

УДК 621.326

Матвеев О. – ст. гр. 612

Миколаївський національний університет імені В.О. Сухомлинського

РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯННЯ СОФІ ЖЕРМЕН МЕТОДОМ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Науковий керівник: д.ф.-м.н., професор Діденко В.Д.

Струни, мембрани, пластинки знаходять широке застосування в багатьох галузях сучасної техніки та будівництва, і інформація про їх динамічні характеристики є важливим етапом оцінки міцності та надійності оболонкової системи в цілому.

В рамках проведеного дослідження, розглядалися поперечно навантажені ізотропні прямокутні в плані тонкі пластини постійної товщини. Для розрахунку статичних параметрів пластинки вказаного типу розв'язувалась крайова задача для рівняння Софі Жермен

$$\frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w(x, y)}{\partial y^4} = \frac{q(x, y)}{D}.$$

У випадку крайових умов типу S-S-S-S

Контур $x = const$	Контур $y = const$
$w(0, y) = w_{xx}(0, y) = 0,$	$w(x, 0) = w_{yy}(x, 0) = 0,$
$w(a, y) = w_{xx}(a, y) = 0;$	$w(x, b) = w_{yy}(x, b) = 0$

використовувалось двомірне комплексне перетворення Фур'є:

$$w(x, y) \xrightarrow{\bullet} F(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\varepsilon_1 x + \varepsilon_2 y)} w(x, y) dx dy.$$

В результаті вигляд отриманої функції прогину $w(x, y)$ аналітично ідентичний розв'язку Нав'є вищезазначеної задачі.

Також розглядався метод розв'язання даної задачі з граничними умовами типу S-C-S-C

Контур $x = const$	Контур $y = const$
$w(0, y) = w_{xx}(0, y) = 0,$	$w(x, 0) = w_y(x, 0) = 0,$
$w(a, y) = w_{xx}(a, y) = 0;$	$w(x, b) = w_y(x, b) = 0$

на основі одномірного комплексного перетворення Фур'є

$$w(x, y) \xrightarrow{\bullet} F(\varepsilon, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\varepsilon x} w(x, y) dx.$$

В результаті отримана функція прогину аналітично ідентична розв'язку Леві вищевказаної задачі.

Необхідно зазначити, що підхід на основі комплексного перетворення Фур'є аналогічний при розв'язанні мішаної крайової задачі динаміки струни і прямокутної мембрани.

Таким чином, загальновідомі розв'язки, отримані методами подвійних рядів (Нав'є) і Леві, можна дістати ще і методом комплексного перетворення Фур'є, який в свою чергу застосовується до абсолютно різних фізичних явищ без зміни складності процесу пошуку розв'язку.