

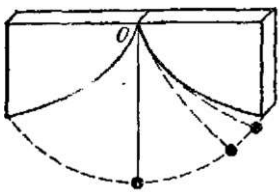
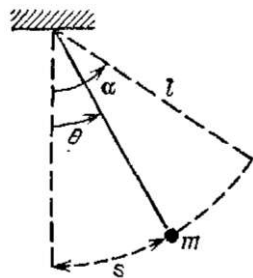
УДК 534.1

Котовська О. – ст. гр. ЕМ-21

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## ЗАДАЧА ПРО ЗБІЛЬШЕННЯ ТОЧНОСТІ МАЯТНИКОВОГО ГОДИННИКА

Науковий керівник: к.ф.-м.н. Габрусєв Г. В.



Розглянемо коливання математичного маятника, що складається із невагомої нитки довжиною  $l$  та вантажу масою  $m$  закріпленого на її кінці. Якщо вантаж відхилити на кут  $\alpha$  і потім відпустити, то згідно із законом збереження енергії

$$\frac{mv^2}{2} = mg(l \cos \theta - l \cos \alpha), \quad (1)$$

де  $v$  – швидкість руху вантажу, а  $g$  – прискорення вільного падіння. Розглядаючи лише малі відхилення вантажу, завжди можна вважати, що довжина дуги, по якій вантаж відхиляється від положення рівноваги на кут  $\theta$ , визначається рівністю  $s = l\theta$ . Отже співвідношення (1) призводить до рівняння

$$\frac{l}{2} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 = g(\cos \theta - \cos \alpha). \quad (2)$$

Враховуючи, що значення кута відхилення  $\theta$  зменшується зі збільшенням часу  $t$ , диференціальне рівняння (2) можна записати у вигляді:

$$dt = -\sqrt{\frac{l}{2g}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \alpha}}.$$

Проінтегрувавши останнє співвідношення у межах зміни  $\theta$  від  $\alpha$  до  $0$ , отримаємо вираз для  $T$  – періоду коливання математичного маятника:

$$T = 4 \sqrt{\frac{l}{2g}} \int_0^\alpha \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \alpha}}.$$

Як видно з останньої формули, період коливань маятника залежить від початкового кута  $\alpha$ . Цей факт є основною причиною того, що маятникові годинники не точні, бо вантаж кожного разу відхиляється в крайнє положення на кут, відмінний від  $\alpha$ . А отже і час, необхідний для повернення у положення рівноваги також змінюється.

Для того, щоб «змусити» звичайний математичний маятник рухатися таутохронно достатньо виготовити шаблон, що складається з двох однакових піварок циклоїди, які мають спільну точку повернення. В точці повернення прив'язується вантаж на нитці, довжина якої дорівнює подвоєному діаметру твірного кола циклоїди.

Вантаж, відхилений в будь-яку точку  $M$ , почне здійснювати коливання, період яких не буде залежати від вибору точки  $M$ . Навіть якщо під впливом тертя та опору повітря амплітуда коливань буде зменшуватися, період коливань залишиться незмінним. Для математичного маятника, що рухається по дузі кола, властивість ізохронності задовольняється для невеликих амплітуд, коли дуга кола незначно відхиляється від дуги циклоїди.

Розв'язання подібної задачі дозволило нідерландському вченому Христіану Гюйгенсу сконструювати у 1673 році так звані «точні», циклоїдальні годинники.