УДК 621.326

Клендій О. – ст. гр. МТ-31

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА ПОБУДОВИ ЕПЮР ВНУТРІШНІХ СИЛОВИХ ФАКТОРІВ ДЛЯ БАЛОК НАВАНТАЖЕНИХ ЗМІННИМ РОЗПОДІДЕНИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Науковий керівник: старший викладач Довбуш А.Д.

В інженерній практиці досить часто зустрічаються випадки, коли балка навантажена не рівномірним, а змінним розподіленим навантаженням.

Розглянемо балку, на яку діє нерівномірно розподілене навантаження, що змінюється по довжині балки по закону трикутника: $q(x) = \frac{x}{l} q_0$ (рис.1).

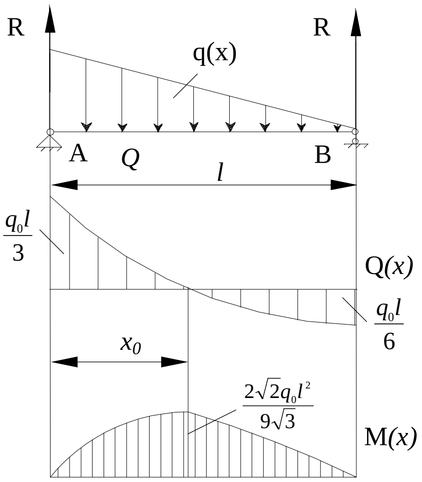

Рис. 1.

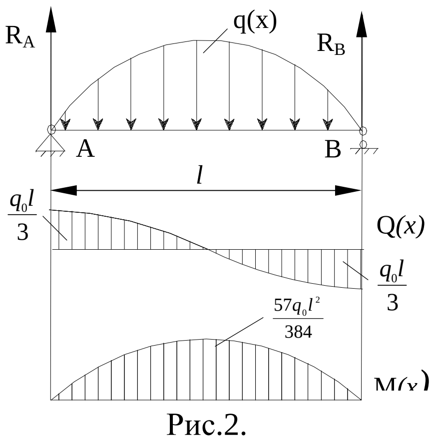

Рис.2.

Знаходимо рівнодіючу силу Q зовнішнього навантаження:

$$Q = \int_0^l q(x)dx = \int_0^l \frac{x}{l} q_0 dx = \frac{q_0 l}{2}.$$

Знаходимо реакції на опорах балки R_A та R_B:

$$\sum M_A = 0: \quad -R_B l + Q\frac{1}{3}l = 0, \textit{ звідси } R_B = \frac{q_0 l}{6};$$

$$\sum M_B = 0: \quad R_A l - Q\frac{2}{3}l = 0, \textit{ звідси } R_A = \frac{q_0 l}{3}.$$

Для побудови епюр поперечних сил *Q(x)* та згинальних моментів М*(x)* використовуємо диференціальну залежність теорії згину балки: $\frac{dQ(x)}{dx} = q(x); \quad \frac{dM(x)}{dx} = Q(x)$.

Вираз для поперечних сил матиме вигляд:

$$Q(x) = \int q(x)dx = \int -q_0\frac{xdx}{l} = -\frac{qx^2}{2l} + C_1; \quad C_1 = R_A = \frac{q_0 l}{3}.$$

Отже, рівняння поперечної сили запишемо: $Q(x) = \frac{q_0 l}{3} - \frac{q_0 x^2}{2l}$.

Через 0 поперечна сила проходить при x_0, значення якого знайдемо із рівняння: $\frac{q_0 x^2}{2l} = \frac{q_0 l}{3}$; звідси $x = \sqrt{\frac{2}{3}} l$.

Для визначення згинального моменту використаємо рівняння:

$$M(x) = \int Q(x)dx = \frac{q_0 l}{3}x - \frac{q_0 x^2}{6l} + C_2, \quad C_2 = 0, \quad \textit{отже,} \quad M(x) = \frac{q_0 l}{3}x - \frac{q_0 x^2}{6l}.$$

Таким чином, згинальний максимальний момент буде рівний:

$$M_{\max}(x = x_0) = \frac{q_0 l}{3}\frac{\sqrt{2}l}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}q_0 l^2}{9\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}q_0 l^2}{9\sqrt{3}}.$$

Розглянемо балку на двох опорах, що навантажена рівномірно розподіленим навантаженням, по параболічному закону вираженому рівнянням: $q(x) = q_0(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{2l^2})$ (рис.2).

Визначемо рівнодійну силу $Q = \int_0^l q(x)dx = \frac{q_0}{l}(\int_0^l xdx - \frac{1}{2l}\int_0^l x^2 dx) = \frac{2}{3}q_0 l.$

Знаходимо реакції опор: $R_A = R_B = \frac{q_0 l}{3}$. Аналогічно попередньому випадку знаходимо Q(x) та M(x): $Q(x) = \frac{q_0 l}{3} - \frac{q_0 x^2}{2l} + \frac{q_0 x^3}{6l^2}; \quad M(x) = \frac{q_0 l x}{3} - \frac{q_0 x^3}{6l} + \frac{q_0 x^4}{24 l^2}.$, отже $x_0 = \frac{l}{2}, M_{\max}(x = x_0) = \frac{57}{384}q_0 l^2.$