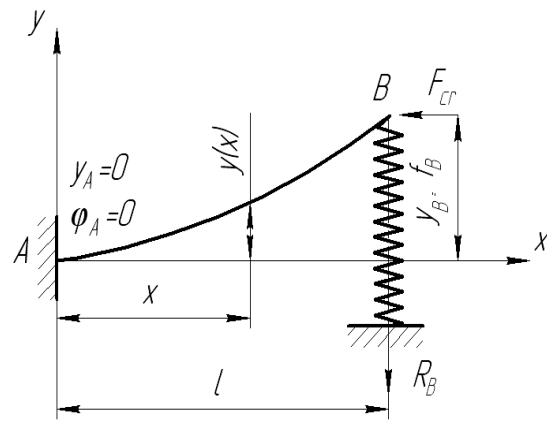


Рисунок 2. Стиснений стержень, защемлений з одного кінця і пружно опертий з іншого

Для проведення якісного технічного діагностування стиснених елементів конструкцій та деталей машин слід врахувати вплив жорсткості опор на значення коефіцієнта зведення довжини  $\mu$  та величину критичного навантаження  $F_{cr}$ .

**Мета роботи** – провести дослідження стійкості сталених стиснених елементів конструкцій та деталей машин з урахуванням умов закріплення їх кінців та жорсткості опор.

**Результати досліджень.** Розглянемо випадок, коли один кінець стержня жорстко закріплений, а інший – пружно опертий (рис. 2). Після втрати стійкості пружно опертий кінець стійки переміщується вертикально на величину  $f_b$ , при цьому виникає пружна реакція опори  $R_b$ , яка, в свою чергу, пропорційна відхиленню  $f_b$

$$R_b = cf_b,$$

де  $c$  – коефіцієнт жорсткості опори В.

Складемо диференціальне рівняння пружної лінії стисненого стержня після втрати стійкості

$$EI_{\min} \frac{d^2 y}{dx^2} = F_{cr} (f_b - y) - cf_b (l - x). \quad (5)$$

Позначимо  $k^2 = \frac{F_{cr}}{EI_{\min}}$ . (6)

Тоді рівняння (5) матиме вигляд

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = k^2 (f_b - y) - \frac{cf_b}{EI_{\min}} (l - x)$$

або

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = k^2 f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) - k^2 \frac{cf_b}{F_{cr}} x. \quad (7)$$

Розв'язком цього диференціального рівняння є залежність

$$y = C \sin kx + D \cos kx + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) + \frac{cf_b}{F_{cr}} x. \quad (8)$$

Сталі інтегрування  $C$  і  $D$  та критичне навантаження  $F_{cr}$  визначимо з таких трьох граничних умов:

при  $x = 0$  переміщення і кут повороту перерізу дорівнюють нулю

$$y(0) = y_A = 0; \quad (9)$$

$$\frac{dy}{dx} = \varphi(0) = \varphi_A = 0; \quad (10)$$

при  $x = l$  переміщення дорівнюють відхиленню  $f_b$  (рис. 2)

$$y(l) = y_b = f_b. \quad (11)$$

За умовою (9) з рівняння (8) знаходимо

$$D = -f_b \left(1 - \frac{c}{F_{cr}} l\right).$$

Для використання граничної умови (10) визначимо похідну від переміщення  $y$

$$\frac{dy}{dx} = kC \cos kx - kD \sin kx + \frac{c}{F_{cr}} f_b,$$

звідки при  $x = 0$

$$kC + \frac{c}{F_{cr}} f_b = 0 \text{ або } C = -\frac{c}{kF_{cr}} f_b.$$

Підставимо вирази для сталих інтегрування  $C$  і  $D$  у формулу (8) і отримаємо остаточне рівняння зігнутої осі стисненого стержня

$$y(x) = -\frac{cf_b}{kF_{cr}} \sin kx + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) \cos kx + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) + \frac{cf_b}{F_{cr}} x. \quad (12)$$

Для визначення критичного навантаження  $F_{cr}$  використаємо граничну умову (11). Таким чином, при  $x = l$  з рівняння (12) маємо

$$y(l) = -\frac{cf_b}{kF_{cr}} \sin kl + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) \cos kl + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) + \frac{cf_b}{F_{cr}} l = f_b$$

або

$$-\frac{c}{kF_{cr}} \sin kl - \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) \cos kl = 0.$$

Після нескладних математичних перетворень отримаємо рівняння

$$tgkl = kl\left(1 - \frac{F_{cr}}{cl}\right), \quad (13)$$

розв'язавши яке, тобто визначивши найменший корінь  $k$ , можна знайти критичне навантаження, оскільки

$$F_{cr} = k^2 EI_{\min}. \quad (14)$$

Розглянемо два граничні випадки. Якщо  $c = 0$ , отримаємо  $tgkl = \infty$  або  $kl = \pi/2$ , тобто маємо випадок, коли лівий кінець стержня жорстко закріплений, а правий – вільний, тоді  $\mu = 2$  (рис. 1) і критична сила

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(2l)^2}.$$

Якщо  $c = \infty$  (дуже жорстка опора), отримаємо  $tgkl = kl$ . Розв'язавши це рівняння, маємо  $kl = \pi/a$ , де  $a = 0,699155659643... \approx 0,7$ , що дає формулу для стержня, один кінець якого защемлений, а інший – шарнірно обпертий (рис. 1), тоді  $\mu = 0,7$  і критична сила

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(0,7l)^2}.$$

Таким чином, якщо коефіцієнт жорсткості опори  $c$  змінюється від нуля до нескінченності, то це можна врахувати коефіцієнтом зведення довжини  $\mu$ , який при цьому відповідно змінюється від 2 до 0,7. Це означає, що зі зростанням жорсткості опори зменшується коефіцієнт  $\mu$  і збільшується стійкість стисненого стержня та значення критичної сили, яку він спроможний витримати [3–4, 6–7]. Виведемо залежність коефіцієнта зведення довжини  $\mu$  від жорсткості опори  $c$ .

Для дослідження виберемо сталю стиснену стійку квадратного поперечного перерізу  $5 \times 5$  см. Визначимо її довжину, враховуючи те, що формула Ейлера (4) стосується тільки гнучких стержнів, у яких гнучкість  $\lambda \geq 100$  [3–4]. Оскільки

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \quad (15)$$

де  $i_{\min}$  – мінімальний радіус інерції квадратного поперечного перерізу стержня,

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{a^4}{12a^2}} = \frac{a}{2\sqrt{3}},$$

тоді довжина стійки  $l = \frac{\lambda i_{\min}}{\mu} = \frac{\lambda a}{2\sqrt{3}\mu}$ ;  $l = \frac{100 \cdot 5}{2\sqrt{3} \cdot 0,7} = 206,2$  см.

Остаточно приймаємо стійку довжиною  $l = 2,1$  м. Тоді найменша та найбільша гнучкості стержня відповідно становлять

$$\lambda_{\min} = \frac{0,699 \cdot 210 \cdot 2\sqrt{3}}{5} = 101,7 \quad \text{і} \quad \lambda_{\max} = \frac{2 \cdot 210 \cdot 2\sqrt{3}}{5} = 291,0.$$

Жорсткість стержня при поздовжньому згинанні  $EI_{\min} = 2 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,05^4}{12} = 0,10417$  МН·м<sup>2</sup>, а критичне навантаження, яке витримає стійка при мінімальній жорсткості, тобто, при  $\lambda_{\min} = 101,7$  складає

$$F_{cr} = \frac{3,14159^2 \cdot 0,10417}{(0,699 \cdot 2,1)^2} = 0,4771 \text{ МН} = 477,1 \text{ кН}.$$

$$\text{Параметр } k = \sqrt{\frac{F_{cr}}{EI_{\min}}} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 EI_{\min}}} = \frac{\pi}{\mu l}; \quad k = \frac{3,14159}{0,699 \cdot 2,1} = 2,140 \text{ м}^{-1}, \text{ а жорсткість}$$

опори  $c$  можна визначити з рівняння (13)

$$c = \frac{kF_{cr}}{kl - tgkl}; \quad c = \frac{2,140 \cdot 477,1}{2,140 \cdot 2,1 - tg(2,140 \cdot 2,1)} = 177497,3 \text{ кН/м.}$$

Аналогічно знаходимо значення критичної сили  $F_{cr}$ , параметра  $k$  та жорсткості опори  $c$  при різних значеннях коефіцієнта зведення довжини  $\mu$  від 0,7 до 2,0 з інтервалом 0,1. Результати розрахунків наведено в таблиці 1.

За табличними даними будемо графік залежності жорсткості опори  $c$  від коефіцієнта зведення довжини стержня  $\mu$  (рис. 3), який підтверджує, що для підвищення стійкості стисненого елемента (зменшення коефіцієнта  $\mu$ ) необхідно збільшити жорсткість опори  $c$ .

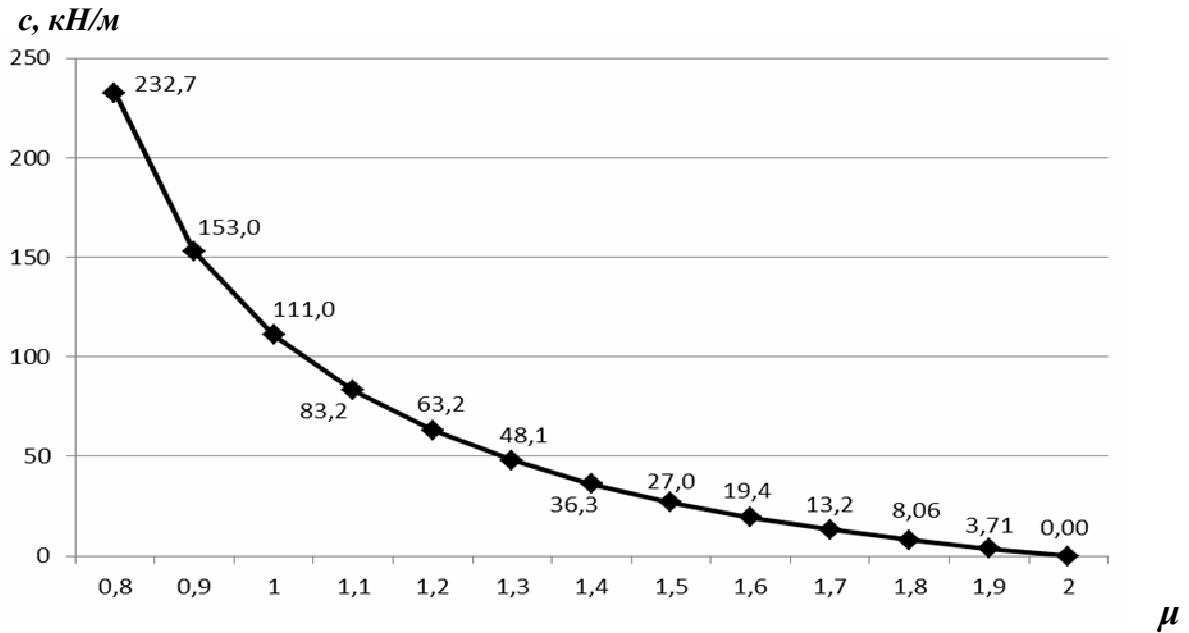
Цей графік має вигляд гіперболи, тому, враховуючи умови, що при  $c = 0$   $\mu = 2$  і при  $c = \infty$   $\mu = 0,699$ , а також табличні дані досліджень стійкості стиснених елементів, функцію  $\mu = f(c)$  з достатньою для практичних розрахунків точністю можна записати у вигляді

$$\mu = 0,699 + \frac{1,301}{0,025c + 1}, \quad (16)$$

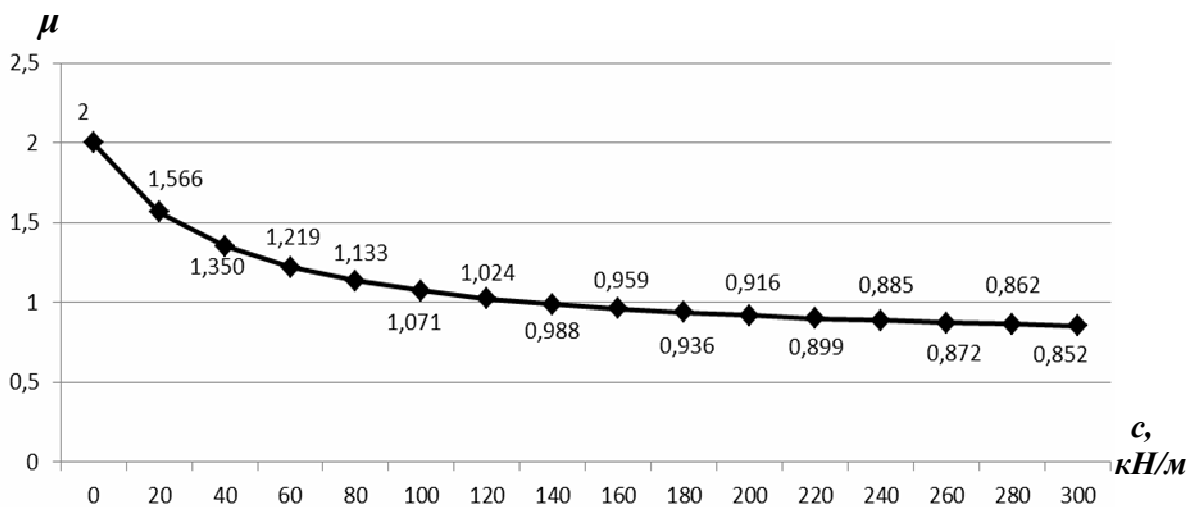
де  $c$  – коефіцієнт жорсткості опори, який вимірюється в кН/м.

Таблиця 1. Результати розрахунків на стійкість стисненого стержня

Розміри поперечного перерізу, см	Довжина стійки, $l$ , м	Дослідний коефіцієнт зведення довжини, $\mu$	Гнучкість стержня, $\lambda$	Критична сила, $F_{cr}$ , кН	Параметр, $k$ , м <sup>-1</sup>	Жорсткість опори, $c$ , кН/м	Теоретичний коефіцієнт зведення довжини $\mu^{\text{th}}$	Похибка $ \delta $ , %
5,0×5,0	2,1	0,699	101,7	477,1	2,140	177497,3	0,699	0,00
		0,700	101,8	475,8	2,137	9528,8	0,704	0,57
		0,800	116,4	364,3	1,870	232,7	0,890	11,25
		0,900	130,9	287,8	1,662	153,0	0,969	7,67
		1,000	145,5	233,1	1,496	111,0	1,044	4,40
		1,100	160,0	192,7	1,360	83,2	1,121	1,91
		1,200	174,6	161,9	1,247	63,2	1,203	0,25
		1,300	189,1	137,9	1,151	48,1	1,290	0,77
		1,400	203,7	118,9	1,069	36,3	1,381	1,36
		1,500	218,2	103,6	0,997	27,0	1,476	1,60
		1,600	232,8	91,1	0,935	19,4	1,575	1,56
		1,700	247,3	80,7	0,880	13,2	1,677	1,35
		1,800	261,9	72,0	0,831	8,06	1,782	1,00
		1,900	276,4	64,6	0,787	3,71	1,890	0,53
2,000	291,0	58,3	0,748	0,000161	2,000	0,00		

Рисунок 3. Залежність жорсткості опори  $c$  від коефіцієнта зведення довжини  $\mu$ 

Використовуючи рівняння (16), будемо графік залежності коефіцієнта зведення довжини стержня  $\mu$  від жорсткості опори  $c$  (рис. 4). Крива  $\mu = f(c)$ , яка як і функція  $c = f(\mu)$ , має вигляд гіперболи, також свідчить про зменшення коефіцієнта  $\mu$  (тобто, підвищення стійкості стержня) зі зростанням жорсткості опори. Значення теоретичних коефіцієнтів зведення довжини  $\mu^{th}$ , отриманих за формулою (16), мало чим відрізняються від дослідних коефіцієнтів  $\mu$  у таблиці (середня арифметична похибка  $\delta_m = 2,28\%$ , середня квадратична –  $\sigma_m = 3,82\%$ ), а якщо не враховувати дані в інтервалі  $\mu = 0,8 \dots 1,0$ , ці похибки взагалі знаходяться в межах одного відсотка ( $\delta_m = 0,91\%$  та  $\sigma_m = 1,10\%$ ). Це означає, що розраховуючи критичне навантаження за відомою формулою (4), коефіцієнт зведення довжини стержня  $\mu$  можна визначити за рівнянням (16), враховуючи жорсткість опори  $c$ .

Рисунок 4. Залежність коефіцієнта зведення довжини  $\mu$  від жорсткості опори  $c$

Важливо також відзначити, що коефіцієнт  $\mu$  суттєво впливає на значення критичної сили, оскільки у формулі Ейлера (4) він стоїть у квадраті. Це означає, що у випадку, коли  $c = \infty$  ( $\mu = 0,7$ ), стійка витримає навантаження у  $2^2/0,7^2 = 8,2$  рази більше, ніж при  $c = 0$  ( $\mu = 2$ ). Графік  $\mu = f(c)$  показує, що збільшення жорсткості опори  $c$  від нуля до 100 кН/м (рис. 4) суттєвіше впливає на значення коефіцієнта  $\mu$  та збільшення критичної сили ( $2^2/1,071^2 = 3,5$  рази), ніж від 100 до 300 кН/м ( $1,071^2/0,852^2 = 1,6$  рази), що слід враховувати при проведенні технічного діагностування стиснених стержнів.

**Висновки.** Досліджуючи стиснені елементи конструкцій та деталей машин, слід звернути увагу не тільки на умови закріплення кінців стержнів (рис. 1), але й на жорсткість опори, яка може знаходитися в межах від нуля до нескінченності, що враховується коефіцієнтом зведення довжини  $\mu$ , який при цьому відповідно змінюється від 2 до 0,7. Розраховуючи критичне навантаження за формулою (4), а також гнучкість стержня  $\lambda$  за формулою (15), коефіцієнт зведення довжини стержня  $\mu$  з достатньою для практичних розрахунків точністю можна визначити за рівнянням (16), враховуючи жорсткість опори  $c$ . Для підвищення стійкості стисненого елемента необхідно збільшити жорсткість опори, враховуючи особливості графіка  $\mu = f(c)$  щодо зменшення впливу на коефіцієнт  $\mu$  значних величин жорсткості  $c$  (рис. 4).

**Перспективи подальших досліджень.** Дані щодо умов закріплення кінців стержня та жорсткості опор можна використати в подальших дослідженнях стійкості елементів, зокрема, при визначенні коефіцієнтів поздовжнього згинання [8–11] та проектуванні раціональних форм суцільних і складених перерізів для стиснених конструкцій та їх елементів [6, 12]. Ці розробки дозволять підвищити надійність та довговічність елементів конструкцій та деталей машин і запобігти багатьом аваріям і катастрофам у майбутньому.

### Література

1. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов [Текст] / Н. М. Беляев. – [15-е изд., перераб.]. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры изд-ва «Наука», 1976. – 608 с.
2. Дарков, А.В. Сопротивление материалов: учеб. [для студ. техн. вузов.] [Текст] / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – [5-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.
3. Опір матеріалів: підручник [Текст] / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; за ред. Г.С. Писаренка. – [2-ге вид., допов. і переробл.]. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с.
4. Писаренко, Г.С. Справочник по сопротивлению материалов [Текст] / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев; отв. ред. Г.С. Писаренко. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
5. Терегулов, И.Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности: учеб. [для студ. строит. спец. вузов] [Текст] / И.Г. Терегулов. – М.: Высшая школа, 1984. – 472 с.
6. Дослідження раціональних форм складених перерізів для сталевих стиснених елементів з урахуванням умов їх закріплення [Текст] / В. Кондель, К. Заїка, О. Корнєв, А. Шило // Вісник Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. – 2009. – № 4. – Т. 14. – С. 18–27.
7. Дослідження стійкості елементів конструкцій з урахуванням умов їх закріплення – один із напрямків попередження надзвичайних ситуацій [Текст] / В.М. Кондель, Р.В. Бордюк, Р.Ю. Колков, О.М. Кандзюба, О.С. Гезун // Аспекти безпеки праці, життя та довкілля людини: Зб. наук. праць IV Регіон. наук.-практ. конф. інж.-технолог. фак.-ту. – Вип. 4. – Полтава: Полтавська держ. аграрна академія, 2011. – С. 49–51.
8. Кондель, В. Нові пропозиції щодо визначення коефіцієнтів поздовжнього згинання для стиснутих стійок [Текст] / В. Кондель, К. Курмаз // Фізика, технічні науки: стан, досягнення і перспективи: матеріали Всеукр. наук.-практ. конф., 30–31 жовтня 2008 р. / Полтавський держ. педагог. ун-т ім. В.Г. Короленка. – Полтава: ФОП Рибалка, 2008. – С. 67–71.
9. Курмаз, К.Г. Визначення коефіцієнтів поздовжнього згинання для сталевих стиснутих деталей [Текст] / К.Г. Курмаз, Р.В. Бабенко, А.Ю. Шило // Природничі та гуманітарні науки. Актуальні питання: зб. тез II Всеукр. студ. наук.-техн. конф. в 2 т., 23–24 квітня 2009 р. / Тернопільський держ. техн. ун-т ім. Івана Пулюя. – Т. 1. – Тернопіль: ТДТУ, 2009. – С. 205.



10. Лихтарников, Я.М. Расчет стальных конструкций: справочное пособие [Текст] / Я.М. Лихтарников, Д.В. Ладыженский, В.М. Клыков – [2-е изд., перераб. и доп.]. – К.: Будівельник, 1984. – 368 с.
11. Николаев, Г.А. Сварные конструкции. Расчет и проектирование: учеб. [для студ. вузов.] [Текст] / Г.А. Николаев, В.А. Винокуров; под ред. Г.А. Николаева. – М.: Высшая школа, 1990. – 446 с.
12. Дослідження раціональних форм складених перерізів для сталених стиснутих елементів конструкцій [Текст] / В.М. Кондель, К.Г. Курмаз., Р.В. Бабенко, А.Ю. Шило // Пошкодження матеріалів під час експлуатації, методи його діагностування і прогнозування: Праці Міжнародної наук.-техн. конф. 21–24 вересня 2009 р. – Тернопіль: Тернопільський держ. техн. ун-т ім. Івана Пулюя, 2009. – С. 246–253.