

УДК 517.9

Лопушинська М. - ст. гр. КА-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ЗГИНУ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНКИ

Науковий керівник: канд. фіз. – мат. наук, доцент Шелестовський Б.Г.

Lopushynska M.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATION OF RECTANGULAR PLATE BENDING

Supervisor: Shelestovsky B.

Ключові слова: диференціальне рівняння, прогин пластинки.

Key words: differential equation, deflexion of a plate.

Рівняння кривої прогинів елементарної полоски рівномірно навантаженої прямокутної пластинки має вигляд:

$$D \frac{d^2 w}{dx^2} = -M, \quad (1)$$

де M - згинний момент, D - стала.

Якщо інтенсивність рівномірного навантаження позначити через q , а осеву силу S , то

$$M = \frac{q\ell}{2}x - \frac{qx^2}{2} - SW. \quad (2)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{Sw}{D} = -\frac{q\ell x}{2D} + \frac{qx^2}{2D}. \quad (3)$$

Позначимо $\frac{S}{D} = \frac{4u^2}{\ell^2}$, тоді рівняння набуде вигляду

$$\frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{4u^2}{\ell^2} w = -\frac{2qu^2 x}{S\ell} + \frac{2qu^2 x^2}{S\ell^2}. \quad (4)$$

Загальний розв'язок рівняння (4):

$$w = C_1 Sh \frac{2ux}{\ell} + C_2 ch \frac{2ux}{\ell} + \frac{q\ell^3 x}{8u^2 D} - \frac{q\ell^2 x^2}{8u^2 D} - \frac{q\ell^4}{16u^4 D}. \quad (5)$$

Сталі C_1 і C_2 визначаються з початкових умов: $w(0) = w(\ell) = 0$.

$$C_1 = \frac{q\ell^4}{16u^4 D} \frac{1 - ch 2u}{sh 2u}, \quad C_2 = \frac{q\ell^4}{16u^4 D}.$$

$$w = \frac{q\ell^4}{16u^4 D} \left(\frac{1 - ch 2u}{sh 2u} \cdot Sh \frac{2ux}{\ell} + ch \frac{2ux}{\ell} - 1 \right) + \frac{q\ell^3 x}{8u^2 D} - \frac{q\ell^2 x^2}{8u^2 D}. \quad (6)$$