УДК 621.326

Дранівський Н. - ст. гр. ОТП-111

Технічний коледж Тернопільського державного університету імені Івана Пулюя

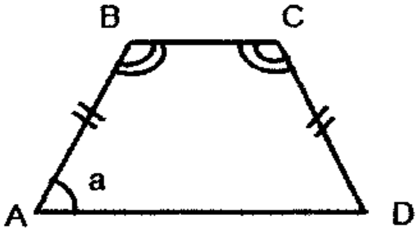
ЩОБ ЧОТИРИ ТОЧКИ НАЛЕЖАЛИ КОЛУ

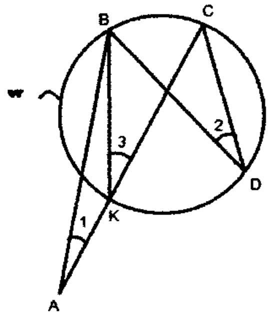
Науковий керівник: викладач вищої категорії, старший викладач, Бойко Г.П.

При яких умовах дані чотири точки належать одному колу? Це питання хвилювало математиків зі стародавніх часів. Чому чотири вершини паралелограма або ромба не лежать на одному колі? А щодо чотирьох вершин прямокутника або квадрата — то лежать... Відповіддю на ці запитання виявилася ознака описування чотирикутника. Надамо їй перший номер.

Ознака 1. Чотири вершини опуклого чотирикутника належать одному колу тоді й тільки тоді, коли сума його протилежних кутів дорівнює 180°.

Ознака 1 має легке, красиве доведення, яке можна знайти майже в усіх підручниках. Ця ознака допомагає розв'язати велику кількість задач. Пояснює, чому, наприклад, вершини рівнобічної трапеції обов'язково належать одному колу.



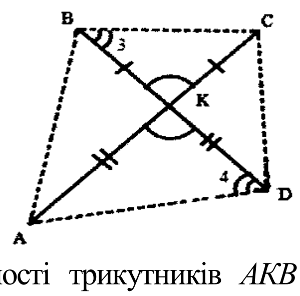


З іншого боку, розв'язуючи задачі, ми регулярно зустрічаємося також з іншими ознаками належності чотирьох точок одному колу. Тому здається доречним зібрати їх усі разом. Отже, точки *A, B, C, D* належать одному колу, якщо...

Ознака 2. ...якщо $\angle 1 = \angle 2$

Доведення. Опишемо коло *w* навколо трикутника *BCD*. Нехай воно не проходить через точку *A* і перетинає *AC* у точці *K*. У такому разі $\angle 3 = \angle 2$ (вписані, спираються на *BC*). Тож $\angle 3 = \angle 1$, але $\angle 3 = \angle 1 + \angle ABK$ - зовнішній для трикутника *ABK*. Протиріччя. Таким чином, точка *A* також належить колу *w*.

Ознака 3. ...якщо
AK=KD і *BK=KC* (рис. 3)



Доведення *AB=CD* (з рівності трикутників *AKB* і *DKC*). $\angle 3 = \angle 4$ (з подібності трикутників *BKC* і *DKA*). Отже, *BC II AD*. Тоді *ABCD* — рівнобічна трапеція, навколо якої завжди можна описати коло.