Секція: **Математика**

УДК 517.9

Біганська Л. - ст. гр. ЕМ-21

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗОК СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В ЗАДАЧІ ПРО ДВА ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА, ЯКІ ЗНАХОДЯТЬСЯ У ВЗАЄМНІЙ ІНДУКЦІЇ

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доцент Шелестовський Б.Г.

Розглянемо два кола $A\,i\,B,$ які знаходяться в магнітному зв'язку з коефіцієнтом M взаємної індукції. Нехай $L_1,\ R_1,\ C_1$ та $L_2,\ R_2,\ C_2$ – коефіцієнт самоіндукції, опір та ємність відповідно кіл $A\,i\,B.$ Необхідно знайти силу струму в колі $A,$ вважаючи, що кола настроєні в унісон, тобто $C_1\,L_1 = C_2\,L_2$ та опори $R_1\,i\,R_2$ значно малі.

Позначимо $i_1(t)$ та $i_2(t)$ силу струму в колах $A\,i\,B.$ Визначивши електрорушійні сили індукції, самоіндукції та напруги конденсаторів та застосувавши закони Кірхгофа, одержимо систему диференціальних рівнянь процеса.

$$M\frac{d^2i_2}{dt^2} + L_1\frac{d^2i_1}{dt^2} + R_1\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1}i_1 = 0,\ \ M\frac{d^2i_1}{dt^2} + L_2\frac{d^2i_2}{dt^2} + R_2\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2}i_2 = 0.$$

Виключаючи $i_2(t)$ з цих рівнянь приходимо до диференціального рівняння четвертого порядку відносно функції $u_1(t)$.

$$\left(1-\frac{M^2}{L_1L_2}\right)\frac{d^4i_1}{dt^4} + \left(\frac{R_1}{L_1}+\frac{R_2}{L_2}\right)\frac{d^3i_1}{dt^3} + \left(\frac{1}{C_2L_2}+\frac{1}{C_1L_1}+\frac{R_1}{L_1}\cdot\frac{R_2}{L_2}\right)\frac{d^2i_1}{dt^2} +$$
$$+\left(\frac{R_1}{L_1}\cdot\frac{1}{C_2L_2}+\frac{R_2}{L_2}\cdot\frac{1}{C_1L_1}\right)\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1L_1}\cdot\frac{1}{C_2L_2}i_1 = 0.$$

Враховуючи, що $C_1L_1 = C_2L_2$, $R_1 = R_2 = 0$ маємо:

$$\left(1-\frac{M^2}{L_1\cdot L_2}\right)\frac{d^4\,i_1}{dt^4} + \frac{2}{C_1\,L_1}\ \frac{d^2i_1}{dt^2} + \frac{1}{C_1^2\,L_1^2}i_1 = 0.$$

Відповідне характеристичне рівняння:

$$\left(1-\frac{M^2}{L_1\,L_2}\right)r^4 + \frac{2}{C_1\,L_1}r^2 + \frac{1}{C_1^2L_1^2} = 0.$$

Його корені: $r_1 = \frac{ni}{\sqrt{1+k}};\quad r_2 = -\frac{ni}{\sqrt{1+k}};\quad r_3 = \frac{ni}{\sqrt{1-k}};\quad r_4 = -\frac{ni}{\sqrt{n-k}},\quad i = \sqrt{-1}.$

$k^2 = \frac{M^2}{L_1\,L_2},\ n^2 = \frac{1}{C_1\,L_1}.$

Звідси шуканий загальний розв'язок:

$$i(t) = C_1\sin\frac{n}{\sqrt{1+k}} + C_2\cos\frac{n}{\sqrt{1+k}} + C_3\sin\frac{n}{\sqrt{1-k}} + C_4\cos\frac{n}{\sqrt{1-k}}.$$