УДК 517.9

Парастюк Б. - ст. гр. МІ-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

АПРОКСИМАЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ ВЛАСНИХ ФУНКЦІЙ З ПАРАМЕТРОМ У ГРАНИЧНИХ УМОВАХ

Науковий керівник: канд. фіз. – мат. наук, доцент Фурсевич Л.В.

Parastiuk B.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

APPROXIMATION FEATURES OF PROPER FUNCTION WITH PARAMETER IN LIMITING CONDITIONS

Supervisor: Fursevych L.

Ключові слова: диференціальне рівняння, інтегральне перетворення.

Key words: differential equation, integral transformation.

Розглядається крайова задача для рівняння теплопровідності з похідними по часу в граничних умовах:

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t}=\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial x^2}-e^{-t}\left(1+x^2+t\right) \quad \left(x\in(0,1),\ t>0\right); \qquad \frac{\partial \mathrm{q}}{\partial t}=-u+te^{-t} \quad \left(x=0,\ t>0\right); \tag{1}$$

$$\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t}=-q+(2-t)\,e^{-t} \qquad \left(x=1,\ t>0\right); \qquad u=x^2 \qquad \left(x\in(0,1),\ t=0\right),$$

де q - тепловий потік на границі.

У просторі L^2 задача (1) представляється в операторному вигряді $\frac{\partial U}{\partial \mathrm{t}}=-AU+F$, $t>0$, з початковою умовою $U=U_0$, $t=0$, де

$$F=\left[-e^{-t}\left(1+x^2+t\right)\Big|_{x\in(0,1)},\ te^{-t}\Big|_{x=0},\ (2-t)e^{-t}\Big|_{x=1}\right]; \qquad U_0=\left[x^2\Big|_{x\in(0,1)},\ 0\Big|_{x=0},\ 1\Big|_{x=1}\right].$$

Застосовуючи інтегральне $\Omega\,\Gamma$ – перетворення одержимо:

$$\left(\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial t},\Psi_n\right)_{L^2}=-\left(AU,\Psi_n\right)_{L^2}+\left(F,\Psi_n\right)_{L^2}, \text{ де } \Psi_n(x) \text{ ядро перетворення.}$$

Наводиться допоміжна задача, яка зводиться до звичайного диференціального рівняння для трансформанти $\frac{d\check{U}}{\mathrm{dt}}+\lambda\check{U}=\check{F}$, з початковою умовою $\check{U}=\check{U}_0$, $t=0$, розв'язок якої представлено у вигляді:

$$\check{U}_n=\check{U}_0\,e^{-\lambda}n^t+\frac{e^{-t}-e^{-\lambda}n^t}{\lambda_n-1}\left[g_1(\lambda_n)-\frac{g_2(\lambda_n)}{\lambda_n-1}\right]+\frac{g_2(\lambda_n)e^{-t}}{\lambda_n-1} \tag{2}$$

Підстановкою виразу (2) у формулу обернення:

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}N_n^{-2}u_n(t)\left(\sin\sqrt{\lambda_n}\,x+\lambda_n^{3/2}\cos\sqrt{\lambda_n}\,x\right), \text{ де } \lambda_n \text{ - корені рівняння}$$

$$\left(1-\lambda^2\right)\cos\sqrt{\lambda}=\sqrt{\lambda}(1+\lambda)\sin\sqrt{\lambda}\text{, одержується розв'язок задачі (1).}$$

В усіх точках інтервалу [0,1] числові значення температури, які дає розв'язок задачі (1) узгоджуються з точним розв'язком задачі $u(x,t)$.