

Секція:

Математичне моделювання і механіка

УДК 519.8

Бойчук А. – ст. гр. МБ-31

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ КОЛЕСА ІЗ
ВРАХУВАННЯМ ІМПУЛЬСУ УДАРНОЇ РЕАКЦІЇ ВИСТУПУ**

Науковий керівник: к.ф.-м.н., професор Михайлишин М.С.

Колесо масою m , радіуса r , що котиться без ковзання по горизонтальній направляючій LL , натрапляє на виступ O , і огинаючи його, піднімається по горизонтальній направляючій OM . Висота підйому h . Удар колеса об виступ непружний, ковзання при ударі і обгинанні виступу відсутнє. При заданій швидкості центра колеса v_c до удару, визначити імпульс ударної реакції виступу S . Враховувати колесо однорідним диском. Удар, що виникає, слід називати абсолютно непружним (коефіцієнт відновлення дорівнює 0).

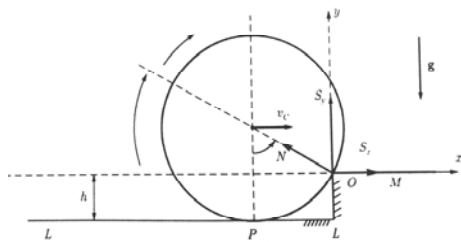


Рис.1

Нехай S_x та S_y — ударні імпульси, прикладені в точці контакту O . Позначимо через α кут, утворений радіусом CO з вертикаллю ($\alpha = \angle OCP$). Ясно, що

$$\cos \alpha = 1 - s, \quad \sin \alpha = \sqrt{2s - s^2}, \quad s = h/r \quad (1)$$

До ударний стан колеса є кочення без ковзання, а після ударний — це обертання без ковзання довкола

точки O .

В системі координат Oxy маємо для швидкостей центра мас C і кутової швидкості колеса

$$\begin{aligned} v_{C_x}^- &= v_c & v_{C_y}^- &= 0, & \omega &= \omega^- = \frac{v_c}{r} \\ v_{C_x}^+ &= \omega^+ r \cos \alpha & v_{C_y}^+ &= \omega^+ r \sin \alpha & \omega &= \omega^+ \end{aligned} \quad (2)$$

де знак «-» відноситься до до ударного стану, а знак «+» відноситься до стану, що настав відразу після моменту удару. Ударні імпульси S_x і S_y , не створюють моменту відносно точки O , отже зберігається кінетичний момент колеса відносно точки O .

$$\begin{cases} K_o = mv_c(r - h) + J_C \omega^- = \frac{3}{2}mv_cr(1 - \frac{2}{3}\epsilon) \\ K_o = m(\omega^- r)r + J_C \omega^+ = \frac{3}{2}mr^2\omega^+ \end{cases} \quad (3)$$

Прирівнюючи отримані вирази, отримаємо:

$$\omega^+ = \frac{v_c}{r} (1 - \frac{2}{3}\epsilon) \quad (4)$$

Для визначення ударних імпульсів запишемо, використовуючи формулу (2), рівняння зміни кількості руху в проекціях на вибрані осі координат:

$$S_x = m(\omega^+ r \cos \alpha - v_c), \quad S_y = m\omega^+ r \sin \alpha \quad (5)$$

Підставивши сюди формулу (1) отримаємо імпульсні реакції:

$$S_x = mv_c \frac{\epsilon}{3} (2\epsilon - 5), \quad S_y = mv_c \frac{2}{3} \epsilon \sqrt{\epsilon(2 - \epsilon)} \quad (6)$$