

УДК 517.958

Василик І. - ст. гр. МБ-21

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ПРО ПОЗДОВЖНІЙ ВИГІН СТЕРЖНЯ

Науковий керівник: к. т. н., доцент Романюк Л. А.

Vasylyk I.

Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

SOLUTION OF THE PROBLEM OF BENDING LONGITUDINAL RODS

Supervisor: Romaniuk L. A.

Ключові слова: крайові умови, власні значення.

Keywords: boundary conditions, eigenvalues.

Розглянемо стержень довжини l , на який діє направлена вздовж його осі сила P . Нехай обидва кінці стержня закріплені на осі OX і стержень може вільно повертатися в своїх точках закріплення. Тоді при досягненні силою P деякого критичного значення $P = P_0$ стержень вигинається. Коли позначити через $y(x)$ поперечне відхилення стержня від свого початкового положення, то функція $y(x)$ з достатньою точністю задовольняє наступне диференціальне рівняння і крайові умови

$$y'' + \frac{P}{E \times I} y = 0, \quad y(0) = y(l) = 0,$$

де I - момент інерції поперечного перетину стержня, E - модуль пружності Юнга. У найбільш простому випадку однорідного стержня постійного перетину виконується умова $E \times I = const$. Позначивши $\frac{P}{E \times I} = \alpha$, отримаємо рівняння зі сталими коефіцієнтами $y'' + \alpha y = 0$.

Загальний розв'язок диференціального рівняння

$$y = C_1 \cos \sqrt{\lambda} x + C_2 \sin \sqrt{\lambda} x.$$

Крайова задача має нескінчене число власних чисел і відповідних власних функцій:

$$\lambda_k = \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2, \quad y_k(x) = C_k \sin \frac{k\pi}{l} x \quad (k = 1; 2; 3; \dots, C_k - \text{довільні сталі}).$$