УДК.621.32.539.3.
Порохонько В. – ст. гр. ЕЗ-21
Тернопільський державний технічний університет ім. Івана Пулюя

ОСНОВИ РОЗРАХУНКУ БАЛКИ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

Науковий керівник: к. фіз.-мат. н., доцент Мильніков О.В.

В інженерній практиці зустрічаються випадки, коли використовують балку, яка знаходиться на пружній основі. В роботі розглядається ідея розрахунку такої балки, завантаженої розподіленим навантаженням q по її довжині.

Розрахунок балки на пружній основі полягає у диференціюванні наближеного рівняння вигнутої осі балки. При постійному поперечному перерізі балки на пружній основі, враховуючи прийняті спрямування прогинів ω можна записати вираз:

$$\frac{d^4\omega(x)}{dx^4} = -\frac{\alpha}{EI}\omega x.$$

Представимо його у вигляді, зручному для інтегрування, позначивши $\frac{EI}{\alpha} = \frac{L^4}{4}$:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{\alpha}}.$$

Загальний інтеграл цього рівняння в відомій формі виглядає як:

$$\omega = Ae^{\varphi}\cos\varphi + Be^{\varphi}\sin\varphi + Ce^{-\varphi}\cos\varphi + De^{-\varphi}\sin\varphi.$$

Диференціюючи його по φ ($\varphi = \frac{x}{L}$ - безрозмірна абсциса) та використовуючи вираз для прогинів ω,кутів повороту θ, згинаючих моментів M, перерізуючи сил Q, отримуємо:

$$\omega(x) = \omega_0 Y_1(\varphi) + L\theta_0 Y_2(\varphi) - \frac{L^3 M_0}{EI} Y_3(\varphi) - \frac{L^3 Q}{EI};$$

$$\theta(x) = \theta_0 Y_1(\varphi) - \frac{LM_0}{EI} Y_2(\varphi) - \frac{L^2 Q_0}{EI} Y_3(\varphi) - \frac{4\omega}{L};$$

$$M(x) = M_0 Y_1(\varphi) + LQ_0 Y_2(\varphi) + \alpha L^2 \omega_0 Y_3(\varphi) + \alpha L^3;$$

$$Q(x) = Q_0 Y_1(\varphi) + \alpha L\omega_0 Y_2(\varphi) + \alpha L^2\theta_0 Y_3(\varphi) - \frac{4}{L} M,$$

де Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 - функції запропоновані академіком Криловим А.Н.

При диференціюванні функції Крилова отримаємо:

$$LY_4^I = -4Y_4;\; LY_2^I = Y_1;\; LY_2^I = Y_2;\; LY_4^I = Y_3\ .$$

Зокрема, розглянемо балку на пружній основі, навантажену розподіленим та зосередженим навантаженням і моментом. Використовуючи принцип незалежної дії сил та рахуючи переміщення малими, отримаємо загальний інтеграл або прогин ω(x), як функцію початкових параметрів і абсциси x за формулою:

$$\omega(x) = \omega_0 Y_1\left(\frac{x}{L}\right) + \theta_0 L Y_2\left(\frac{x}{L}\right) + \frac{1}{EI}\{M_0 L^2 Y_3\left(\frac{x}{L}\right) + Q_0 L^3 Y_4\left(\frac{x}{L}\right) +$$

$$+L^2 \sum M_i Y_3\left(\frac{x-a_i}{L}\right) - L^3 \sum P_i Y_4\left(\frac{x-b_i}{L}\right) + \frac{L^4}{4}\sum q_i [Y_1\left(\frac{x-c_i}{L}\right) - Y_1\left(\frac{x-d_i}{L}\right)]\}$$

Звідси отримують $\theta(x)$, $M(x)$, Q(x) - тобто універсальні рівняння, методу початкових параметрів балки на пружній основі.

Література: Н.М.Беляев Сопротивление материалов М.,1976г. 608с.