

УДК 621.891+539.375.6:51-74

В. Писаренко¹, канд. техн. наук; Р. Сорокатиї², докт. техн. наук;
Є. Боковий¹

¹ КНВО "ФОРТ" МВС України,

² Хмельницький національний університет

СТОХАСТИЧНИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НАКОПИЧЕННЯ ТРИБОПОШКОДЖЕНЬ

Резюме. Побудовано ймовірнісну модель накопичення трибопошкоджень. Для опису процесу накопичення пошкоджень використано термодинамічну теорію руйнування і математичний апарат ланцюгів Маркова. Використовуючи ймовірнісно-фізичний підхід, запропоновано спосіб визначення параметрів розробленої моделі.

Ключові слова: трибопошкодження, модель, термодинамічна теорія, ланцюги Маркова.

V. Pisarenko, R. Sorokatyi, E. Bokowyi

STOCHASTIC APPROACH TO MODELING PROCESSES ACCUMULATION OF TRIBO-DAMAGES

The summary. The probabilistic model of accumulation of tribodamages is built. For description of process of accumulation of damages the thermo-cinetic theory of destruction and mathematical vehicle of the Markov's chains is used. Taking probabilistic-physical approach, the method of determination of parameters of the developed model is offered.

Key words: tribodamages, model, thermo-cinetic theory, Markov's chains.

Вступ. Розроблення та вдосконалення розрахункових методів – необхідна умова для керування показниками надійності машин на стадії проектування.

Основна складність при розробленні методів прогнозування зносу вузлів тертя, зумовлена наявністю різних за своєю природою процесів, які перебігають на поверхнях тертя та впливом на ці процеси значної кількості взаємопов'язаних факторів. Недостатня вивченість фізико-хімічних процесів, які протікають на поверхнях трибоконтактної взаємодії, стохастичний характер параметрів зовнішнього впливу ускладнює розроблення методів розрахунку зносу та прогнозування ресурсу вузлів тертя.

Особливості моделювання процесів зношування. При розробленні методів розрахунку накопичення трибопошкоджень і зносу необхідно враховувати, що зношування є специфічним видом руйнування, який відрізняється багаторазовістю елементарних актів руйнування.

Моделювання зношування необхідно розглядати на двох масштабних рівнях: макрорівень, який визначає кінетику зміни макроформи тіл при зношуванні, та мікрорівень, який описує елементарний акт руйнування і від'єднання частинки від поверхні [1].

Побудова моделі зношування вимагає визначення фізичного механізму елементарного акту руйнування; вибору критерію руйнування, який відповідає даному механізму; розрахунку напружено-деформованого стану; розрахунку температури поверхневого шару та інших характеристик, що визначають критерій руйнування; визначення характеристик поверхневого шару після видалення зруйнованої частинки [1].

Найскладнішим етапом моделювання процесів зношування є аналіз механізму зношування і вибір критерію руйнування. До числа переважаючих факторів при виборі критерію руйнування відносять напруження, температуру, механічні характеристики матеріалів. При цьому необхідно враховувати, що сам механізм руйнування визначається рівнем напружень та температур у контактному шарі. Для визначення початку руйнування і моделювання процесу видалення частинки зношування з поверхні застосовують методи механіки руйнування. Характер зношування залежить від матеріалів пари тертя, умов навантаження, кінематики пари тертя, присутності й природи мастильних матеріалів та інших умов [1].

Циклічні навантаження поверхні, які мають місце при відносному переміщенні елементів пари тертя, породжує в контактному шарі неоднорідне поле внутрішніх напружень, що є причиною накопичення в цьому шарі пошкоджень. У більшості випадків при аналізі стаціонарного процесу зношування приймають, що на цьому етапі переважає стадія дисимінованих пошкоджень, а розвиток магістральних тріщин, які призводять до відділення частинок зносу, перебігає майже миттєво [2].

При побудові методів прогнозування необхідно враховувати факт, що процеси накопичення трибопошкоджень є еволюційними, нестационарними випадковими процесами і повинні базуватися на феноменологічних процесах деградації [3].

Метою роботи є побудова ймовірнісної моделі накопичення трибопошкоджень та розроблення методики визначення основних параметрів даної моделі.

Побудова моделі накопичення пошкоджень поверхні при зношуванні. Трибопошкодження відносяться до класу кумулятивних пошкоджень. Під кумулятивним пошкодженням розуміють незворотне накопичення пошкоджень при циклічній дії [3]. На основі опрацювання експериментального матеріалу автори [3] довели, що ймовірнісні моделі феноменологічних процесів накопичення пошкоджень, побудовані на основі випадкових процесів Маркова з дискретним часом і станами, описують процеси кумулятивних пошкоджень високим ступенем адекватності.

Для визначення характеристик полів напружень і температур як найвпливовіших факторів на процес накопичення пошкоджень у реальних вузлах тертя в більшості випадків використовують чисельні методи комп'ютерного моделювання. В свою чергу, вказані методи передбачають просторово-часову дискретизацію розрахункових моделей.

У зв'язку з вищевказаним, представимо процес накопичення трибопошкоджень у дискретній формі, використавши для цього модель удару [4].

Приймемо наступні припущення:

1. Процес експлуатації складається з циклів навантаження (ЦН), що повторюються. Цикл навантаження – це період функціонування виробу, протягом якого можуть накопичуватися пошкодження. Циклами навантаження вимірюється час, що є в даному випадку дискретним.

Припущення, що виникнення пошкоджень можливо тільки в період циклу навантаження не призводить до втрат у фізичній моделі процесу, але надає перевагу при побудові розрахункових алгоритмів.

2. Стани пошкоджуваності є дискретними і перехідними. Якщо накопичена кількість одиничних пошкоджень окіл деякої точки перевищить граничне значення, відбудеться руйнування.

Припущення про дискретність станів добре співвідноситься з експериментальними даними про перервний характер перебігу дисимінованих пошкоджень у мікрооб'ємах.

3. Накопичення пошкоджень у ЦН залежить тільки від цього циклу і від стану пошкодження на його початку, а характеристики, що визначають жорсткість ЦН, залишаються незмінними в межах даного циклу.

Це припущення постулює, що пошкодження розглядаються тільки на початку і в кінці ЦН. Модель нічого каже про кількісні аспекти того, що відбувається всередині ЦН. Таким чином, модель є вкладеною, бо інтерес представляє початок і кінець циклу навантаження. Ця умова є умовою ймовірнісного процесу Маркова, тобто накопичення пошкодження залежить тільки від циклу навантаження і стану пошкоджуваності на його початку. Яким чином досягнуто цього рівня пошкоджуваності – несуттєво.

4. Для означення ймовірнісних характеристик процесу накопичення трибопошкоджень використаємо припущення, що пошкодження можуть виникати тільки в період ЦН. Позначимо ймовірність того, що в період циклу навантаження пошкодження не виникне через w_{ii} . Тоді ймовірність появи пошкоджень в даному ЦН дорівнює $1 - w_{ii}$, оскільки події утворюють повну групу. Якщо в ЦН концентрація трибопошкоджень перевищить критичне значення P_{TP}^* і відбудеться руйнування, то система перейде в поглинаючий стан з нульовою імовірністю вийти з нього. Будемо вважати, що до моменту виникнення пошкоджень в ЦН реалізується послідовність незалежних випробувань, з імовірністю "успіху" в одному випробуванні $1 - w_{ii}$.

Таким чином, отримано модель накопичення кумулятивних трибопошкоджень, яку можна описати випадковим процесом Маркова з дискретним часом та станами. Дискретна модель є вкладеною в неперервний фізичний процес накопичення кумулятивних пошкоджень.

Визначення параметрів моделі. Параметри ланцюга Маркова вважають заданими, якщо задано вектор початкових станів та матрицю перехідних ймовірностей. Для більшості випадків компоненти вектора початкових станів $\pi_j(t=0)$ визначають з припущення, що в початковий момент часу система не мала пошкоджень і знаходилася в першому стані:

$$[\pi_j(t=0)] = [1,0,0,\dots,0] \quad (1)$$

В момент часу $t=1$ імовірності перебування системи в тому чи іншому стані визначається як добуток вектора початкових станів $[\pi_j]$ на матрицю перехідних імовірностей $[W_{ij}]$

$$[\pi_j(t=1)] = [\pi_j(t=0)] \times [W_{ij}], \quad i, j = 1,2,\dots,K_C \quad (2)$$

де $[\pi_j(t=0)]$ – вектор початкових станів; $[\pi_j(t=1)]$ – вектор безумовних ймовірностей знаходження системи в j -х станах ($j = 1,2,\dots,K_C$) у момент часу $t=1$; $[W_{ij}]$ – матриця перехідних ймовірностей; K_C – кількість станів системи.

Імовірності станів системи в момент часу $t > 1$ визначається як добуток вектора безумовних ймовірностей $[\pi_j(t-1)]$ у момент часу $(t-1)$ на матрицю перехідних ймовірностей $[W_{ij}]$, яка задає поведінку системи в момент часу t ,

$$[\pi_j(t)] = [\pi_j(t-1)] \times [W_{ij}], \quad i, j = 1,2,\dots,K_C \quad (3)$$

де $[\pi_j(t)]$ – вектор безумовних ймовірностей знаходження системи в j -х станах

($j = 1, 2, \dots, K_C$) у момент часу t ; $[W_{ij}]$ – матриця перехідних ймовірностей; K_C – кількість станів системи.

Матрицю перехідних ймовірностей $[W_{ij}]$ вважають заданою, якщо задано вигляд і визначено компоненти матриці w_{ij} .

Автори [3] довели, що матриці перехідних ймовірностей з одиничними стрибками догори та наявністю поглинаючого стану найповніше відображають сутність кумулятивних пошкоджень:

$$[W_{ij}] = \begin{bmatrix} w_{11}(t) & w_{12}(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{22}(t) & w_{23}(t) & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & w_{cc}(t) & w_{c(c+1)}(t) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, c = 1, \dots, K_C \quad (4)$$

Питання визначення компонентів матриці перехідних ймовірностей вирішувалося з позиції визначення відповідності між параметрами математичної моделі й фізичними характеристиками процесу накопичення пошкоджень.

У більшості фізичних підходів до моделювання трибопошкоджуваності швидкість накопичення пошкоджуваності $V_{TP}(x, y, z, t)$ розглядається як функція напружень в даній точці, температури та інших параметрів залежно від механізму руйнування, виду матеріалу та ін.

Для опису процесу накопичення пошкоджень використано термодинамічну теорію руйнування [5], яка робить можливим дослідження сумісного впливу напруженого стану й температурних ефектів на руйнування в явному вигляді.

У відповідності з термодинамічною теорією швидкість накопичення пошкоджень задається співвідношенням [5]

$$V_{TP}(x, y, z, t) = \frac{dP(x, y, z, t)}{dt} = \frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right), \quad (5)$$

де U – енергія активації; τ^* , γ – характеристики матеріалу; k – стала Больцмана; $\sigma(x, y, z, t)$ – характеристика поля напруженого стану в точці з координатами (x, y, z) в момент часу t ; $T(x, y, z, t)$ – абсолютна температура в точці з координатами (x, y, z) в момент часу t .

Виходячи з фізичної сутності процесу накопичення трибопошкоджень, можна вважати, що перехід зі стану в стан відбуваються під дією потоку трибопошкоджуваності. При реалізації події потоку відбувається перехід системи в наступний стан.

У даному випадку під подією потоку трибопошкоджуваності розуміють зміну концентрації трибопошкоджень на деяку величину P_{TP} . Потік трибопошкоджуваності у відповідності до центральної граничної теореми потоків буде потоком Пуассона, а саме, має властивості ординарності та відсутності післядії, що не порушує основну вимогу випадкового процесу Маркова.

Виходячи із фізичної сутності інтенсивності потоку як середньої кількості подій в одиницю часу для елементарної ділянки Δt , яка прилягає до t [6], інтенсивність потоку

трибопошкоджуваності $\lambda_{TP}(t)$ в момент часу t визначиться як відношення швидкості трибопошкоджуваності в момент часу t до величини P_{TP}

$$\lambda_{TP}(t) = \frac{V_{TP}(x, y, z, t)}{P_{TP}}, \text{ [час}^{-1}\text{]}, \quad (6)$$

де $V_{TP}(x, y, z, t)$ – швидкість накопичення трибопошкоджень у момент часу t , ((об'єм×час)⁻¹); P_{TP} – величина, яка визначається з умови ординарності потоку трибопошкоджуваності (об'єм⁻¹).

З урахуванням виразу (5) можна записати

$$\lambda_{TP}(t) = \frac{\frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}} \quad (7)$$

Величина P_{TP} визначається з умови, що за один цикл навантаження ймовірність появи величини концентрації трибопошкоджень більшої за P_{TP} , нехтовно мала.

Таким чином, за функцією швидкості накопичення трибопошкоджень можна визначити основну характеристику потоку трибопошкоджуваності, який представлено у вигляді випадкового процесу – інтенсивність потоку пошкоджуваності $\lambda_{TP}(t)$, що визначає переходи системи зі стану в стан.

Ймовірність переходу $w_{ij}(t)$ процесу зі стану i , в якому він знаходився в момент часу t , у стан j за елементарний проміжок часу Δt , визначиться за виразом

$$w_{ij}(t) \approx \lambda_{TP}(t) \cdot \Delta t, \text{ для } i \neq j. \quad (8)$$

З урахуванням (7) отримаємо

$$w_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}} \cdot \Delta t \quad (9)$$

Якщо врахувати, що при досягненні деякого критичного значення концентрації трибопошкоджень P_{TP}^* відбувається руйнування й система попадає в поглинаючий стан, то

$$P_{TP} = \frac{P_{TP}^*}{K_C - 1}. \quad (10)$$

Тоді (9) набуде вигляду

$$w_{ij}(t) = \frac{\frac{1}{\tau^*} \exp\left(-\frac{U - \gamma \cdot \sigma(x, y, z, t)}{k \cdot T(x, y, z, t)}\right)}{P_{TP}^*} \cdot \Delta t \cdot (K_C - 1). \quad (11)$$

Кількісну оцінку критичного значення концентрації трибопошкоджень P_{TP}^* можна отримати з аналізу накопичення трибопошкоджень як багатостадійного процесу руйнування. Основна стадія його полягає у "вибухоподібному" виникненні зародкових мікротріщин, накопичення й коалесценції при в'язкому руйнуванні або їх розвитку при квазікрихкому руйнуванні залежно від властивостей матеріалів. Завершальна стадія для пластичних матеріалів, в яких утворюється велика кількість мікротріщин, може бути

результатом їх злиття і формування критичного локального розуцільнення, яке призводить до утворення макротріщин. Для квазікрихких тіл протягом усього часу деформування розвивається велика кількість мікротріщин, деякі з яких на завершальній стадії досягають критичного нерівноважного розміру [7]. За оцінками [8–10] для металів та сплавів критичне значення концентрації мікротріщин складає $\approx 10^{17} \dots 10^{18} 1/\text{м}^3$. Враховуючи особливості функціонування трибоспряжень, достатньо обмежитися стадією накопичення пошкоджень, що дозволяє прийняти за фізичний критерій руйнування та переходу системи в поглинаючий стан, критичне значення концентрації трибопошкоджень, тобто $P_{Tr}^* \approx 10^{17} \dots 10^{18} 1/\text{м}^3$.

Таким чином, використовуючи ймовірно-фізичний підхід, отримано параметри моделі накопичення пошкоджень поверхні внаслідок зношування, яка описується випадковим процесом Маркова з дискретним часом і станами.

Безумовно, для отримання адекватних моделей і розв'язку задач визначення характеристик полів напруженого стану $\sigma(x, y, z, t)$ та температур $T(x, y, z, t)$ у реальних вузлах тертя необхідно звернутися до чисельних методів.

Для аналізу процесів накопичення трибопошкоджень реального вузла тертя необхідно представити елементи пари тертя у дискретній формі скінченною множиною елементарних об'ємів, в яких може накопичуватися пошкоджуваність. Процес накопичення пошкоджень в елементарному об'ємі в загальному випадку описується нестационарним випадковим процесом Маркова з дискретним часом і станами, параметри якого визначаються з (4), (11), а перебіг процесу накопичення трибопошкоджень в елементарному об'ємі описується залежностями (1)–(3). У сукупності масиви ймовірностей величин концентрації трибопошкоджуваності елементарних об'ємів у кожен момент часу описують перебіг процесу накопичення пошкоджень в елементах вузла тертя загалом.

Враховуючи особливості процесів зношування, матеріали й умови функціонування трибоспряжень, у більшості випадків можна вважати, що миттєве поле напружень впливає на траєкторію розвитку тріщини менше, ніж властивості пошкодженого матеріалу, а характерний час розвитку тріщини менше характерного часу накопичення пошкоджуваності. Тому приймається, що тріщини поширюються миттєво, а напрям розвитку в кожній точці визначається напрямом мінімального спадання накопиченої пошкоджуваності. Побудувавши за допомогою запропонованої ймовірнісної моделі лінії рівнів функції накопичення пошкоджень, можна визначити найімовірніші напрями траєкторій руху поширення тріщин та оцінити тип руйнування й характер процесу зношування.

Висновки. В результаті проведених досліджень побудовано ймовірнісну модель накопичення пошкоджень поверхні внаслідок руйнування при зношуванні, яка ґрунтується на термодинамічній теорії руйнування. Для побудови моделі використано математичний апарат ланцюгів Маркова. Визначення параметрів моделі базується на ймовірно-фізичному підході. Використання запропонованої моделі разом із чисельними методами визначення характеристик полів напружень і температур дозволить побудувати повну модель процесу, оцінити тип руйнування і характер процесу зношування.

Література

1. Горячева, И.Г. Механика фрикционного взаимодействия [Текст] / И.Г. Горячева. – М.: Наука, 2001. – 478 с.
2. Колинз, Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение [Текст] / Дж. Колинз; пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
3. Богданофф, Дж. Вероятностные модели накопления повреждений [Текст] / Дж. Богданофф, Ф. Козин; пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 344 с.

4. Esary, J.D. Shock models and wear processes / J.D. Esary, A.W. Marshall, F. Prochan // Applied Probability. – 1973. – Vol. 4. – P. 627–650.
5. Регель, Р.В. Кинетическая природа прочности твёрдых тел [Текст] / Р.В. Регель, А.И. Слуцкер, Э.Е. Томашевский. – М.: Наука, 1974. – 560 с.
6. Венцель, Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения [Текст] / Е.С. Венцель, Л.А. Овчаров. – М.: Наука, 1991. – 384 с.
7. Бетехтин, В.И. Эволюция микроскопических трещин и пор в нагруженных твердых телах [Текст] / В.И. Бетехтин, А.Г. Кадомцев // Физика твердого тела. – 2005. – Т.47, Вып. 5 – С. 801–807.
8. Иванова, В.С. Разрушение металлов [Текст] / В.С. Иванова. – М.: Металлургия, 1979. – 168 с.
9. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел. Сообщение 1. Деформация и развитие микротрещин [Текст] / В.И. Бетехтин, В.И. Владимиров, А.Г. Кадомцев, А.И. Петров // Проблемы прочности. – 1979. – № 7. – С. 38–45.
10. Пластическая деформация и разрушение кристаллических тел. Сообщение 2. Деформация и развитие микротрещин [Текст] / В.И. Бетехтин, В.И. Владимиров, А.Г. Кадомцев, А.И. Петров // Проблемы прочности. – 1979. – № 8. – С. 51–57.